

The background of the entire page is a light gray with a white circuit board pattern. This pattern consists of numerous thin, white lines that meander across the page, connecting to small white circles of varying sizes, which represent components or nodes in a circuit.

ANÁLISE DE CIRCUITOS E DISPOSITIVOS ELETRÔNICOS

Acácio Manuel Raposo Amaral

2.^a Edição

AUTOR

Acácio Manuel Raposo Amaral

TÍTULO

Análise de Circuitos e Dispositivos Eletrónicos – 2.ª Edição

EDIÇÃO

Publindústria, Edições Técnicas, Lda.

Praça da Corujeira, n.º 38

4300-144 Porto

www.publindustria.pt

DISTRIBUIÇÃO

Engebook - Conteúdos de Engenharia e Gestão

Tel.: 220 104 872

Fax: 220 104 871

apoiocliente@engebook.com

www.engebook.com

REVISÃO

Joana Moreira, Ana Catarina Pinho

DESIGN

Ana Pereira, Luciano Carvalho



A **cópia ilegal** viola os direitos dos autores.
Os prejudicados somos todos nós.

Copyright © 2015 | Publindústria, Produção de Comunicação, Lda.

Todos os direitos reservados a Publindústria, Produção de Comunicação, Lda. para a língua portuguesa.

Nenhuma parte desta publicação poderá ser reproduzida, no todo ou em parte, sob qualquer forma ou meio, seja eletrónico, mecânico, de fotocópia, de gravação ou outros sem autorização prévia por escrito do autor.

Este livro encontra-se em conformidade com o novo Acordo Ortográfico de 1990.

CDU

621.3815 Circuitos Eletrónicos: Engenharia Eletrónica

ISBN

978-989-723-086-8

ISBN (e-book)

978-989-723-087-5

Engebook – Catalogação da publicação

Família: Eletrónica

Subfamília: Eletrónica Prática



2.^a Edição

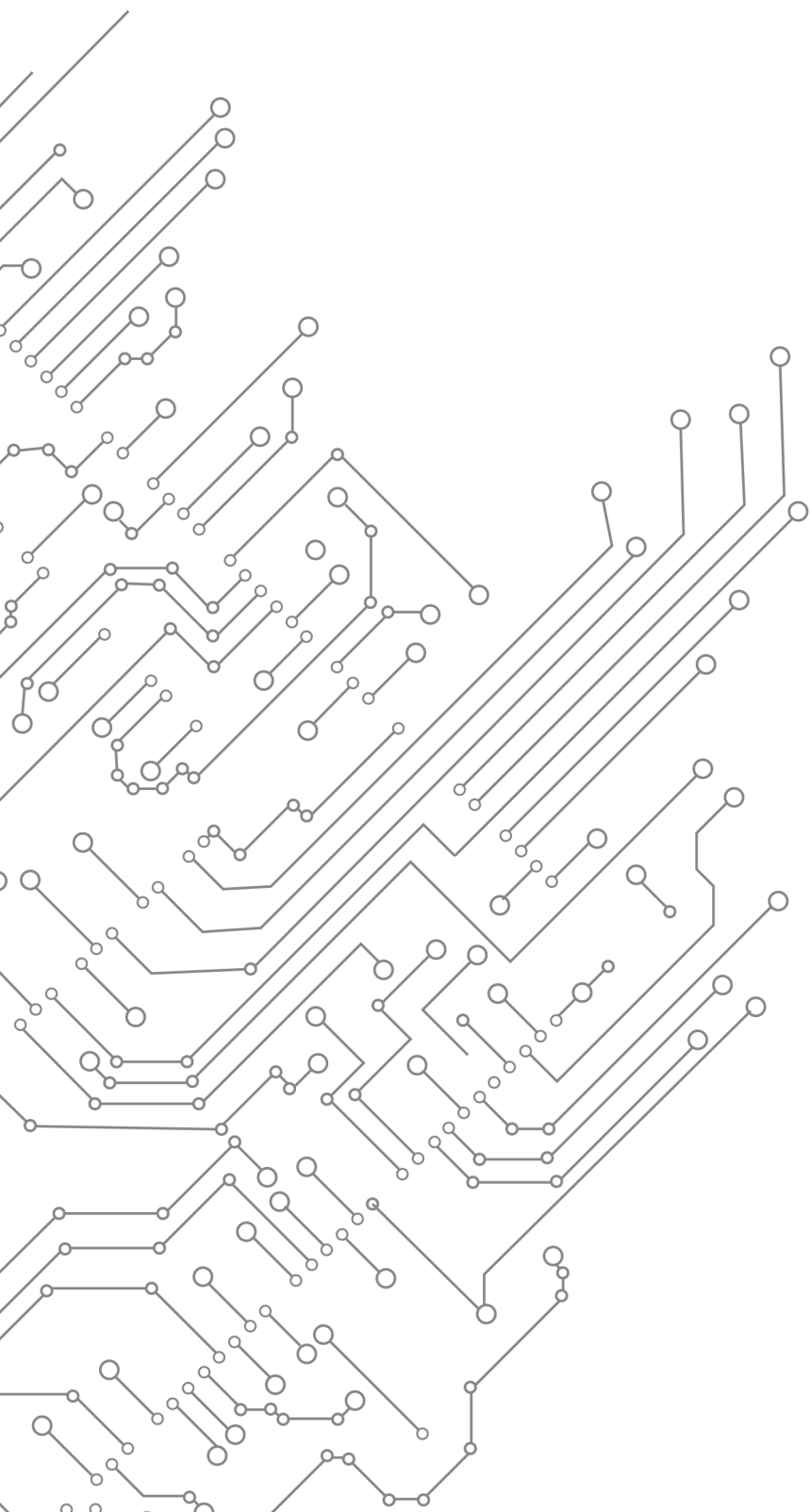
ANÁLISE DE CIRCUITOS E DISPOSITIVOS ELETRÓNICOS

Acácio Manuel Raposo Amaral



*Neste Mundo, o importante não é tanto
onde nos encontramos, mas para onde caminhamos.*

Oliver Wendell Holmes

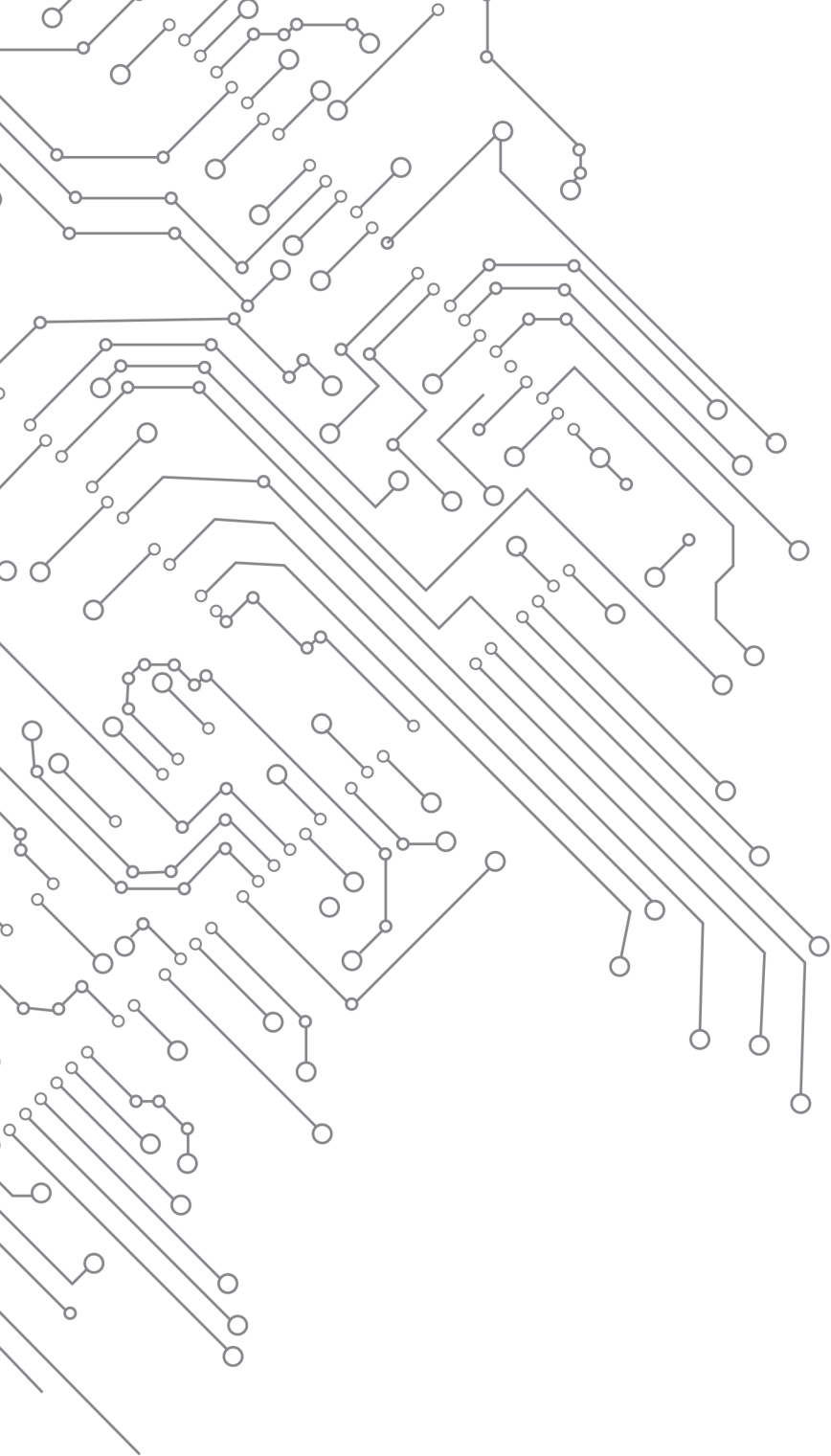


PREFÁCIO

Este livro aborda os principais fundamentos da área da Eletrônica Analógica e destina-se a alunos que frequentam os cursos de Engenharia Eletrotécnica, Eletromecânica ou Informática, assim como os cursos técnicos e tecnológicos em áreas equivalentes. Importa, no entanto, referir que o público-alvo não se limita exclusivamente a estudantes, visto que a compreensão dos conceitos expostos não requer qualquer experiência na área da Eletrônica.

A Eletrônica Analógica é tão vasta que não foi possível abordar todos os dispositivos e técnicas de análise utilizados atualmente. No entanto, os seus aspetos fundamentais são aqui tratados, através de uma introdução teórica, complementada com exemplos e exercícios simples que permitem demonstrar os conceitos expostos.

Todos os capítulos estão interligados, ou seja, os conceitos apresentados no capítulo antecessor deverão ser devidamente compreendidos, pois são essenciais para entender a nova matéria introduzida no capítulo seguinte. Para solidificar os conceitos expostos, apresenta-se no final de cada capítulo um conjunto de exercícios resolvidos que permitem ao leitor treinar e praticar a matéria abordada.

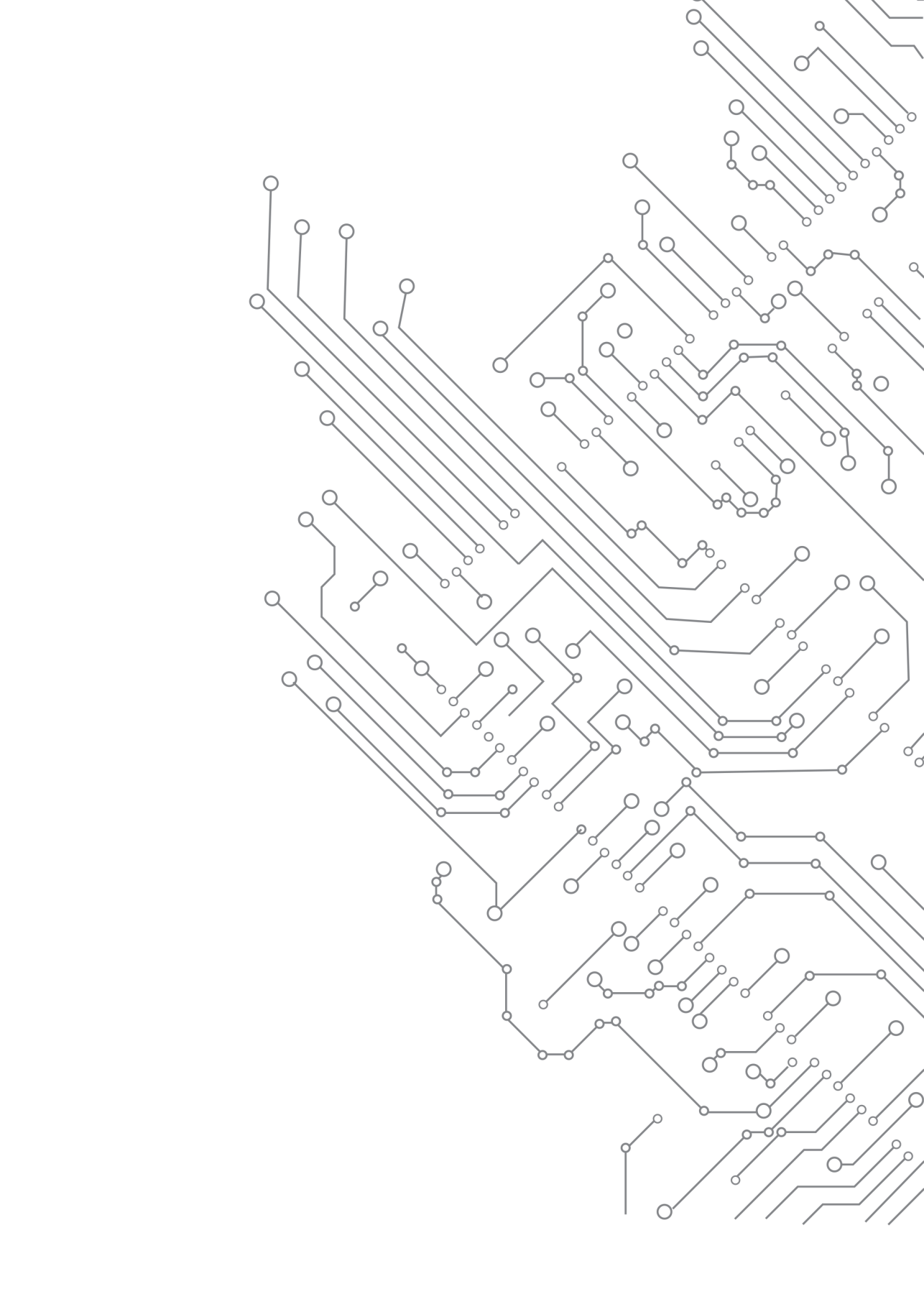


ÍNDICE

| | |
|---------------------------------------------------------|--------|
| PREFÁCIO | VII |
| 1. INTRODUÇÃO | 1 |
| 1.1 Grandezas Elétricas | 1 |
| 1.2 Unidades de Medida | 3 |
| 1.3 Elementos Básicos Ideais | 4 |
| 1.3.1 Fontes de Tensão e Corrente | 5 |
| 1.3.2 Resistências | 8 |
| 1.3.3 Condensadores | 12 |
| 1.3.4 Indutores | 14 |
| 1.4 Montagem de Circuitos em Série | 17 |
| 1.5 Divisor de Tensão | 18 |
| 1.6 Montagem de Circuitos em Paralelo | 19 |
| 1.7 Divisor de Corrente | 20 |
| 1.8 Ligação de Resistências em Triângulo e Estrela | 22 |
| Exercícios | 25 |
| Soluções dos Exercícios | 31 |
| 2. ANÁLISE DE CIRCUITOS EM CORRENTE CONTÍNUA | 49 |
| 2.1 Leis de Kirchhoff | 50 |
| 2.2 Regra de Cramer | 56 |
| 2.3 Método das Tensões Nodais | 60 |
| 2.4 Método das Correntes nas Malhas | 65 |
| 2.5 Casos Especiais | 68 |
| 2.5.1 Supernó | 68 |
| 2.5.2 Supermalha | 69 |
| 2.6 Comparação entre Técnicas de Análise | 70 |
| 2.7 Fontes de Corrente e Tensão Dependentes | 71 |
| 2.8 Teoremas de Thevenin e de Norton | 73 |
| 2.9 Teorema da Sobreposição | 77 |
| Exercícios | 81 |
| Soluções dos Exercícios | 87 |

| | |
|-------------------------------------------------------------------------------|---------|
| 3. DÍODOS | 133 |
| 3.1 Semicondutores Intrínsecos | 134 |
| 3.2 Semicondutores Extrínsecos | 135 |
| 3.3 Junção <i>P-N</i> (Díodo) | 136 |
| 3.4 Curva Característica | 138 |
| 3.5 Resistência Interna do Díodo | 139 |
| 3.6 Circuito Equivalente do Díodo | 139 |
| 3.7 Efeito da Temperatura | 141 |
| 3.8 Outros Tipos de Diodos | 142 |
| 3.8.1 Díodo <i>Zener</i> | 142 |
| 3.8.2 Díodo Emissor de Luz (<i>LED</i>) | 144 |
| 3.8.3 Fotodíodo | 144 |
| 3.9 Tensão da Rede | 146 |
| 3.10 Análise de Circuitos com Diodos | 147 |
| 3.11 Alguns Circuitos com Diodos | 149 |
| 3.11.1 Circuito Limitador Superior | 149 |
| 3.11.2 Circuito Limitador Inferior | 152 |
| 3.11.3 Circuito Limitador Inferior e Superior | 154 |
| 3.11.4 Circuito Retificador de Meia Onda | 156 |
| 3.11.5 Circuito Retificador de Onda Completa | 158 |
| 3.11.6 Retificador de Onda Completa com Filtro Capacitivo | 160 |
| 3.11.7 Circuito Limitador Superior e Inferior com Díodo <i>Zener</i> | 163 |
| 3.11.8 Circuito Limitador Superior e Inferior com Carga | 165 |
| 3.11.9 Portas Lógicas | 169 |
| 3.12 Análise de Circuitos com Diodos recorrendo ao Teorema de <i>Thevenin</i> | 171 |
| Exercícios | 177 |
| Soluções dos Exercícios | 183 |
| 4. TRANSÍSTORES BIPOLARES DE JUNÇÃO (<i>BJT</i>) | 231 |
| 4.1 Transístor <i>NPN</i> antes de Polarizado | 231 |
| 4.2 Configurações de Circuitos com Transístores | 232 |
| 4.3 Ligaçãõ em Emissor-Comum | 233 |
| 4.3.1 Curvas Características | 234 |
| 4.3.2 Análise do Circuito em Emissor-Comum | 236 |

| | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.3.3 Análise Gráfica | 237 |
| 4.3.4 Identificação da Região de Operação Analiticamente | 239 |
| 4.3.5 Variação do Ganho de Corrente | 240 |
| 4.3.6 Circuitos Imunes a Variações do Ganho | 241 |
| 4.3.7 Importância da Reta de Carga e PFR no Projeto de Circuitos Amplificadores com Transístores | 246 |
| 4.3.8 Síntese | 247 |
| 4.4 Análise da Resposta AC do Amplificador | 249 |
| 4.4.1 Formas de Onda de Tensão e Corrente no Transístor | 251 |
| 4.4.2 Análise | 252 |
| 4.4.3 Parâmetros Importantes na Análise de um Circuito Amplificador | 253 |
| 4.4.3.1 Impedância de Entrada | 253 |
| 4.4.3.2 Impedância de Saída | 254 |
| 4.4.3.3 Ganho de Tensão | 255 |
| 4.4.3.4 Ganho de Corrente | 255 |
| 4.4.4 Modelos do Transístor BJT | 255 |
| 4.4.4.1 Modelo r_e do Transístor | 256 |
| 4.4.4.2 Modelo <i>Híbrido</i> do Transístor | 258 |
| 4.4.5 Distorção para Grandes Sinais | 260 |
| 4.5 Análise da Resposta AC da Configuração em Emissor-Comum, baseada no Circuito de Polarização por Divisor de Tensão | 260 |
| 4.6 Amplificadores em Cascata | 262 |
| 4.7 Como Aumentar o Ganho de Circuitos Amplificadores em Cascata | 269 |
| 4.8 Transístor PNP | 272 |
| 4.9 Aplicações de Circuitos Amplificadores | 275 |
| Exercícios | 277 |
| Soluções dos Exercícios | 284 |
| BIBLIOGRAFIA | 315 |



1. INTRODUÇÃO

A eletrónica tornou-se numa área da ciência imprescindível para a qualidade de vida das sociedades modernas. Quase todas as tarefas que realizamos hoje em dia requerem equipamentos eletrónicos cada vez mais sofisticados. Por exemplo, em nossas casas, à noite, o simples ato de acender um candeeiro exige a utilização de equipamentos de eletrónica, tais como uma lâmpada e um interruptor. Muitos outros equipamentos que podemos enumerar são imprescindíveis para as diferentes tarefas que realizamos quotidianamente, tais como: os televisores, os PDAs¹, os telemóveis, os telefones, os faxes, as máquinas de lavar roupa ou louça, os secadores de cabelo, os computadores, até os automóveis ou outros veículos de transporte motorizados como comboios, autocarros, barcos, ou mesmo motocicletas, utilizam cada vez mais equipamento eletrónico.

Para simular o funcionamento destes equipamentos eletrónicos utilizam-se circuitos elétricos. O circuito elétrico consiste num modelo matemático capaz de prever de forma aproximada o comportamento real de um sistema eletrónico, sendo composto por cinco elementos básicos ideais: fontes de tensão, fontes de corrente, resistências, condensadores e indutores. Estes elementos serão estudados em detalhe em secções posteriores.

Um sistema eletrónico, como um computador, é composto por diversos dispositivos eletrónicos como, por exemplo, transístores, os quais podem ser descritos por um ou mais elementos básicos. Deste modo, um sistema eletrónico pode ser representado por um conjunto de elementos básicos ideais interligados, cujo conjunto representa um circuito elétrico. Este conjunto permite descrever de forma aproximada o comportamento real de todo o sistema.

O modelo matemático que representa o circuito elétrico traduz-se sobre a forma de equações matemáticas. Estas equações são, por sua vez, escritas em termos de grandezas mensuráveis como a tensão e a corrente. A medição da tensão e corrente permite verificar se o modelo descrito representa de forma satisfatória o comportamento real do sistema. Esta última tarefa é essencial no projeto de sistemas eletrónicos, pois permite verificar se o sistema desenvolvido respeita as especificações iniciais.

1.1 Grandezas Elétricas

Os corpos são compostos por matéria, sendo que esta possui partículas muito pequenas designadas por átomos. O átomo possui partículas ainda mais pequenas: os eletrões, os prótons e os neutrões.

Os eletrões possuem carga negativa, enquanto os prótons carga positiva, cujo valor em módulo é igual em ambos (1.602×10^{-19} C). Duas partículas com cargas de sinal oposto atraem-se, enquanto partículas com cargas do mesmo sinal repelem-se. Logo, os eletrões repelem-se entre si, assim como os prótons. No entanto, os prótons e os eletrões atraem-se.

¹ PDA (Personal Digital Assistants ou Assistente Pessoal Digital) – trata-se de um computador de dimensões extremamente reduzidas (A6), com algumas capacidades computacionais.

Os elétrons percorrem trajetórias concêntricas (órbitas) em torno de um núcleo, do qual fazem parte os prótons e os neutrões. Os elétrons que percorrem a órbita mais afastada do núcleo (órbita de valência) sofrem uma menor força de atração por parte deste, logo, são mais suscetíveis a forças externas, podendo adquirir energia suficiente para se libertarem. Se tal acontecer tornam-se elétrons livres e o seu movimento designa-se por corrente elétrica.

Podemos, então, definir a corrente elétrica, i , como sendo a quantidade de carga que atravessa a secção de um condutor por unidade de tempo:

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (1.1)$$

onde q e t representam a carga elétrica e o tempo, respetivamente.

Os fenómenos elétricos resultam do movimento de cargas mas, também, da sua separação. Quando duas cargas de sinais contrários são afastadas, elas exercem uma força de atração entre si o que contraria o primeiro efeito. A tensão representa a energia por unidade de carga necessária para separar duas cargas de sinais opostos:

$$v = \frac{dE}{dq} \quad (1.2)$$

onde E representa a energia.

Quando a corrente atravessa um determinado material, este cria uma maior ou menor dificuldade à sua passagem. Esta característica designa-se por resistividade e varia de material para material (Tabela 1.1).

| Material | | Resistividade ($\Omega.m$) |
|------------|----------|------------------------------|
| Condutores | Alumínio | 2.8×10^{-8} |
| | Carvão | 3500×10^{-8} |
| | Cobre | 1.7×10^{-8} |
| | Ferro | 12×10^{-8} |
| | Latão | 7×10^{-8} |
| Isolantes | Quartzo | $75 \times 10^{+16}$ |
| | Madeira | $10^{+8} - 10^{+11}$ |
| | Mica | $10^{+11} - 10^{+15}$ |
| | Vidro | $10^{+10} - 10^{+14}$ |
| | Âmbar | $5 \times 10^{+14}$ |

Tabela 1.1 Resistividade de alguns materiais à temperatura ambiente [1]

Os materiais com menor resistividade designam-se por condutores, enquanto que, os materiais com maior resistividade são denominados por isolantes.

A resistividade, ρ , traduz-se numa grandeza elétrica mesurável designada por resistência. A resistência elétrica, R , não depende apenas da resistividade, mas também da secção, S , e comprimento do material, L .

$$R = \rho \times \frac{L}{S} \quad (1.3)$$

Quanto maior for a secção do condutor, menor será a sua resistência; pelo contrário, quanto mais comprido for o condutor maior será a sua resistência.

Num sistema isolado a carga total não varia, por exemplo, se ligarmos um fio de cobre a uma fonte de tensão² de 1 *Volt*, apesar de se verificar um movimento de cargas, a carga total do sistema não se modifica. Os eletrões livres deslocam-se com facilidade no fio de cobre, visto que a sua resistividade é muito baixa. Deste modo, verifica-se um deslocamento de eletrões do terminal negativo para o terminal positivo, enquanto no sentido contrário deslocam-se as cargas positivas. O sentido convencional da corrente é o das cargas positivas.

Para que se verifique o movimento de cargas é necessário realizar trabalho, esse trabalho requer energia para ser efetuado, da mesma forma que um automóvel necessita de gasolina (energia química) para se movimentar.

A quantidade de energia que um corpo produz ou fornece por unidade de tempo designa-se por potência:

$$P = \frac{dE}{dt} \quad (1.4)$$

A potência elétrica, P , pode ser definida à custa das grandezas elétricas corrente, I , e tensão, V , através da equação:

$$P = V \times I \quad (1.5)$$

Quando o sentido da corrente e tensão num componente são iguais, a potência é positiva, ou seja, o componente está a consumir energia (componente passivo). Se pelo contrário, os sentidos da corrente e tensão forem opostos, então a potência é negativa, neste caso, o componente está a fornecer energia (componente ativo), será portanto uma fonte.

1.2 Unidades de Medida

O sistema de unidades mais comumente utilizado é o sistema internacional (*SI*) que possui sete unidades básicas: o comprimento, a massa, o tempo, a corrente elétrica, a temperatura, a intensidade luminosa e a quantidade de matéria. No entanto, iremos utilizar outras unidades resultantes das anteriores (unidades derivadas).

A Tabela 1.2 mostra as principais unidades utilizadas no âmbito da eletrónica. No entanto, muitas vezes a unidade de medida de uma determinada grandeza é muito grande ou muito pequena para ser utilizada na prática. Nestes casos deve-se recorrer a prefixos, que representam múltiplos e submúltiplos da unidade utilizada (Tabela 1.3).

Por exemplo um *miliampere* (1 *mA*) representa uma milésima de *Ampere* (10^{-3} A), um *microsegundo* (1 μ s) representa uma milionésima de um segundo (10^{-6} s), um *kiloohm* (1 *k* Ω) representa mil *Ohms* ($10^3 \Omega$) e um *megavolt* (1 *MV*) representa um milhão de *volts* (10^6 V).

² Fonte de tensão – dispositivo eletrónico capaz de gerar uma tensão constante independentemente da corrente requerida pela carga.

| | Grandeza | Unidade | Símbolo |
|-----------|----------------------|---------|----------|
| Básica | Comprimento | Metro | m |
| | Tempo | Segundo | s |
| | Corrente elétrica | Ampere | A |
| | Temperatura | Kelvin | K |
| Derivadas | Energia | Joule | J |
| | Potência | Watt | W |
| | Carga Elétrica | Coulomb | C |
| | Potencial Elétrico | Volt | V |
| | Resistência Elétrica | Ohm | Ω |
| | Condutância Elétrica | Siemens | S |
| | Indutância Elétrica | Henry | H |
| | Capacidade Elétrica | Farad | F |
| | Frequência | Hertz | Hz |

Tabela 1.2 Algumas das principais unidades de medida

| Multiplicador | Prefixo | Símbolo |
|---------------|---------|---------|
| 10^{+12} | Tera | T |
| 10^{+9} | Giga | G |
| 10^{+6} | Mega | M |
| 10^{+3} | Kilo | K |
| 10^{-3} | Mili | m |
| 10^{-6} | Micro | μ |
| 10^{-9} | Nano | n |
| 10^{-12} | Pico | p |

Tabela 1.3 Prefixos mais utilizados

1.3 Elementos Básicos Ideais

Após a apresentação de alguns conceitos base, iremos introduzir os cinco elementos básicos ideais que fazem parte de um qualquer circuito elétrico:

- Fontes de tensão;
- Fontes de corrente;
- Resistências;
- Condensadores;
- Indutores.

1.3.1 Fontes de Tensão e Corrente

As fontes de energia devem fornecer a quantidade de tensão e corrente necessária para alimentar a carga. Uma carga como uma lâmpada ou um motor elétrico de uma ventoinha só pode funcionar o que a fonte de energia permitir. Por exemplo, se fornecermos a uma lâmpada de 60 *Watts* metade da potência elétrica (30 *Watts*), a intensidade de luz produzida será bastante inferior caso lhe seja fornecida a potência total. O mesmo sucede com uma ventoinha, se lhe for fornecida uma potência inferior ao valor definido pelo fabricante a ventoinha rodará a uma velocidade inferior ao especificado. Esta situação é comum quando se utilizam equipamentos fabricados na Europa, em países como nos Estados Unidos ou Brasil onde a tensão da rede é metade da Europa³. Por exemplo, um secador de cabelo concebido exclusivamente para o mercado europeu produzirá menor trabalho se utilizado nos Estados Unidos, ou seja, o calor e vento produzido serão consideravelmente inferiores.

Hoje em dia, muitos equipamentos são dimensionados para operar em ambos os mercados (europeu e americano), por esse motivo possuem um interruptor que permite selecionar a tensão de entrada (230 V/115 V).

As fontes de energia produzem eletricidade convertendo uma forma de energia não elétrica em elétrica, por exemplo:

- Uma bateria converte energia química em elétrica;
- O par termoelétrico converte energia térmica em elétrica;
- Uma célula fotoelétrica converte energia luminosa em elétrica;
- Um gerador converte energia mecânica em elétrica.

A bateria é utilizada como fonte de energia portátil, como por exemplo: em lanternas, em computadores portáteis, nos automóveis, em máquinas fotográficas e de vídeo, em telemóveis, em brinquedos, em equipamentos de medida (amperímetros, voltmétricos, ohmímetros, multímetros, osciloscópios portáteis, pinças amperimétricas, medidores de *ESR*), etc.

As baterias podem ser classificadas em primárias e secundárias. As primeiras convertem energia química diretamente em elétrica e podemos dar como exemplo as pilhas utilizadas em brinquedos ou lanternas. As baterias secundárias, como por exemplo, as baterias dos automóveis ou dos computadores portáteis, necessitam de ser carregadas para que se verifique a conversão de energia química em elétrica.

Um exemplo de uma pilha primária é a célula seca básica de zinco-carbono. Possui um eletrodo negativo de zinco, um eletrodo positivo de carbono e um eletrólito de cloreto de amónia misturado com farinha ou amido para formar uma pasta (Fig. 1.1) [2].

Os iões negativos do cloro (Cl^-) que fazem parte do eletrólito atacam o eletrodo de zinco, conduzindo à libertação de iões positivos de zinco (Zn^{2+}) para o eletrólito. Deste

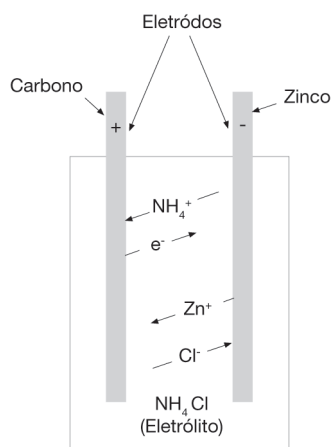


Fig. 1.1 Composição de uma célula seca de zinco-carbono

³ O valor da amplitude da tensão da rede elétrica nos Estados Unidos e no Brasil (115 *Volts* eficazes) é metade do valor na Europa (230 *Volts* eficazes).

modo, o eletrodo de zinco torna-se num polo negativo. Por sua vez, o eletrólito inicialmente neutro passa a estar carregado positivamente, o que lhe permite captar eletrões do eletrodo de carbono. Deste modo o eletrodo de carbono torna-se no polo positivo, criando-se uma diferença de potencial, que tipicamente é de 1.5 Volts, entre ambos os polos [2].

O par termoelétrico é composto por uma junção de dois materiais diferentes (por exemplo *cobre e constantan*⁴ - Fig. 1.2). Quando a junção é sujeita a calor (T_j) provoca o deslocamento de eletrões de um material para o outro. Este fenómeno permite criar uma diferença de potencial entre ambos os materiais ($V_A - V_B$), visto que uma região fica carregada negativamente (excesso de eletrões), enquanto a outra fica carregada positivamente (défice de eletrões).

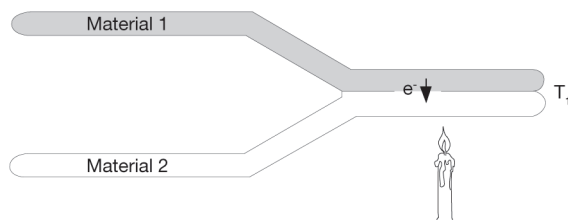


Fig. 1.2 Par termoelétrico

Fenómeno semelhante ocorre nas células fotoelétricas, que possuem dois semicondutores diferentes ligados entre si. Quando a luz incide sobre um dos semicondutores, a energia libertada faz com que os eletrões livres atravessem a junção de um semicondutor para o outro, criando uma diferença de potencial (Fig. 1.3).

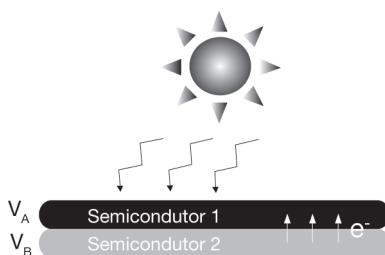


Fig. 1.3 Célula fotoelétrica

Os geradores são máquinas elétricas rotativas capazes de converter energia mecânica em energia elétrica. A energia mecânica pode ser proveniente de diferentes fontes, como por exemplo:

- Da queima de combustíveis fósseis em centrais termoelétricas. O calor gerado pela queima aquece a água transformando-a em vapor, que por sua vez é conduzido em alta pressão através de tubos para uma câmara onde se encontram as pás de uma turbina, provocando o seu movimento;

⁴ *Constantan* – liga de cobre e níquel usada como resistência elétrica e na formação de termopares com elevada diferença de potencial.

⁵ Semicondutor – sólidos cristalinos cuja resistividade possui um valor entre os condutores e os isolantes (estes materiais serão estudados em detalhe no capítulo III).

- Através da energia nuclear em centrais nucleares. O princípio de funcionamento é o mesmo que nas centrais termoelétricas, a diferença é que o vapor é gerado através de reações nucleares;
- Da energia cinética do vento em centrais eólicas, da energia cinética da queda de água em barragens ou da energia cinética das ondas em centrais maremotrizes.

Obtida a energia mecânica é necessário convertê-la em elétrica. Para explicar este fenómeno é necessário introduzir o princípio da indução magnética: se um condutor atravessar um campo magnético ou se for sujeito a um campo magnético variável, então será induzida uma tensão nos seus terminais. O princípio de funcionamento do gerador baseia-se neste princípio, pois produz uma tensão elétrica através da rotação de um grupo de condutores num campo magnético (Fig. 1.4). O campo magnético pode ser produzido por ímanes permanentes⁶ ou por um eletroímã⁷.

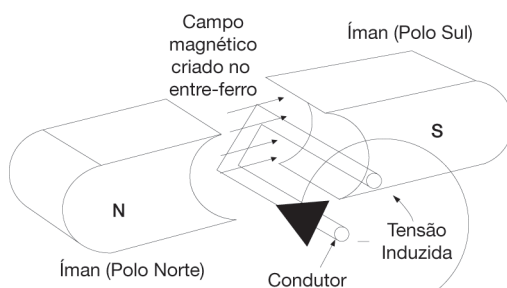


Fig. 1.4 Gerador elétrico

Os geradores são os maiores produtores de energia elétrica no mundo, a grande maioria da energia elétrica que circula nas redes elétricas é produzida por esta máquina.

Nesta secção foram apresentadas algumas das mais importantes fontes de energia elétrica. A sua modelização é complexa, no entanto, sabe-se que estas fontes podem fornecer energia elétrica, quase sempre mantendo a tensão ou a corrente constante. Deste modo surgiram dois elementos básicos ideais:

- A fonte de corrente – produz uma corrente fixa, independentemente da tensão aos seus terminais;
- A fonte de tensão – produz uma tensão fixa aos seus terminais, independentemente da corrente que a atravessa.

As fontes de corrente e tensão podem ser independentes ou dependentes.

No caso de serem independentes fornecem um valor fixo de corrente ou tensão (Fig. 1.5a e Fig. 1.5b) e o símbolo usado para as representar é um círculo. No caso de uma fonte de tensão independente pode-se igualmente utilizar o símbolo representado na Fig. 1.5c.

As fontes dependentes dependem do valor de uma corrente ou de uma tensão noutra elemento do circuito (Fig. 1.5d e Fig. 1.5e) e o símbolo utilizado na sua representação é um losango.

⁶ Íman permanente – óxido de ferro que tem a capacidade de produzir um campo magnético, logo é capaz de atrair certos metais e suas ligas como por exemplo o ferro.

⁷ Eletroímã – é um íman criado artificialmente, através do movimento de cargas elétricas num metal ou suas ligas, possui uma configuração em espira.

Os símbolos usados para representar estes elementos básicos são apresentados na figura seguinte:

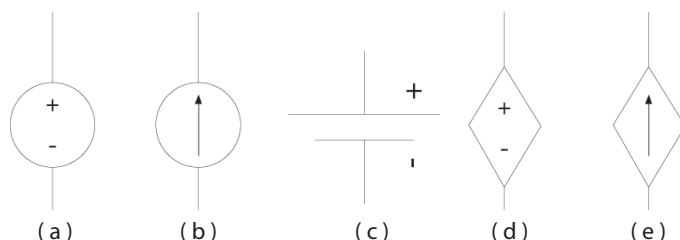


Fig. 1.5 Símbolos usados para representar fontes de corrente e tensão: (a) fonte de tensão independente; (b) fonte de corrente independente; (c) fonte de tensão independente; (d) fonte de tensão dependente e (e) fonte de corrente dependente

1.3.2 Resistências

O componente elétrico resistência é dos elementos mais utilizados em circuitos eletrônicos e é utilizado com o propósito de aumentar a resistência elétrica de um circuito.

A resistência elétrica representa a oposição ao fluxo da corrente e relaciona-se com a tensão e corrente segundo a lei de *Ohm*.

$$v = R \times i \quad (1.6)$$

onde v , i e R representam as grandezas elétricas tensão, corrente e resistência, respetivamente.

O termo resistência é habitualmente utilizado para resistências lineares, ou seja, para situações onde a equação (1.6) é verdadeira.

O componente resistência pode ser do tipo fixo ou variável. No primeiro caso, o valor da resistência elétrica possui um valor fixo e a sua principal função é limitar o valor da corrente no circuito. No segundo caso, é possível ajustar o valor da resistência elétrica, logo, permite variar o valor da corrente no circuito.

Este componente pode ser integrado ou discreto. No primeiro caso possui dimensões bastante reduzidas e é produzido durante o fabrico de circuitos integrados. No caso de se tratar de um componente discreto, possui dimensões maiores e pode ser utilizado em placas de montagem⁸ e de circuito impresso⁹.

As resistências discretas mais utilizadas são: as resistências de carvão, as resistências de película e as resistências de fio bobinado.

As resistências de carvão são compostas por uma massa de carvão granulado. Esta massa é coberta por um material isolante e encontra-se ligada a dois condutores que a permitem ligar ao exterior. O valor da resistência é definido pela resistividade da massa, comprimento e secção (Fig. 1.6a).

As resistências de película são compostas por uma pequena camada de carvão ou metal resistivo depositado sobre um corpo de material isolante. A resistividade do material depositado, assim como a secção e comprimento definem o valor da resistência. Nas resistências de maior valor aumenta-se o comprimento e diminui-se a secção do material depositado através da sua deposição em forma de espiral. No caso das resistências de menor

⁸ Placa de montagem – é uma placa de ensaio que possui furos e ligações condutoras para efetuar montagens de circuitos elétricos.

⁹ Circuito impresso – é uma placa de fibra de poliéster que possui numa ou nas duas faces uma película fina condutora onde são desenhadas pistas condutoras. Posteriormente os componentes eletrônicos que fazem parte do circuito elétrico são integrados nas pistas condutoras

valor, a deposição é feita sob a forma de uma camada contínua, que possui menor comprimento e maior secção, logo tem uma menor resistência. Estas resistências possuem igualmente uma camada exterior de tinta isolante que protege o material depositado do exterior (Fig. 1.6b).

As resistências de fio bobinado são compostas por um fio metálico resistivo enrolado em torno de uma material isolante. Em alguns casos, as extremidades do fio estão ligadas a braçadeiras que permitem a fixação da resistência ao circuito elétrico. A resistividade, secção e comprimento do fio definem o valor da resistência. O material isolante elétrico utilizado na sua construção deve ser bom condutor térmico para permitir a dissipação de calor. Estas resistências possuem uma maior capacidade de dissipar energia, logo são utilizadas em aplicações que requerem maiores correntes (Fig. 1.6c).

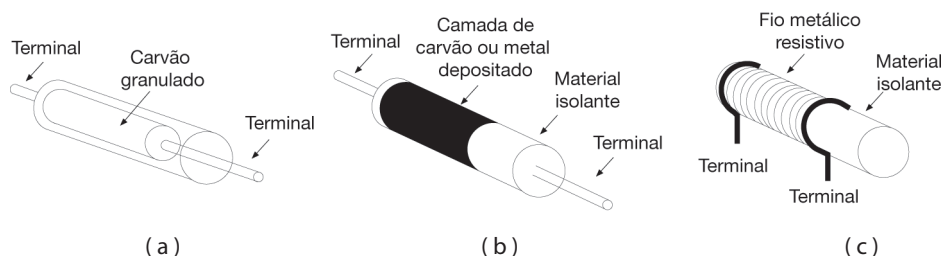


Fig. 1.6 Resistências discretas mais utilizadas: (a) resistência de carvão, (b) resistência de película e (c) resistência de fio bobinado

As resistências possuem uma potência máxima que podem dissipar sem sobreaquecer, este valor pode ser calculado através das equações (1.5) e (1.6):

$$\begin{cases} v = R \times i \\ P = v \times i \end{cases} \Rightarrow P = \frac{v^2}{R}, P = R \times i^2 \quad (1.7)$$

Para além da potência máxima de funcionamento, existem outras informações importantes que o fabricante deve fornecer como o valor nominal da resistência e respetiva tolerância.

A tolerância indica a variação possível do valor real da resistência em relação ao valor nominal. Exemplificando: se o fabricante informa que uma determinada resistência possui o valor nominal de $1000 \, \Omega$ e uma tolerância de 10%, então o valor real da resistência pode variar entre $900 \, \Omega$ e $1100 \, \Omega$.

A informação relacionada com o valor nominal¹⁰ e tolerância é, em particular, nas resistências de carvão e de película, fornecida sobre a forma de um código de cores impresso no corpo da resistência (Fig. 1.7).



Fig. 1.7 Código de cores das resistências

¹⁰ Valor nominal – valor aproximado ao real, possui um erro que se encontra dentro da tolerância fornecida pelo fabricante.

O código de cores mais utilizado possui o valor nominal da resistência e a sua tolerância indicados em quatro faixas no corpo da resistência, como se pode observar nas Figuras 1.7 e 1.8.

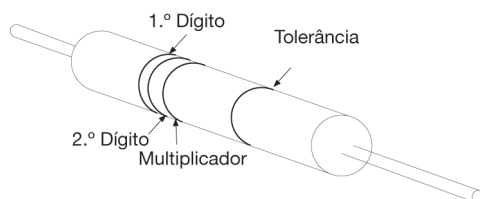


Fig. 1.8 Código de cores das resistências e respetivo significado

Na Tabela 1.4 pode-se observar o significado de cada uma das cores.

As cores prata e ouro são utilizadas na faixa relativa à tolerância, exceto quando o valor nominal da resistência é inferior a $50\ \Omega$. As restantes cores são utilizadas para definir o valor nominal da resistência. As duas primeiras bandas do código de cores são utilizadas para definir os dois primeiros dígitos do valor nominal da resistência, enquanto a terceira banda corresponde a um fator multiplicativo dado por 10^{cor} .

Por exemplo, a resistência apresentada na Fig. 1.7 possui as cores:

- primeiro dígito – cor verde;
- segundo dígito – cor azul;
- terceiro dígito – cor vermelha;
- quarto dígito – cor ouro.

Logo, é possível concluir que o valor nominal da resistência é de:

$$R_{\text{nominal}} = [\text{verde}][\text{azul}] \times 10^{[\text{vermelho}]} = 56 \times 10^{[2]} = 5600\ \Omega = 5.6\ \text{k}\Omega$$

e a tolerância de 10%, ou seja, o valor real da resistência encontra-se compreendido entre $5040\ \Omega$ e $6160\ \Omega$.

| Cor | Símbolo | Cor | Símbolo |
|----------|---------|---------|---------|
| Preto | 0 | Azul | 6 |
| Castanho | 1 | Violeta | 7 |
| Vermelho | 2 | Cinza | 8 |
| Laranja | 3 | Branco | 9 |
| Amarelo | 4 | Ouro | 10% |
| Verde | 5 | Prata | 1% |

Tabela 1.4 Número correspondente a cada uma das cores (código de cores)

As resistências variáveis podem ser subdivididas em potenciômetros e reóstatos.

Os potenciômetros são compostos por um elemento resistivo composto por carbono com uma ligação deslizando manipulável composta por três terminais (Fig. 1.9).

Os terminais exteriores possuem sempre o valor máximo da resistência. Se o objetivo é fazer variar o valor da resistência então é necessário utilizar o terminal do meio. Neste caso, ao fazer rodar a ligação deslizando, se a resistência entre o terminal do meio e o terminal da direita aumentar, então a resistência entre o terminal da esquerda e do meio diminui. Os potenciômetros são muito utilizados no controlo de volume de som em rádios, no controlo do brilho ou contraste em monitores, no ajuste do período de circuitos temporizados, no ajuste do *duty cycle*¹¹ de circuito de modulação de pulso¹², etc.

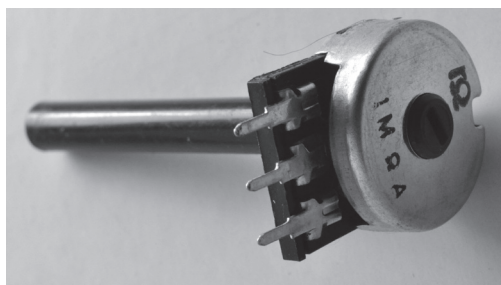
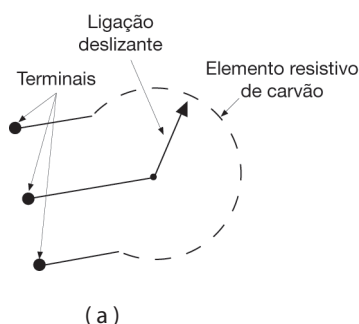


Fig. 1.9 Potenciômetro: (a) esquema interno e (b) fotografia de um potenciômetro de 1 MΩ.

O reóstato possui apenas dois terminais e usualmente é composto por um fio enrolado sobre uma superfície isolante e por um braço deslizando que desliza sobre o elemento resistivo, permitindo desta forma variar a resistência. Os reóstatos são essencialmente usados para controlar a corrente em aplicações cujo valor da corrente é elevado, como por exemplo em aplicações AC¹³ de potência.

Os símbolos utilizados na representação de resistências fixas e variáveis em circuitos elétricos podem ser observados na figura seguinte.



Fig. 1.10 Símbolos elétricos: (a) resistência fixa e (b) resistência variável

¹¹ *Duty cycle* – fração do tempo em que um sistema está ativo.

¹² Circuito de modulação de pulso – circuito elétrico de controlo que permite regular a fração de tempo num período em que o circuito de potência se encontra ativo.

¹³ AC – *Alternating current* (corrente alternada) – corrente elétrica cujo sentido varia com o tempo. Tipicamente a forma de onda desta corrente é sinusoidal, podendo assumir outras formas desde que possua valores negativos e positivos durante um período do sinal.

1.3.3 Condensadores

Um condensador é composto por dois materiais condutores, comumente designados por armaduras, que estão separadas por um material não condutor, designado por dielétrico, de elevada qualidade, que impede a condução entre as armaduras. Esta estrutura permite que o condensador armazene energia elétrica sob a forma de um campo elétrico conforme se ilustra na Fig. 1.11, contrariamente às resistências que a convertem em calor.

Como o dielétrico não permite a circulação de eletrões livres entre as armaduras, quando se liga o condensador a uma fonte de tensão verifica-se uma redistribuição de cargas nas armaduras. Assim, supondo que o condensador se encontra descarregado, ou seja, com carga neutra, quando se aplica uma tensão aos seus terminais, o polo negativo da fonte de tensão irá repelir os eletrões da armadura a ele ligado (terminal negativo do condensador). Por sua vez, o polo positivo da fonte irá atrair os eletrões da outra armadura do condensador (terminal positivo do condensador), fenómeno este que pode ser observado na Fig. 1.11a).

Desta forma, é criado um campo elétrico no dielétrico que repele os eletrões do terminal positivo do condensador e atrai os eletrões para o terminal negativo do condensador. Se a intensidade deste campo for demasiado elevada verifica-se a rutura do dielétrico, passando o condensador a conduzir entre as armaduras. Este processo ocorre quando a tensão aos terminais do condensador é superior à sua tensão nominal.

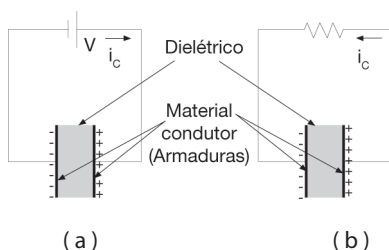


Fig. 1.11 Estrutura básica do condensador: (a) carregar o condensador e (b) descarregar o condensador¹⁴

Para descarregar ou neutralizar o condensador, é necessário criar um caminho através do qual as cargas possam circular, o que pode ser concretizado através da ligação de um condutor entre as armaduras (Fig. 1.11b).

A capacidade do condensador (C) traduz a quantidade de carga (q) que o condensador pode acumular. Por sua vez, q depende de C e da tensão aplicada aos terminais do condensador (v):

$$C = \frac{q}{v} \quad (1.8)$$

Quanto maior for a superfície das armaduras (S_d), mais linhas de campo poderão surgir entre elas e menor será o fluxo de fugas; logo o valor do campo elétrico no dielétrico pode ser superior, podendo o condensador armazenar mais carga. Da mesma forma, se pode concluir que, quanto menor for a espessura do dielétrico (d_d), maior será a concentração das linhas de força do campo elétrico no dielétrico, logo a intensidade do campo elétrico aumenta, permitindo aumentar a capacidade do condensador. A constante dielétrica (ϵ) é uma propriedade intrínseca do dielétrico que representa a capacidade do material em armazenar cargas elétricas.

¹⁴ A corrente i_c representa o movimento das cargas positivas (sentido convencional da corrente).

Assim, pode definir-se geometricamente a capacidade de um condensador através da equação:

$$C = \frac{\varepsilon \times S_a}{d_d} \quad (1.9)$$

A corrente elétrica i_c que representa a quantidade de cargas que atravessam a secção do condutor por unidade de tempo, pode ser obtida matematicamente diferenciando a equação (1.8) em ordem ao tempo:

$$i_c = C \times \frac{dv}{dt} \quad (1.10)$$

representando $\frac{dv}{dt}$ a variação da tensão aos terminais do condensador.

Alguns dos dielétricos mais utilizados atualmente no fabrico de condensadores são: o óxido de alumínio e de tântalo, alguns materiais cerâmicos e filmes metálicos. A Tabela 1.5 mostra a constante dielétrica de alguns materiais não condutores utilizados no fabrico de condensadores.

| Óxido de Alumínio (Al_2O_3) | Óxido de Tântalo (Ta_2O_5) | Material Cerâmico (Titanato de Bário - $BaTiO_3$) | Filme Metálico (Polipropileno e Poliéster) |
|------------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| 8 – 10 | 27 | 1500 – 15000 | 2.1 – 3.1 |

Tabela 1.5 Constante dielétrica de alguns materiais não condutores usados no fabrico de condensadores [3]

As propriedades do dielétrico definem o comportamento do condensador, exceto para aplicações de elevada potência onde a condutividade das armaduras e das ligações determinam o pico máximo de corrente e as perdas.

Podem-se distinguir três tecnologias distintas de condensadores: cerâmicos, eletrolíticos e de filme (Fig. 1.12).

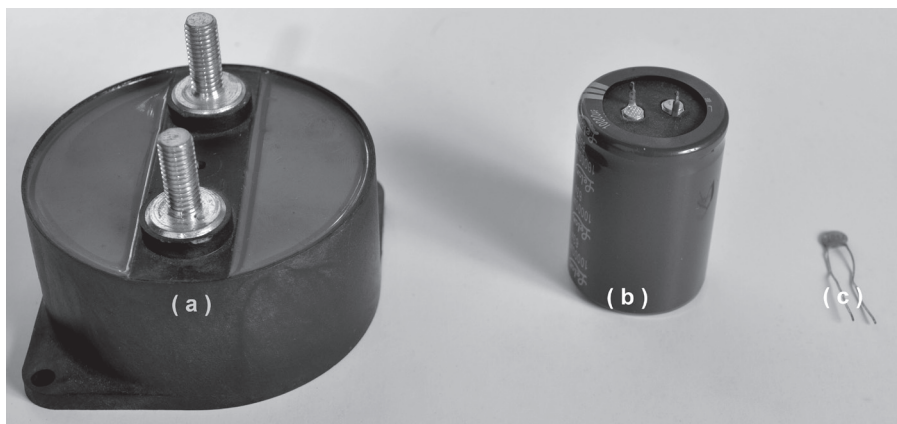


Fig. 1.12 Fotografias de alguns de condensadores de: (a) Filme metálico, (b) Eletrolítico e (c) Cerâmico

Os condensadores eletrolíticos fornecem uma elevada eficiência volumétrica (capacidade por unidade de volume) e uma boa relação custo/desempenho sendo, por isso, uma das tecnologias mais utilizadas, no entanto, possuem polaridade. Por este motivo, são essencialmente utilizados em aplicações DC ¹⁵, tais como, circuitos de telecomunicações, iluminação (lâmpadas estroboscópicas), balastros eletrônicos, em unidades de controlo, barramento DC de acionamentos eletromecatrônicos, fontes de alimentação comutadas (muito utilizadas em computadores), UPS ¹⁶, ferros de soldar, indústria informática (*motherboards*), equipamento médico (desfibriladores) e equipamento multimédia, entre outros.

Os condensadores de filme possuem um valor de capacidade muito preciso (a capacidade possui tolerâncias muito reduzidas) e que varia muito pouco com a temperatura; além disso, a corrente de fugas é muito pequena e não possuem polaridade. No entanto, são relativamente grandes, pesados e caros. As suas aplicações mais comuns são: filtros EMC ¹⁷, redes *snubber*¹⁸, UPS , circuitos de controlo do fator potência, balastros eletrônicos, barramento DC de variadores eletrônicos de velocidade¹⁹ (em particular quando são necessários elevados picos de corrente, como em tração elétrica), máquinas de lavar roupa e louça, frigoríficos, máquinas de secar roupa, aparelhos de ar condicionado, compressores elétricos, e circuitos de iluminação, entre outros.

Os condensadores cerâmicos são utilizados essencialmente em aplicações de alta frequência, devido às suas características não indutivas, especialmente, quando comparados com os condensadores eletrolíticos e de filme.

O símbolo utilizado na representação de um condensador pode ser observado na figura seguinte.



Fig. 1.13 Símbolo elétrico do condensador

1.3.4 Indutores

Os indutores, também designados por bobinas, são compostos por uma bobina de um fio condutor (como por exemplo cobre) e possuem a capacidade de armazenar energia sob a forma de um campo magnético.

Quando uma corrente elétrica percorre um fio condutor cria um campo magnético. Sempre que a corrente varia, o campo magnético induzido opõe-se à sua variação, induzindo uma tensão (v) que se opõe à variação da corrente di/dt que lhe deu origem:

$$v = L \times \frac{di}{dt} \quad (1.11)$$

¹⁵ DC – Direct current (corrente contínua) – o fluxo de eletrões possui sempre o mesmo sentido.

¹⁶ UPS – Uninterruptible Power Supply (fonte de alimentação ininterrupta) – Sistema de alimentação auxiliar que entra em funcionamento quando a fonte primária deixa de fornecer energia.

¹⁷ Filtros EMC – circuito elétrico cuja principal função consiste em reduzir a propagação e geração de energia eletromagnética.

¹⁸ Redes *snubber* – circuito elétrico cuja principal função consiste em reduzir a taxa de variação da tensão com o tempo em dispositivos de comutação (transístores).

¹⁹ Variadores eletrônicos de velocidade – também designados por conversores de frequência, são muito utilizados no arranque de motores de indução, a sua principal função consiste no controlo da velocidade de rotação de motores.

A indutância (L) mede a forma como o campo magnético reage às variações da corrente. Quando se enrola um fio condutor na forma de uma bobina o valor da indutância aumenta, sendo possível aumentar ainda mais este valor se o fio for enrolado em torno de um núcleo ferromagnético (Fig. 1.14a).

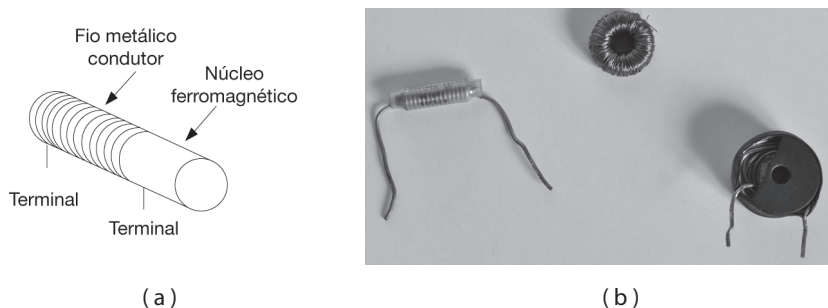


Fig. 1.14 Indutor: (a) esquema de uma bobina enrolada em torno de um núcleo ferromagnético e (b) fotos de alguns indutores

A unidade da indutância é o Henry (H). No caso de um indutor com uma indutância de $1 H$ ser sujeito a uma variação de corrente a uma taxa de $1 A$ por segundo, então será induzida uma tensão de $1 V$ aos seus terminais com o objetivo de se opor à variação inicial da corrente.

O valor da indutância aumenta com o número de espiras da bobine (N), pois permite aumentar a tensão induzida; com o raio de cada espira (A), pois permite passar mais linhas de fluxo magnético e com a permeabilidade magnética²⁰ do núcleo (μ_m) e diminui com a distância entre espiras (l) pois o fluxo é menos concentrado.

$$L = \mu_m \times \frac{N^2 \times A}{l} \quad (1.12)$$

O símbolo utilizado na representação de uma bobina pode ser observado na figura seguinte.



Fig. 1.15 Símbolo elétrico de um indutor

Contrariamente às resistências, as bobinas armazenam energia sob a forma de um campo magnético e são muito utilizadas em fontes de alimentação comutadas, em recetores e transmissores de sinais de rádio, em diversos filtros analógicos, entre outros circuitos eletrónicos.

Quando a corrente num indutor varia, induz-se um campo magnético cujo fluxo pode atravessar outro condutor vizinho, induzindo uma tensão neste outro condutor (Fig. 1.16).

²⁰ Permeabilidade magnética – constante magnética do meio e representa o grau de magnetização do meio, logo quanto menor for o seu valor menor será o campo magnético induzido.

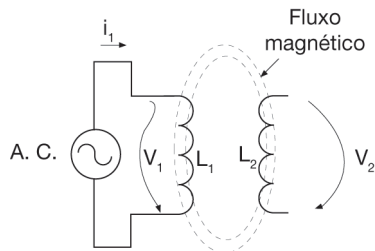


Fig. 1.16 Duas bobinas acopladas

O princípio descrito no parágrafo anterior permitiu o desenvolvimento do transformador.

A principal função dos transformadores consiste em transferir potência elétrica de um enrolamento para o outro sem que estes se encontrem fisicamente ligados, proporcionando um isolamento elétrico entre ambos os enrolamentos. Além disso, a relação entre o número de espiras de ambas bobinas permite aumentar ou reduzir a amplitude da tensão da fonte primária.

Suponha que a bobina L_1 da Fig. 1.16 se encontra ligada a uma fonte de tensão alternada que gera uma tensão sinusoidal, que a bobina L_2 se encontra ligada a uma resistência e que não existem quaisquer perdas, então a relação entre a tensão no enrolamento primário (L_1) e secundário (L_2) pode ser obtida através da equação:

$$\frac{v_{L1}}{v_{L2}} = \frac{N_1}{N_2} \quad (1.13)$$

onde v_{L1} , v_{L2} , N_1 e N_2 representam a tensão na bobina L_1 , a tensão na bobina L_2 , o número de espiras da bobina L_1 e o número de espiras da bobina L_2 .

Deste modo, é possível aumentar a tensão de saída se o número de espiras do enrolamento secundário (N_2) for superior ao número de espiras do enrolamento primário (N_1). Neste caso, se a tensão aumenta a corrente diminui na proporção inversa²¹, visto que a energia fornecida à carga não pode ser superior à energia fornecida pela fonte primária. Considerando novamente as perdas desprezáveis, então, a potência no enrolamento primário (p_{L1}) é igual à potência no enrolamento secundário (p_{L2}):

$$P_{L1} = P_{L2} \Rightarrow v_{L1} \times i_{L1} = v_{L2} \times i_{L2} \quad (1.14)$$

Através das equações (1.13) e (1.14), é possível obter a relação:

$$\begin{cases} i_{L1} = \frac{v_{L2} \times i_{L2}}{v_{L1}} \\ \frac{v_{L1}}{v_{L2}} = \frac{N_1}{N_2} \end{cases} \Rightarrow \frac{i_{L1}}{i_{L2}} = \frac{N_2}{N_1} \quad (1.15)$$

onde i_{L1} e i_{L2} representam as correntes no enrolamento primário e secundário do transformador.

²¹ Nota: O funcionamento do transformador requer que as formas de onda da corrente e da tensão sejam alternadas. Deste modo, quando se refere que a tensão/corrente aumentam, está-se a referir ao valor amplitude da onda (tipicamente sinusoidal).

1.4 Montagem de Circuitos em Série

Considera-se que um circuito possui todos os seus componentes ligados em série quando a corrente encontra apenas um caminho para circular (Fig. 1.17).

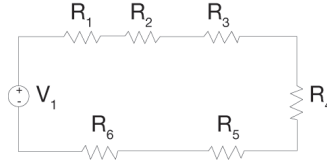


Fig. 1.17 Circuito cujos componentes se encontram todos em série

Pode-se, então, concluir que quando dois componentes estão ligados em série, a corrente que os atravessa terá que ser forçosamente a mesma.

Quando várias resistências são ligadas em série (Fig. 1.18), é possível determinar a resistência equivalente (R_{eq}), recorrendo à equação:

$$R_{eq} = \sum_{i=1}^N R_i = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + \dots + R_N \quad (1.16)$$



Fig. 1.18 Ligação de N resistências: (a) em série e (b) resistência equivalente

Quando vários condensadores são ligados em série (Fig. 1.19), é possível determinar a capacidade equivalente (C_{eq}), recorrendo à equação:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4} + \frac{1}{C_5} + \dots + \frac{1}{C_N} \quad (1.17)$$



Fig. 1.19 Ligação de N condensadores: (a) em série e (b) capacidade equivalente

Quando várias bobinas são ligadas em série (Fig. 1.20), é possível determinar a indutância equivalente (L_{eq}), recorrendo à equação:

$$L_{eq} = \sum_{i=1}^N L_i = L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 + \dots + L_N \quad (1.18)$$



Fig. 1.20 Ligação de N bobinas: (a) em série e (b) indutância equivalente

1.5 Divisor de Tensão

O circuito da Fig. 1.17 é equivalente a um circuito composto apenas por uma fonte de tensão ligada em série com uma resistência (Fig. 1.21).

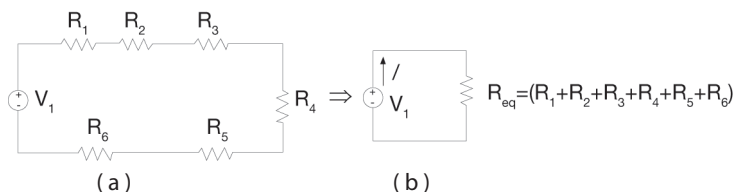


Fig. 1.21 Circuito composto por várias resistências ligadas em: (a) série e (b) circuito simplificado

Através da análise do circuito simplificado e recorrendo à lei de *Ohm* (1.6), é possível determinar a corrente que atravessa o circuito:

$$I = \frac{V_1}{R_{eq}} = \frac{V_1}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6} \quad (1.19)$$

Por outro lado, recorrendo novamente à lei de *Ohm*, é possível determinar a tensão aos terminais da resistência j , R_j :

$$V_j = R_j \times I \quad (1.20)$$

Utilizando ambas as equações (1.19) e (1.20), é possível obter a tensão aos terminais de uma qualquer resistência que se encontra num circuito compostos exclusivamente por resistências série e uma fonte de tensão igualmente em série, através da equação:

$$V_j = \frac{R_j \times V_1}{\sum_{i=1}^N R_i} \quad (1.21)$$

O circuito da Fig. 1.21 designa-se por um divisor de tensão, visto que a tensão fornecida pela fonte se subdivide por cada uma das resistências segundo a equação (1.21), em que:

$$V_1 = \sum_{j=1}^N V_j = R_1 \times I + R_2 \times I + R_3 \times I + R_4 \times I + R_5 \times I + R_6 \times I \quad (1.22)$$

Por esse motivo, a equação (1.21) é muitas vezes designada por fórmula do divisor de tensão.

Muitas vezes utiliza-se o termo «queda de tensão» ou «diferença de potencial» para descrever a tensão aos terminais de uma resistência, ou seja, a diferença entre a tensão no terminal A e B da resistência (Fig. 1.22). Para que a resistência seja atravessada por uma corrente é necessário que exista uma diferença de potencial entre os seus terminais, pois a tensão representa a energia por unidade de carga que permite que as cargas se movimentem. Segundo a convenção, a corrente deve deslocar-se no sentido dos potenciais decrescentes logo do terminal, cuja tensão é superior para o terminal cuja tensão é inferior.

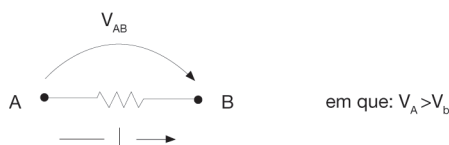


Fig. 1.22 Sentido convencional da corrente numa resistência com uma tensão aos seus terminais de valor V_{AB}

1.6 Montagem de Circuitos em Paralelo

Um circuito possui todos os seus componentes em paralelo se estes possuírem apenas dois terminais e ambos são comuns (Fig. 1.23).

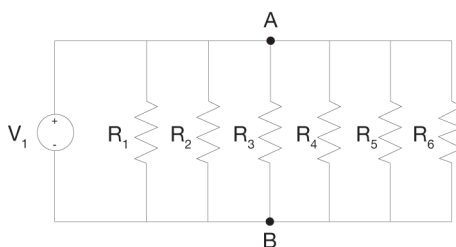


Fig. 1.23 Circuito cujos componentes se encontram todos em paralelo

Este tipo de ligação proporciona a mesma queda de tensão em cada um dos componentes.

Quando várias resistências são ligadas em paralelo (Fig. 1.24), é possível determinar a resistência equivalente (R_{eq}), recorrendo à equação:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \dots + \frac{1}{R_N} \quad (1.23)$$

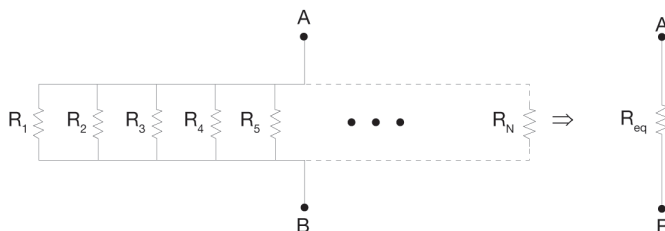


Fig. 1.24 Ligação de N resistências: (a) em paralelo e (b) resistência equivalente

Quando vários condensadores são ligados em paralelo (Fig. 1.25), é possível determinar a capacidade equivalente (C_{eq}), recorrendo à equação:

$$C_{eq} = \sum_{i=1}^N C_i = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + C_5 + \dots + C_N \quad (1.24)$$

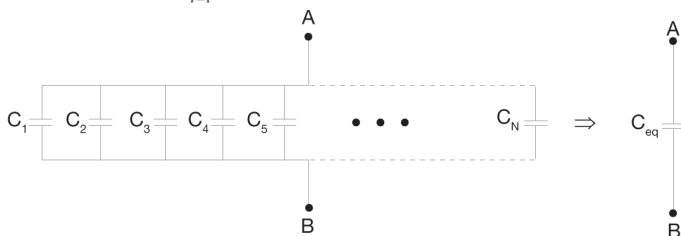


Fig. 1.25 Ligação de N condensadores: (a) em paralelo e (b) capacidade equivalente

Quando várias bobinas são ligadas em paralelo (Fig. 1.26), é possível determinar a indutância equivalente (L_{eq}), recorrendo à equação:

$$\frac{1}{L_{eq}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{L_i} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \frac{1}{L_4} + \frac{1}{L_5} + \dots + \frac{1}{L_N} \quad (1.25)$$

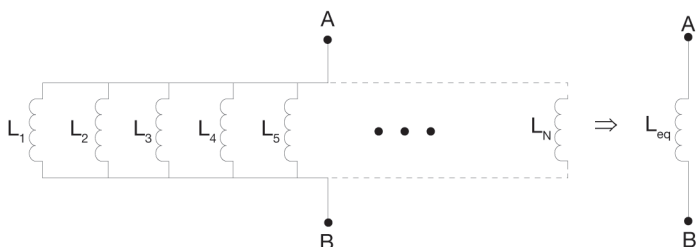


Fig. 1.26 Ligação de N bobinas: (a) em paralelo e (b) indutância equivalente

1.7 Divisor de Corrente

Considere o circuito da Fig. 1.27a, o qual é equivalente a um circuito composto apenas por uma fonte de tensão ligada em série com uma resistência (Fig. 1.27b).

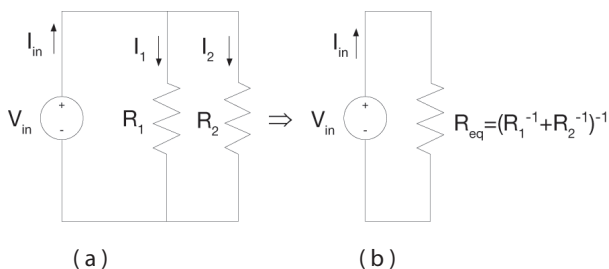


Fig. 1.27 Circuito: (a) composto por 2 resistências ligadas em paralelo e (b) simplificado

Através da análise do circuito anterior, é possível concluir que a tensão em cada uma das resistências é igual:

$$R_1 \times I_1 = R_2 \times I_2 = V_{in} \quad (1.26)$$

Além disso, é possível concluir que a corrente fornecida pela fonte de tensão (I_{in}) possui apenas dois possíveis caminhos para circular, logo:

$$I_{in} = I_1 + I_2 = \frac{V_{in}}{R_1} + \frac{V_{in}}{R_2} \quad (1.27)$$

Deste modo, utilizando as equações (1.26) e (1.27), é possível determinar a corrente nas resistências R_1 e R_2 em função de I_{in} .

Assim, no caso de R_1 , a corrente pode ser calculada através da equação:

$$\begin{cases} I_1 = I_{in} - I_2 \\ I_2 = \frac{I_1 \times R_1}{R_2} \end{cases} \Rightarrow I_1 = I_{in} - \frac{I_1 \times R_1}{R_2} \Rightarrow I_1 = \frac{I_{in}}{\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)} = \frac{I_{in} \times R_2}{(R_2 + R_1)} \quad (1.28)$$

Assim, no caso de R_2 , a corrente pode ser calculada através da equação:

$$\begin{cases} I_2 = I_{in} - I_1 \\ I_1 = \frac{I_2 \times R_2}{R_1} \end{cases} \Rightarrow I_2 = I_{in} - \frac{I_2 \times R_2}{R_1} \Rightarrow I_2 = \frac{I_{in}}{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)} = \frac{I_{in} \times R_1}{(R_2 + R_1)} \quad (1.29)$$

O circuito da Fig. 1.27a designa-se por divisor de corrente, visto que a corrente fornecida pela fonte se subdivide por cada uma das resistências R_1 e R_2 .

O circuito da Fig. 1.28 pode ser igualmente considerado um divisor de corrente.

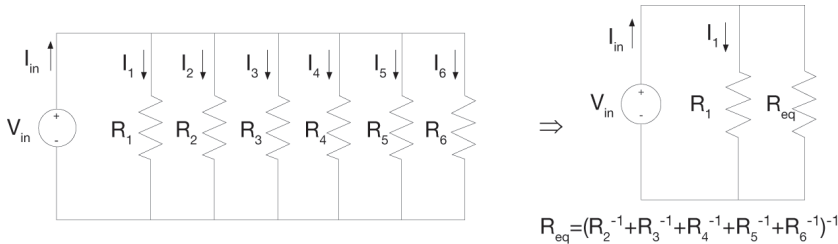


Fig. 1.28 Circuito composto por várias resistências ligadas em: (a) paralelo e (b) circuito simplificado

No entanto, para calcular a corrente numa determinada resistência, por exemplo em R_1 , é necessário obter a resistência equivalente das restantes (Fig. 1.28b).

Em seguida, utilizando a equação (1.28), é possível determinar I_1 :

$$I_1 = \frac{I_{in} \times R_{eq}}{(R_{eq} + R_1)} \quad (1.30)$$

1.8 Ligação de Resistências em Triângulo e Estrela

Para além de ligações em série e em paralelo, podem ainda distinguir-se mais dois tipos de ligações: ligação em triângulo e em estrela. A designação destas ligações deve-se à forma como os componentes estão ligados (Fig. 1.29).

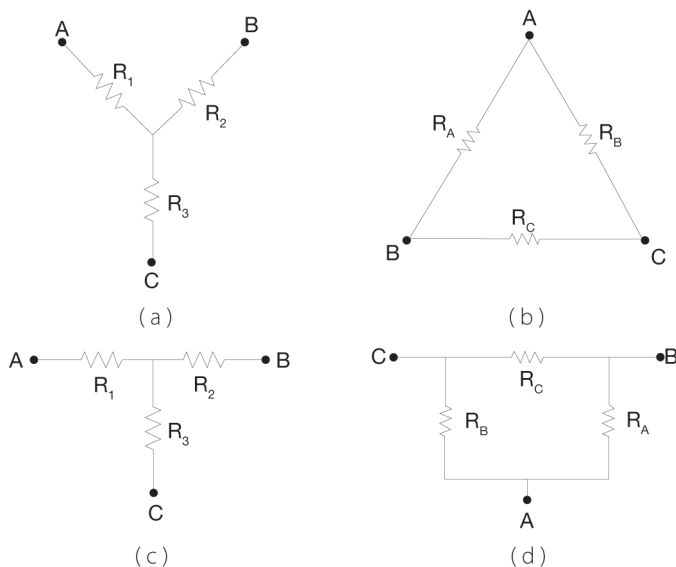


Fig. 1.29 Ligação de resistências em: (a) estrela, (b) em triângulo, (c) em T e (d) em π

Nesta secção serão apenas consideradas ligações em estrela e triângulo de circuitos resistivos.

A ligação em triângulo possui uma forma de um triângulo (Fig. 1.29b) e pode igualmente designar-se por ligação em π , pois o reposicionamento das resistências permite que estas possuam uma forma aproximada a esta letra grega (Fig. 1.29d). Já a ligação em estrela possui uma forma de uma estrela (Fig. 1.29a) e pode igualmente designar-se por ligação em T, pois o reposicionamento das resistências permite que estas possuam uma forma aproximada à letra T (Fig. 1.29c).

Por vezes, a simplificação de circuitos implica a conversão de um circuito com ligações em estrela para ligações em triângulo ou vice-versa.

Assim, caso se pretenda fazer a conversão de triângulo para estrela deve-se utilizar a regra:

- Qualquer resistência do novo circuito em estrela deve ser igual ao produto das resistências que se encontram nos dois lados adjacentes da ligação em triângulo a dividir por todas as resistências da ligação em triângulo (Fig. 1.30 e equações (1.31)).

$$\left\{ \begin{array}{l} R_1 = \frac{R_C \times R_B}{R_A + R_B + R_C} \\ R_2 = \frac{R_C \times R_A}{R_A + R_B + R_C} \\ R_3 = \frac{R_A \times R_B}{R_A + R_B + R_C} \end{array} \right. \quad (1.31)$$

Caso se pretenda fazer a conversão de estrela para triângulo deve-se utilizar a regra:

- Qualquer resistência do novo circuito em triângulo deve ser igual à soma de todas as resistências multiplicadas duas a duas da ligação em estrela, a dividir pela resistência que se encontra na posição oposta da ligação em estrela (Fig. 1.30 e equações (1.32)).

$$\left\{ \begin{array}{l} R_A = \frac{R_1 \times R_2 + R_1 \times R_3 + R_2 \times R_3}{R_1} \\ R_B = \frac{R_1 \times R_2 + R_1 \times R_3 + R_2 \times R_3}{R_2} \\ R_C = \frac{R_1 \times R_2 + R_1 \times R_3 + R_2 \times R_3}{R_3} \end{array} \right. \quad (1.32)$$

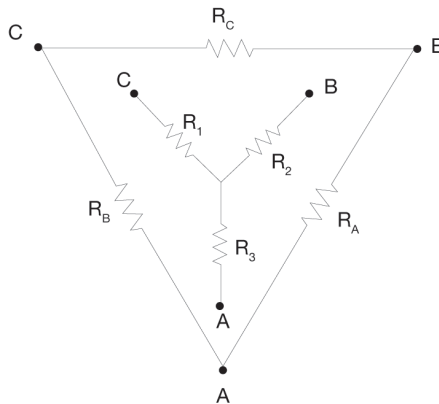


Fig. 1.30 Conversão triângulo-estrela e vice-versa

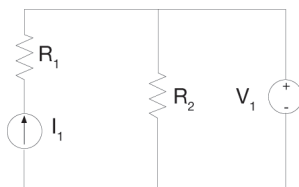
Exercício 1

Faça a conversão de cada um dos seguintes valores para as unidades indicadas, utilize potências de 10 se for necessário.

- 100000 mA (miliamperes) para A (ampere).
- 10 μ A (microamperes) para A (ampere).
- 0.01 μ A (microamperes) para mA (miliamperes).
- 1.5 M Ω (megaohms) para k Ω (kiloohms).
- 0.5 M Ω (megaohms) para Ω (Ohm).
- 0.0001 MV (megavolts) para V (Volts).

Exercício 2

Considere o circuito da figura seguinte:

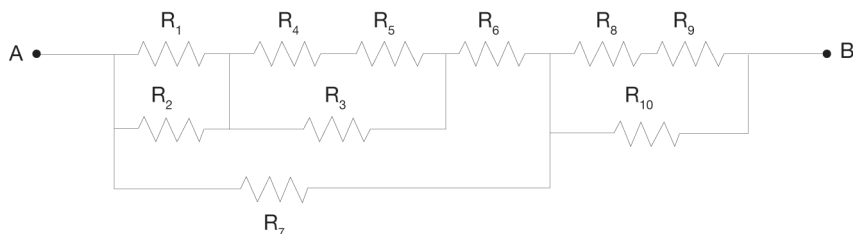


$$(R_1 = 1 \text{ k}\Omega, R_2 = 2 \text{ k}\Omega, I_1 = 10 \text{ mA e } V_1 = 10 \text{ V})$$

- Calcule o valor da corrente que atravessa a resistência R_1 .
- Calcule a queda de tensão aos terminais da resistência R_2 .
- Determine a corrente que atravessa a resistência R_2 .
- Determine a potência dissipada nas resistências R_1 e R_2 .

Exercício 3

Considere o circuito da figura seguinte:

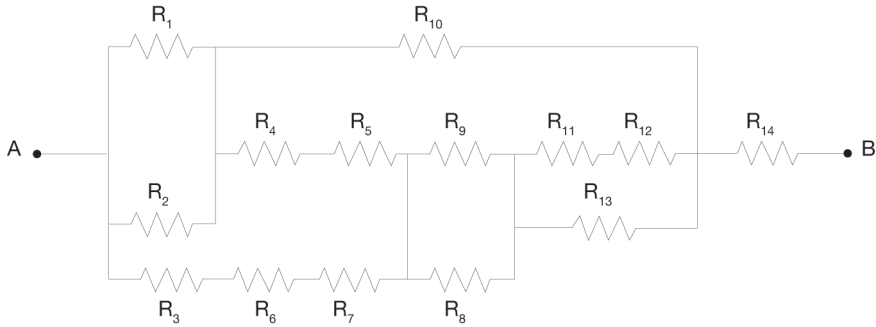


$$(R_1 = R_2 = 1 \text{ k}\Omega, R_3 = R_7 = R_{10} = 10 \text{ k}\Omega, R_4 = R_5 = R_8 = R_9 = 5 \text{ k}\Omega, R_6 = 4.5 \text{ k}\Omega)$$

- Indique que resistências se encontram em série.
- Indique que resistências se encontram em paralelo.
- Calcule a resistência equivalente.

Exercício 4

Considere o circuito da figura seguinte:



$$(R_1=R_2=R_3=R_4=R_5=R_6=R_7=R_8=R_{10}=R_{11}=R_{12}=R_{13}=R_{14}=1 \text{ k}\Omega \text{ e } R_9=0.5 \text{ k}\Omega)$$

- Indique que resistências se encontram em série.
- Indique que resistências se encontram em paralelo.
- Calcule a resistência equivalente.

Exercício 5

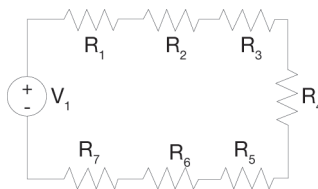
Considere uma resistência com o seguinte código de cores:

- 1.º Dígito – cor castanha.
- 2.º Dígito – cor verde.
- 3.º Dígito – cor vermelha.
- 4.º Dígito – cor dourada.

- Indique o valor nominal da resistência.
- Indique o valor da tolerância.
- Que valores reais poderá assumir a resistência.
- Suponha que a potência é de $\frac{1}{2} \text{ W}$, qual a corrente máxima que a pode percorrer.

Exercício 6

Considere o circuito da figura:

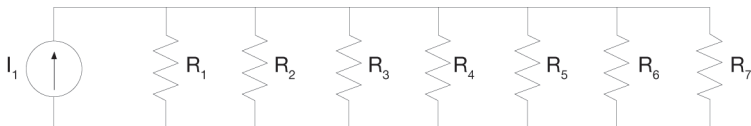


$$(R_1=R_2=R_3=R_4=1.25 \text{ k}\Omega, R_5=R_6=1 \text{ k}\Omega, R_7=3 \text{ k}\Omega \text{ e } V_1=10 \text{ V})$$

- Determine a tensão nas resistências R_2 e R_7 recorrendo à fórmula do divisor de tensão.
- Determine a corrente fornecida pela fonte de tensão.
- Determine potência fornecida pela fonte de tensão.
- Calcule a potência dissipada na resistência R_5 .

Exercício 7

Considere o circuito da figura:

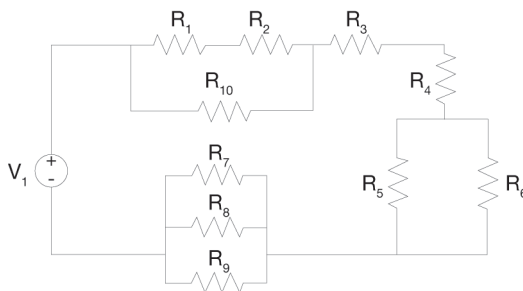


$$(R_1=R_2=R_3=R_4=4 \text{ k}\Omega, R_5=R_6=R_7=12 \text{ k}\Omega \text{ e } I_1=10 \text{ mA})$$

- Determine a corrente nas resistências R_2 e R_6 recorrendo à fórmula do divisor de corrente.
- Determine a tensão aos terminais da fonte de corrente.
- Determine potência fornecida pela fonte de corrente.
- Calcule a potência dissipada na resistência R_7 .

Exercício 8

Considere o circuito da figura:



$$(R_1=R_2=R_4=0.5 \text{ k}\Omega, R_3=1.5 \text{ k}\Omega, R_5=R_6=2 \text{ k}\Omega, R_7=R_8=R_9=6 \text{ k}\Omega, R_{10}=1 \text{ k}\Omega \text{ e } V_1=5.5 \text{ V})$$

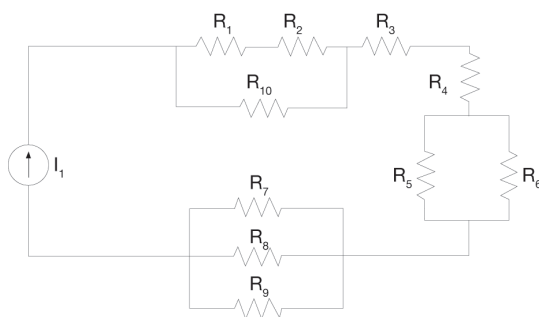
Na resposta às seguintes questões deve utilizar a lei de *Ohm*, a fórmula do divisor de tensão, a fórmula do divisor de corrente e o cálculo da resistência equivalente.

- Determine a potência fornecida por V_1 .
- Calcule a corrente que atravessa a resistência R_3 .
- Calcule a queda de tensão aos terminais da resistência R_3 .
- Calcule a corrente que atravessa a resistência R_2 .
- Calcule a queda de tensão na resistência R_5 .

- f) Calcule a queda de tensão na resistência R_2 .
- g) Calcule a corrente que atravessa a resistência R_7 .
- h) Calcule a potência dissipada na resistência R_6 .

Exercício 9

Considere o circuito da figura:



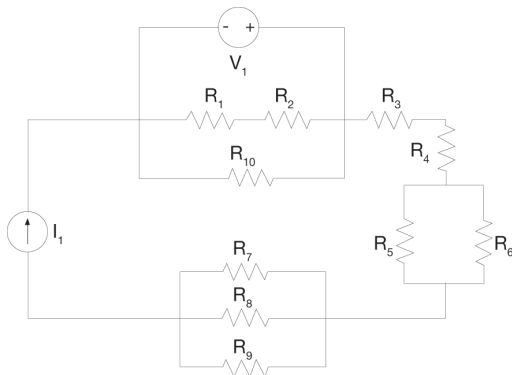
$$(R_1=R_2=R_4=0.5 \text{ k}\Omega, R_3=1.5 \text{ k}\Omega, R_5=R_6=2 \text{ k}\Omega, R_7=R_8=R_9=6 \text{ k}\Omega, R_{10}=1 \text{ k}\Omega \text{ e } I_1=2 \text{ mA})$$

Na resposta às seguintes questões utilize a lei de *Ohm*, a fórmula do divisor de corrente e o cálculo da resistência equivalente.

- a) Determine a potência fornecida por I_1 .
- b) Calcule a corrente que atravessa a resistência R_3 .
- c) Calcule a queda de tensão aos terminais da resistência R_3 .
- d) Calcule a corrente que atravessa a resistência R_2 .
- e) Calcule a queda de tensão na resistência R_5 .
- f) Calcule a queda de tensão na resistência R_2 .
- g) Calcule a corrente que atravessa a resistência R_7 .
- h) Calcule a potência dissipada na resistência R_6 .

Exercício 10

Considere o circuito da figura seguinte:



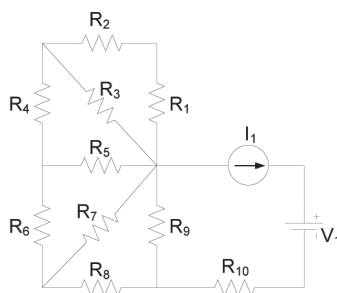
Na resposta às seguintes questões utilize a lei de *Ohm*, a fórmula do divisor de tensão, a fórmula do divisor de corrente e o cálculo da resistência equivalente.

$$(R_1=R_2=R_4=0.5 \text{ k}\Omega, R_3=1.5 \text{ k}\Omega, R_5=R_6=2 \text{ k}\Omega, R_7=R_8=R_9=6 \text{ k}\Omega, R_{10}=1 \text{ k}\Omega \text{ e } I_1=2 \text{ mA} \text{ e } V_1=2 \text{ V})$$

- Determine a potência fornecida por I_1 .
- Calcule a corrente que atravessa a resistência R_3 .
- Calcule a queda de tensão aos terminais da resistência R_3 .
- Calcule a corrente que atravessa a resistência R_2 .
- Calcule a queda de tensão na resistência R_5 .
- Calcule a queda de tensão na resistência R_2 .
- Calcule a corrente que atravessa a resistência R_7 .
- Calcule a potência dissipada na resistência R_6 .

Exercício 11

Considere o circuito da figura seguinte:



Em que:

- $R_1=R_2=R_4=R_6=R_8=R_9=R_{10}=10 \text{ k}\Omega$
- $R_3=R_5=R_7=20 \text{ k}\Omega$
- $I_1=1 \text{ mA}$ e $V_1=5 \text{ V}$

- Calcule a corrente que atravessa a resistência R_9 .
- Calcule a corrente que atravessa a resistência R_3 .
- Calcule a queda de tensão aos terminais da resistência R_3 .
- Calcule a queda de tensão aos terminais da resistência R_7 .

Exercício 12

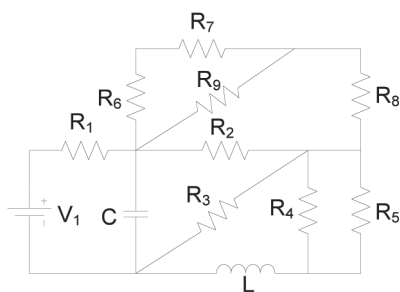
Considere o circuito da figura seguinte (o circuito encontra-se a operar em regime permanente – corrente contínua):

Em que:

→ $R_1=R_6=R_7=R_8=1\text{ k}\Omega$, $R_2=R_9=2\text{ k}\Omega$, $R_4=R_5=5\text{ k}\Omega$ e $R_3=10\text{ k}\Omega$

→ $V_1=24\text{ V}$

- Determine a potência fornecida pela fonte de tensão.
- Determine a potência dissipada na resistência R_2 .
- Determine a potência dissipada na resistência R_4 .



Exercício 1

- a) $100000 \text{ mA} = 10^5 \text{ mA} = 10^5 \times 10^{-3} \text{ A} = 10^2 \text{ A} = 100 \text{ A}$
 b) $10 \text{ } \mu\text{A} = 10 \times 10^{-6} \text{ A} = 10^{-5} \text{ A} = 0.00001 \text{ A}$.
 c) $0.01 \text{ } \mu\text{A} = 10^{-2} \times 10^{-3} \text{ mA} = 10^{-5} \text{ mA} = 0.00001 \text{ mA}$.
 d) $1.5 \text{ M}\Omega = 1.5 \times 10^3 \text{ k}\Omega = 1500 \text{ k}\Omega$.
 e) $0.5 \text{ M}\Omega = 0.5 \times 10^6 \Omega = 500000 \Omega$.
 f) $0.0001 \text{ MV} = 10^{-4} \text{ MV} = 10^{-4} \times 10^6 \text{ V} = 10^2 \text{ V} = 100 \text{ V}$

Exercício 2

- a) A corrente na resistência R_1 é imposta pela fonte de corrente I_1 , logo é de 10 mA .
 b) A queda de tensão aos terminais da resistência R_2 é imposta pela fonte de tensão V_1 , logo é de 10 V .
 c) Pela lei de *Ohm* é possível obter a corrente em R_2 :

$$I_{R2} = \frac{V_{R2}}{R_2} = \frac{10}{2 \text{ k}} = \frac{10}{2000} = 0.005 \text{ A} = 5 \text{ mA}$$

- d) A potência dissipada em R_2 pode ser calculada recorrendo à equação:

$$P_{R2} = V_{R2} \times I_{R2} = 10 \text{ V} \times 5 \text{ mA} = 10 \times 0.005 = 0.05 \text{ W} \text{ ou } P_{R2} = \frac{V_{R2}^2}{R_2} = \frac{10^2}{2000} = 0.05 \text{ W}$$

Relativamente a R_1 pode-se calcular a potência através da equação:

$$P_{R1} = R_1 \times (I_{R1})^2 = 1000 \times (0.01)^2 = 10^3 \times (10^{-2})^2 = 0.1 \text{ W}$$

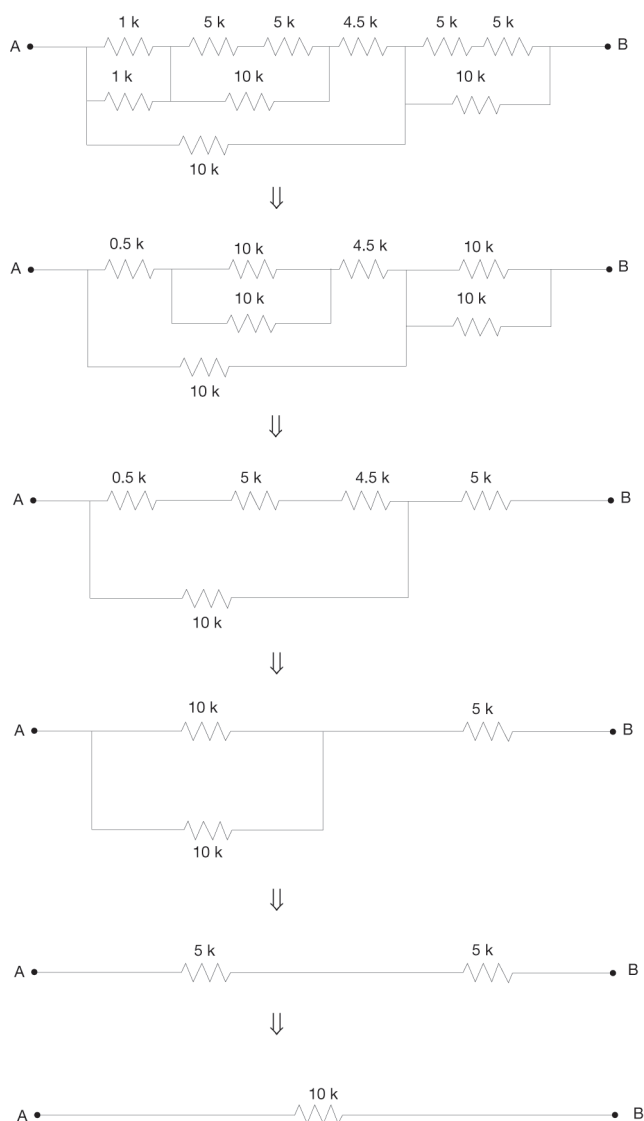
Exercício 3

- a) As resistências que se encontram em série são:
 $\rightarrow R_4 \text{ e } R_5$
 $\rightarrow R_8 \text{ e } R_9$
 b) As resistências que se encontram em paralelo são:
 $\rightarrow R_1 \text{ e } R_2$.
 c) Para obter a resistência equivalente é necessário efetuar a simplificação progressiva do circuito. Quando as resistências se encontram em série a resistência equivalente é calculada através da soma de todas as resistências. No entanto, se as resistências estiverem em paralelo utiliza-se a fórmula:

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i}$$

Deste modo, caso duas resistências de igual valor se encontrem em paralelo pode-se provar que a resistência equivalente é igual a metade do valor inicial das resistências (considere-se duas resistências de valor R em paralelo). Através da fórmula pode-se escrever:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{2}{R} \Rightarrow R_{eq} = \frac{R}{2}$$



Exercício 4

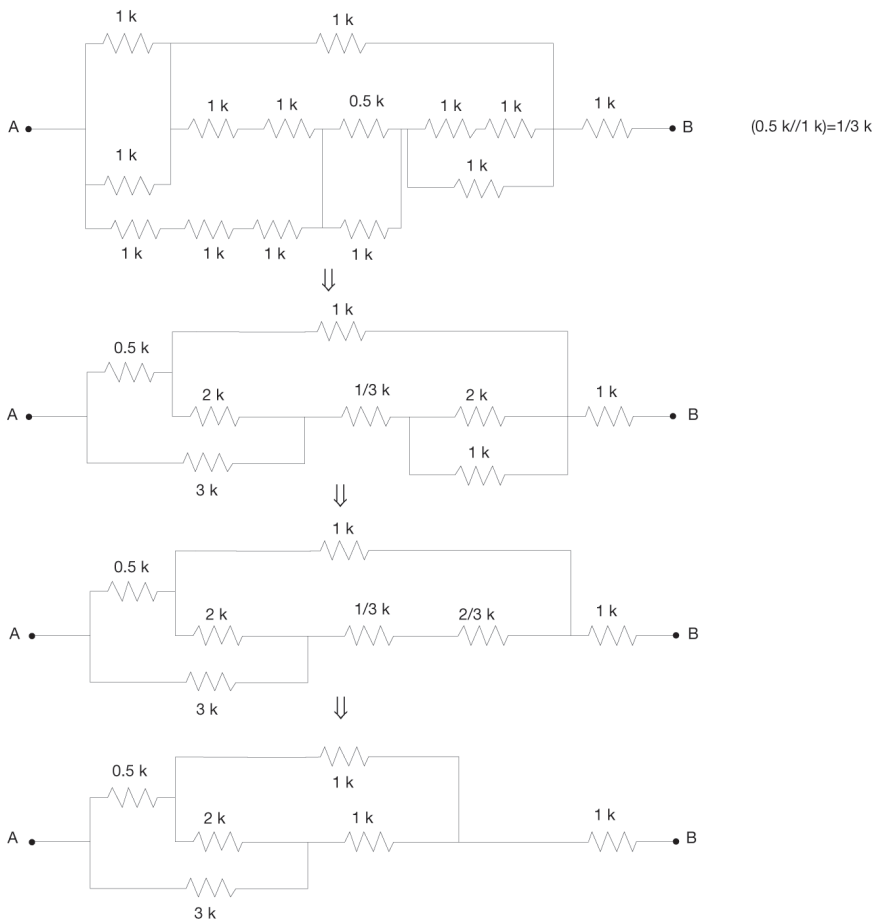
a) As resistências que se encontram em série são:

- R_4 e R_5 ,
- R_{11} e R_{12} ,
- R_3 , R_6 e R_7 .

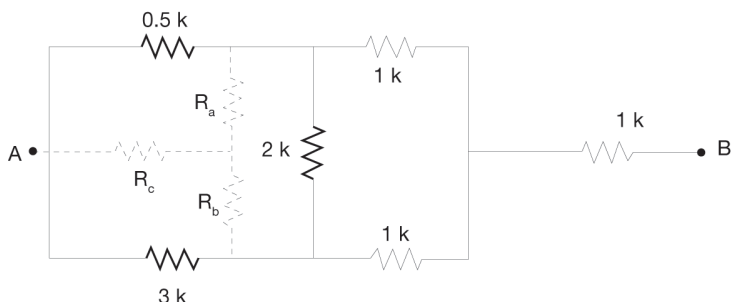
b) As resistências que se encontram em paralelo são:

- R_1 e R_2 ,
- R_8 e R_9 .

c) Para obter a resistência equivalente é necessário efetuar a simplificação progressiva do circuito.



O circuito simplificado deu origem a duas ligações em triângulo, como se pode observar na figura seguinte:

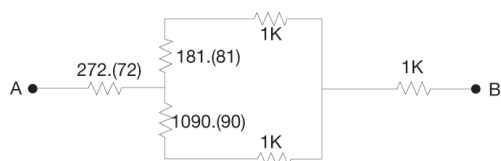


Considerando a ligação em triângulo do lado esquerdo é possível simplificá-la, substituindo as resistências identificadas a **bold** pelas resistências que se encontram representadas a tracejado. Para o efeito será realizada a conversão triângulo-estrela. (Qualquer resistência do novo circuito em estrela deve ser igual ao produto das resistências que se encontram nos dois lados adjacentes da ligação em triângulo a dividir por todas as resistências da ligação em triângulo).

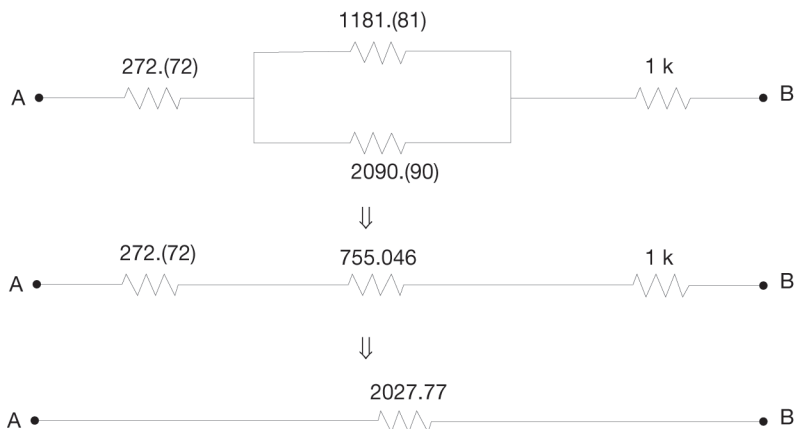
$$R_a = \frac{0.5k \times 2k}{0.5k + 2k + 3k} = \frac{1k^2}{5.5k} = 181.(81)\Omega$$

$$R_b = \frac{3k \times 2k}{0.5k + 2k + 3k} = \frac{6k^2}{5.5k} = 1090.(90)\Omega$$

$$R_c = \frac{3k \times 0.5k}{0.5k + 2k + 3k} = \frac{1.5k^2}{5.5k} = 272.(72)\Omega$$



Redesenhando o circuito anterior, obtém-se:



Exercício 5

Código de cores: (1.5 kΩ)

- i) 1.º Dígito – cor castanha.
- ii) 2.º Dígito – cor verde.
- iii) 3.º Dígito – cor vermelha.
- iv) 4.º Dígito – cor dourada.

a) O valor nominal da resistência pode ser obtido através do código de cores:

- 1.º Dígito = castanho \Rightarrow 1.º dígito do valor nominal = 1
- 2.º Dígito = verde \Rightarrow 2.º dígito do valor nominal = 5
- 3.º Dígito = vermelho \Rightarrow multiplicador = 10^2

Logo, o valor da resistência é de:

$$R_{\text{nominal}} = 15 \times 10^2 = 1500\Omega$$

b) O valor da tolerância é indicado pelo 4.º dígito

- 4.º Dígito = cor dourada \Rightarrow 10 %

c) O valor real da resistência poderá variar entre:

$$R_{\text{real}} \in [1500 \times 0.9, 1500 \times 1.1] \Rightarrow R_{\text{real}} \in [1350, 1650]\Omega$$

d) A corrente máxima que pode percorrer a resistência pode ser calculada recorrendo à fórmula da potência, desde que o valor máximo da potência seja conhecido ($\frac{1}{2}$ W).

$$\begin{cases} P_{\text{max}} = 0.5 \text{ W} \\ I_{\text{max}}^2 \times R = P_{\text{max}} \end{cases} \Leftrightarrow I_{\text{max}} = \sqrt{\frac{0.5}{1500}} = 0.018257 \text{ A} \cong 18.3 \text{ mA}$$

Exercício 6

a) A tensão nas resistências R_2 e R_7 :

$$\begin{cases} V_{R7} = \frac{R_7 \times V_1}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6 + R_7} = 3 \text{ V} \\ V_{R2} = \frac{R_2 \times V_1}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6 + R_7} = 1.25 \text{ V} \end{cases}$$

b) A corrente fornecida pela fonte de tensão é igual a:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6 + R_7} = 1 \text{ mA}$$

c) A potência fornecida pela fonte de tensão é igual a:

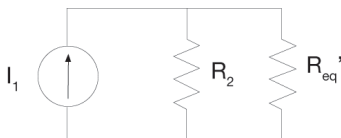
$$P_{V1} = -V_1 \times I_1 = -0.001 \times 10 = -10 \text{ mW}$$

d) A potência dissipada na resistência R_5 pode ser calculada da seguinte forma:

$$P_{R5} = R_5 \times (I_5)^2 = 10^3 \times (10^{-3})^2 = 10^{-3} \text{ W} = 1 \text{ mW}$$

Exercício 7

a) A corrente nas resistências R_2 e R_6 pode ser calculada recorrendo à fórmula do divisor de corrente. Assim, no que respeita à resistência R_2 :



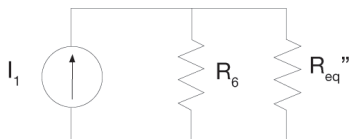
$$\begin{cases} I_{R2} = \frac{R_{eq}'}{R_{eq}' + R_2} \times I_1 \\ R_{eq}' = R_1 // R_3 // R_4 // R_5 // R_6 // R_7 \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}'} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_7} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} I_{R2} = \frac{R_{eq}'}{R_{eq}' + R_2} \times I_1 \\ \frac{1}{R_{eq}'} = \frac{1}{4k} + \frac{1}{4k} + \frac{1}{4k} + \frac{1}{12k} + \frac{1}{12k} + \frac{1}{12k} \Rightarrow R_{eq}' = 1k \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_{R2} = \frac{1k}{1k + 4k} \times 10 \text{ mA} \Rightarrow I_{R2} = 2 \text{ mA}$$

Os caracteres // simbolizam o paralelo.

No que respeita à resistência R_6 :



$$\begin{cases} I_{R6} = \frac{R_{eq}''}{R_{eq}'' + R_6} \times I_1 \\ R_{eq}' = R_1 // R_2 // R_3 // R_4 // R_5 // R_7 \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}'} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_7} \Rightarrow \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_{R6} = \frac{R_{eq}''}{R_{eq}'' + R_6} \times I_1 \\ \frac{1}{R_{eq}''} = \frac{1}{4k} + \frac{1}{4k} + \frac{1}{4k} + \frac{1}{4k} + \frac{1}{12k} + \frac{1}{12k} \Rightarrow R_{eq}'' = 857.143 \Omega \end{cases} \Rightarrow$$

$$I_{R6} = \frac{857.143}{857.143 + 12000} \times 10 \text{ mA} = 0.6(6) \text{ mA}$$

b) A tensão aos terminais da fonte de corrente é igual à tensão aos terminais das resistências R_2 ou R_6 , logo:

$$V_{R1} = V_{R2} = V_{R6} = 2 \times 10^{-3} \times 4 \times 10^3 = 0.66(6) \times 10^{-3} \times 12 \times 10^3 = 8 \text{ V}$$

c) A potência fornecida pela fonte de corrente é de:

$$P_{R1} = -V_{R1} \times I_1 = (-8) \times 10 \times 10^{-3} = -80 \text{ mW}$$

d) A potência dissipada na resistência R_1 é de:

$$P_{R1} = R_1 \times (I_1)^2 = 4000 \times (2 \times 10^{-3})^2 = 16 \text{ mW}$$

Exercício 8

a) Para calcular a potência fornecida por V_1 é necessário conhecer o valor da corrente fornecida pela fonte, para o efeito será calculada a resistência equivalente:

$$\begin{aligned} R_{eq} &= ((R_1 + R_2) // R_{10}) + R_3 + R_4 + (R_5 // R_6) + (R_7 // R_8 // R_9) \Rightarrow \\ R_{eq} &= \left(\frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_{10}} \right)^{-1} + R_3 + R_4 + \left(\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} \right)^{-1} + \left(\frac{1}{R_7} + \frac{1}{R_8} + \frac{1}{R_9} \right)^{-1} \Rightarrow \\ R_{eq} &= \left(\frac{1}{0.5k + 0.5k} + \frac{1}{1k} \right)^{-1} + 1.5k + 0.5k + \left(\frac{1}{2k} + \frac{1}{2k} \right)^{-1} + \left(\frac{1}{6k} + \frac{1}{6k} + \frac{1}{6k} \right)^{-1} \Rightarrow \\ R_{eq} &= 5.5 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

Logo, a corrente é igual a:

$$I_{V1} = \frac{5.5}{5.5k} = 1 \text{ mA}$$

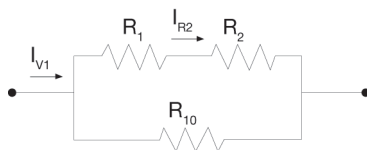
e a potência fornecida por V_1 é igual a:

$$P_{V1} = V_1 \times (-I_{V1}) = 5.5 \times (-1 \times 10^{-3}) = -5.5 \text{ mW}$$

- b) A corrente que atravessa a resistência R_3 é a mesma que é fornecida pela fonte, visto que esta resistência se encontra em série com a fonte, logo é de 1 mA.
- c) A queda de tensão aos terminais da resistência R_3 pode ser calculada através da lei de Ohm, pois o valor da corrente que atravessa R_3 foi determinado na alínea anterior, assim:

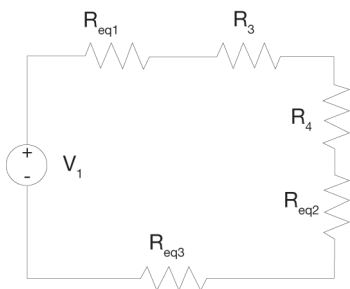
$$V_{R3} = R_3 \times I_{V1} = 1.5k \times (1 \times 10^{-3}) = 1.5 \text{ V}$$

- d) Para calcular a corrente que atravessa a resistência R_2 iremos recorrer à fórmula do divisor de corrente:



$$I_{R2} = \frac{R_{10}}{R_1 + R_2 + R_{10}} \times I_{V1} = \frac{1000}{500 + 500 + 1000} \times 1 \text{ mA} = 0.5 \text{ mA}$$

- e) A queda de tensão na resistência R_5 pode ser obtida através da fórmula do divisor de tensão, sendo, no entanto, necessário obter as resistências equivalentes de cada um dos ramos que se encontra em paralelo:



$$\begin{cases} R_{eq1} = \left(\frac{1}{0.5k + 0.5k} + \frac{1}{1k} \right)^{-1} = 0.5 \text{ k}\Omega \\ R_{eq2} = \left(\frac{1}{2k} + \frac{1}{2k} \right)^{-1} = 1 \text{ k}\Omega \\ R_{eq3} = \left(\frac{1}{6k} + \frac{1}{6k} + \frac{1}{6k} \right)^{-1} = 2 \text{ k}\Omega \end{cases}$$

Deste modo, recorrendo à fórmula do divisor de tensão é possível calcular a tensão em R_{eq2} que é igual à queda de tensão em R_5 .

$$V_{R5} = V_{Req2} = \frac{R_{eq2}}{R_{eq1} + R_3 + R_4 + R_{eq2} + R_{eq3}} \times V_1 = \frac{1000}{500 + 1500 + 500 + 1000 + 2000} \times 5.5 = 1 \text{ V}$$

- f) A queda de tensão aos terminais da resistência R_2 pode ser calculada através da lei de *Ohm*, visto que o valor da corrente que a atravessa foi determinado na alínea d, assim:

$$V_{R2} = R_2 \times I_{R2} = 0.5k \times (0.5 \times 10^{-3}) = 0.25 V = 250 mV$$

- g) A corrente que atravessa a resistência R_7 pode ser calculada recorrendo à fórmula do divisor de tensão e à lei de *Ohm*. Assim, primeiro calcula-se a tensão em R_{eq3} :

$$V_{R7} = V_{Req3} = \frac{R_{eq3}}{R_{eq1} + R_3 + R_4 + R_{eq2} + R_{eq3}} \times V_1 = \frac{2000}{500 + 1500 + 500 + 1000 + 2000} \times 5.5 = 2 V$$

Em seguida, é possível calcular a corrente na resistência R_7 através da lei de *Ohm*:

$$I_{R7} = \frac{V_{R7}}{R_7} = \frac{2}{6000} = 0.3(3) mA = 333.(3) \mu A$$

- h) A potência dissipada na resistência R_6 pode ser calculada através de uma das fórmulas:

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{R6} = \frac{V_{R6}}{R_6} = \frac{V_{R5}}{R_6} = \frac{1}{2000} = 0.5 \times 10^{-3} A \\ P_{R6} = R_6 \times (I_{R6})^2 = 2000 \times (0.5 \times 10^{-3})^2 = 0.5 mW \\ P_{R6} = V_{R6} \times I_{R6} = V_{R5} \times I_{R6} = 1 \times 0.5 \times 10^{-3} = 0.5 mW \\ P_{R6} = \frac{V_{R6}^2}{R_6} = \frac{V_{R5}^2}{R_6} = \frac{1}{2000} = 0.5 mW \end{array} \right.$$

Exercício 9

- a) A potência fornecida por I_1 pode ser obtida após calcular a resistência equivalente, a qual é igual à resistência equivalente do exercício anterior, assim a potência fornecida pela fonte é de:

$$P_{I1} = -R_{eq} \times (I_1)^2 = -5.5k \times (2 \times 10^{-3})^2 = -22 mW$$

- b) Como a resistência R_3 encontra-se em série com a fonte de corrente, a corrente que a atravessa é igual à corrente fornecida pela fonte, ou seja, é de 2 mA.
c) A queda de tensão aos terminais da resistência R_3 pode ser calculada recorrendo à lei de *Ohm*:

$$V_{R3} = R_3 \times I_1 = 1.5k \times 2 \times 10^{-3} = 3 V$$

- d) A corrente que atravessa a resistência R_2 pode ser obtida através da fórmula do divisor de corrente:

$$I_{R2} = \frac{R_{I0}}{R_1 + R_2 + R_{I0}} \times I_1 = \frac{1000}{500 + 500 + 1000} \times 2 mA = 1 mA$$

- e) A queda de tensão na resistência R_5 pode ser calculada através da lei de *Ohm*. No entanto, primeiro é necessário calcular a corrente que a percorre, o que pode ser conseguido através da fórmula do divisor de corrente:

$$I_{R5} = \frac{R_6}{R_5 + R_6} \times I_1 = \frac{2000}{2000 + 2000} \times 2 \text{ mA} = 1 \text{ mA}$$

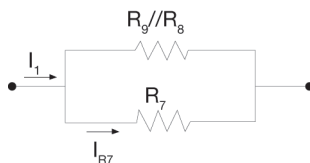
A queda de tensão na resistência R_5 é igual a:

$$V_{R5} = I_{R5} \times R_5 = 10^{-3} \times 2000 = 2 \text{ V}$$

- f) A queda de tensão na resistência R_2 é igual a

$$V_{R2} = R_2 \times I_{R2} = 500 \times 10^{-3} = 0.5 \text{ V}$$

- g) A corrente que atravessa a resistência R_7 pode ser obtida através da fórmula do divisor de corrente:



$$I_{R7} = \frac{R_8 // R_9}{R_8 // R_9 + R_7} \times I_1 = \frac{\left(\frac{1}{6000} + \frac{1}{6000} \right)^{-1}}{\left(\frac{1}{6000} + \frac{1}{6000} \right)^{-1} + 6000} \times 2 \text{ mA} = 0.6(6) \text{ mA}$$

- h) Para calcular a potência dissipada na resistência R_6 é necessário antes de mais determinar a corrente em R_6 , o que pode ser obtido através da fórmula do divisor de corrente:

$$I_{R6} = \frac{R_5}{R_5 + R_6} \times I_1 = \frac{2000}{2000 + 2000} \times 2 \text{ mA} = 1 \text{ mA}$$

Logo, a potência é igual a:

$$\begin{cases} P_{R6} = R_6 \times (I_{R6})^2 = 2000 \times (10^{-3})^2 = 2 \text{ mW} \\ P_{R6} = V_{R6} \times I_{R6} = V_{R5} \times I_{R6} = 2 \times 10^{-3} = 2 \text{ mW} \\ P_{R6} = \frac{V_{R6}^2}{R_6} = \frac{V_{R5}^2}{R_6} = \frac{2^2}{2000} = 2 \text{ mW} \end{cases}$$

Exercício 10

- a) Para calcular a potência fornecida por I_1 , é necessário calcular a tensão aos terminais da fonte de corrente, a qual é igual à soma de todas as quedas de tensão ao longo do circuito:

$$\begin{aligned} V_{I1} &= -V1 + R_3 \times I_1 + R_4 \times I_1 + (R_5 // R_6) \times I_1 + (R_7 // R_8 // R_9) \times I_1 \Rightarrow \\ V_{I1} &= -2 + \left(1.5k + 500 + \left(\frac{1}{2000} + \frac{1}{2000} \right)^{-1} + \left(\frac{1}{6000} + \frac{1}{6000} + \frac{1}{6000} \right)^{-1} \right) \times 2 \times 10^{-3} \Rightarrow \\ V_{I1} &= 8 \text{ V} \end{aligned}$$

Logo, a potência fornecida é de:

$$P_{I1} = -V_{I1} \times I_1 = -16 \text{ mW}$$

- b) A corrente que atravessa a resistência R_3 é igual à corrente fornecida pela fonte, visto que R_3 se encontra em série com a fonte, logo é de 2 mA .
 c) A queda de tensão aos terminais da resistência R_3 pode ser calculada através da lei de *Ohm*:

$$V_{R3} = R_3 \times I_1 = 1500 \times 2 \times 10^{-3} = 3 \text{ V}$$

- d) A corrente que atravessa a resistência R_2 pode ser obtida recorrendo à lei de *Ohm*:

$$I_{R2} = \frac{-V_1}{R_1 + R_2} = \frac{-2}{0.5k + 0.5k} = -2 \text{ mA (sentido } \rightarrow \text{)}$$

- e) A queda de tensão na resistência R_5 pode ser calculada após determinar a corrente que a atravessa, que por sua vez pode ser obtida através da fórmula do divisor de corrente:

$$I_{R5} = \frac{R_6}{R_5 + R_6} \times I_1 = \frac{2000}{2000 + 2000} \times 2 \text{ mA} = 1 \text{ mA}$$

A queda de tensão na resistência R_5 é igual a:

$$V_{R5} = I_{R5} \times R_5 = 10^{-3} \times 2000 = 2 \text{ V}$$

- f) A queda de tensão na resistência R_2 pode ser calculada através da lei de *Ohm*:

$$V_{R2} = R_2 \times I_{R2} = 500 \times (-2 \text{ mA}) = -1 \text{ V (sentido } \rightarrow \text{)}$$

Pode-se, no entanto, recorrer à fórmula do divisor de tensão, visto que R_2 e R_1 se encontram em série e ligadas a uma fonte de tensão:

$$V_{R_2} = \frac{R_2}{R_2 + R_1} \times (-2) = \frac{0.5k}{0.5k + 0.5k} \times (-2) = -1 \text{ V (sentido } \rightarrow \text{)}$$

g) A corrente que atravessa a resistência R_7 pode ser calculada através da fórmula do divisor de corrente:

$$I_{R_7} = \frac{R_8 // R_9}{R_7 + R_8 // R_9} \times I_1 = \frac{3000}{6000 + 3000} \times 2 \text{ mA} = 0.6(6) \text{ mA}$$

h) Para calcular a potência dissipada na resistência R_6 é necessário determinar a corrente que a atravessa. Para tal, será utilizada a fórmula do divisor de corrente:

$$I_{R_6} = \frac{R_5}{R_6 + R_5} \times I_1 = \frac{2000}{2000 + 2000} \times 2 \text{ mA} = 1 \text{ mA}$$

Logo, a potência de perdas é de:

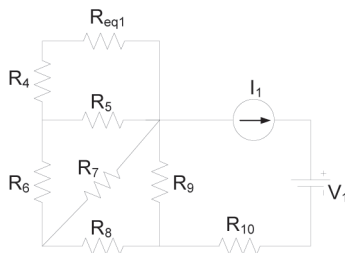
$$P_{R_6} = I_{R_6}^2 \times R_6 = 0.001^2 \times 2000 = 2 \text{ mW}$$

Exercício 11

a) Calcule a corrente que atravessa a resistência R_9 .

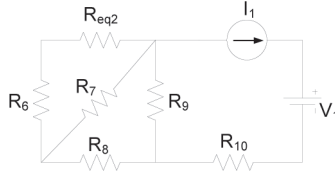
Primeiro importa simplificar o circuito. Deste modo, como as resistências R_1 e R_2 estão em série, e atendendo que a resistência delas resultante está em paralelo com R_3 , obtém-se o seguinte circuito equivalente (circuito simplificado 1):

$$R_{eq1} = (R_1 + R_2) // R_3 = (10 \text{ k} + 10 \text{ k}) // 20 \text{ k} = 20 \text{ k} // 20 \text{ k} = 10 \text{ k}\Omega$$



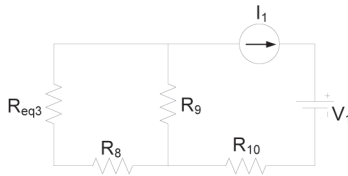
O circuito anterior pode ser ainda mais simplificado, pois as resistências R_{eq1} e R_4 estão em série, sendo que a resistência resultante está em paralelo com R_5 . Obtém-se, assim, o seguinte circuito equivalente (circuito simplificado 2):

$$R_{eq2} = (R_{eq1} + R_4) // R_5 = (10\text{ k} + 10\text{ k}) // 20\text{ k} = 20\text{ k} // 20\text{ k} = 10\text{ k}\Omega$$



Por sua vez, o circuito anterior pode ser igualmente simplificado, pois as resistências R_{eq2} e R_6 estão em série, sendo que a resistência resultante está em paralelo com R_7 . Deste modo, obtém-se o seguinte circuito equivalente (circuito simplificado 3):

$$R_{eq3} = (R_{eq2} + R_6) // R_7 = (10\text{ k} + 10\text{ k}) // 20\text{ k} = 20\text{ k} // 20\text{ k} = 10\text{ k}\Omega$$



A partir do circuito anterior é possível calcular a corrente na resistência R_9 recorrendo à fórmula do divisor de corrente.

$$I_{R9} = \frac{(R_{eq3} + R_8)}{(R_{eq3} + R_8) + R_9} \times I_1 = \frac{(10\text{ k} + 10\text{ k})}{(10\text{ k} + 10\text{ k}) + 10\text{ k}} \times 1\text{ m} = 0.6(6)\text{ mA (sentido } \uparrow)$$

b) Calcule a corrente que atravessa a resistência R_5 .

A corrente na resistência R_5 pode ser determinada recorrendo à fórmula do divisor de corrente (circuito simplificado 1). No entanto, primeiro é necessário calcular a corrente na resistência R_6 (circuito simplificado 2), a qual pode ser determinada após o apuramento do valor da corrente na resistência R_8 (circuito simplificado 3).

Assim, primeiramente calcula-se a corrente na resistência R_8 . Para o efeito, será utilizada a fórmula do divisor de corrente a qual será aplicada ao circuito simplificado 3.

$$I_{R8} = \frac{R_9}{(R_{eq3} + R_8) + R_9} \times I_1 = \frac{(10\text{ k})}{(10\text{ k} + 10\text{ k}) + 10\text{ k}} \times 1\text{ m} = 0.3(3)\text{ mA (sentido } \leftarrow)$$

Em seguida, será calculada a corrente na resistência R_6 , sendo utilizada igualmente a fórmula do divisor de corrente aplicada, no entanto, ao circuito simplificado 2.

$$I_{R6} = \frac{R_7}{(R_{eq2} + R_6) + R_7} \times I_{R8} = \frac{(20 \text{ k})}{(10 \text{ k} + 10 \text{ k}) + 20 \text{ k}} \times 0.3(3) \text{ m} = 0.1(6) \text{ mA} (\text{sentido } \uparrow)$$

Finalmente, utilizando circuito simplificado 1 conjuntamente com a fórmula do divisor de corrente, obtém-se:

$$I_{R5} = \frac{(R_{eq1} + R_4)}{(R_{eq1} + R_4) + R_5} \times I_{R6} = \frac{(10 \text{ k} + 10 \text{ k})}{(10 \text{ k} + 10 \text{ k}) + 20 \text{ k}} \times 0.1(6) \text{ m} = 0.08(3) \text{ mA} (\text{sentido } \rightarrow)$$

- c) Calcule a queda de tensão aos terminais da resistência R_3 .

A queda de tensão na resistência R_3 pode ser calculada recorrendo à lei de *Ohm*, sendo, no entanto, necessário conhecer primeiramente a corrente que a atravessa, I_{R3} .

Através da análise do circuito original (enunciado) pode concluir-se que a corrente na resistência R_3 pode ser calculada através da fórmula do divisor de corrente. No entanto, para o efeito, é necessário conhecer o valor da corrente na resistência R_4 .

A corrente na resistência R_4 pode ser calculada através da fórmula do divisor de corrente e recorrendo ao circuito simplificado 1.

$$I_{R4} = \frac{R_5}{(R_{eq1} + R_4) + R_5} \times I_{R6} = \frac{20 \text{ k}}{(10 \text{ k} + 10 \text{ k}) + 20 \text{ k}} \times 0.1(6) \text{ m} = 0.08(3) \text{ mA} (\text{sentido } \uparrow)$$

A corrente na resistência R_3 pode ser calculada da seguinte forma:

$$I_{R3} = \frac{(R_1 + R_2)}{(R_1 + R_2) + R_3} \times I_{R4} = \frac{(10 \text{ k} + 10 \text{ k})}{(10 \text{ k} + 10 \text{ k}) + 20 \text{ k}} \times 0.08(3) \text{ m} = 0.041(6) \text{ mA} (\text{sentido } \searrow)$$

Desta forma, a queda de tensão na resistência R_3 será de:

$$V_{R3} = R_3 \times I_{R3} = 20 \text{ k} \times 0.041(6) \text{ m} = 0.8(3) \text{ V} (\text{sentido } \searrow)$$

- d) Calcule a queda de tensão aos terminais da resistência R_1 .

A queda de tensão na resistência R_1 pode ser calculada recorrendo à fórmula do divisor de tensão:

$$V_{R1} = \frac{R_1 \times V_{R3}}{R_1 + R_2} = \frac{10 \text{ k} \times 0.8(3)}{10 \text{ k} + 10 \text{ k}} = 0.41(6) \text{ V} (\text{sentido } \downarrow)$$

Exercício 12

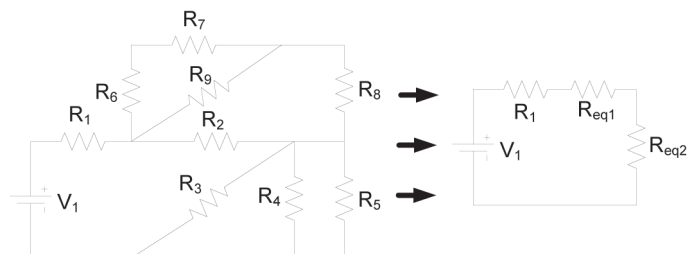
a) Determine a potência fornecida pela fonte de tensão.

O circuito apresentado está a operar em regime permanente, o que significa que a bobina se comporta como um curto-circuito e o condensador como um circuito aberto, como se pode concluir a partir das equações:

$$\therefore i_C = C \times \frac{dv_C}{dt} \Rightarrow v_C = DC \Rightarrow \frac{dv_C}{dt} = 0 \Rightarrow i_C = 0 \Rightarrow (\text{comporta-se como um circuito aberto})$$

$$\therefore v_L = L \times \frac{di_L}{dt} \Rightarrow i_L = DC \Rightarrow \frac{di_L}{dt} = 0 \Rightarrow v_L = 0 \Rightarrow (\text{comporta-se como um curto circuito})$$

Desta forma, o circuito apresentado pode ser simplificado da seguinte forma:



As resistências R_{eq1} e R_{eq2} podem ser calculadas da seguinte forma:

$$R_{eq1} = ((R_6 + R_7) // R_9 + R_2) // R_8 = ((1\text{ k} + 1\text{ k}) // 2\text{ k} + 1\text{ k}) // 2\text{ k} = 1\text{ k}\Omega$$

$$R_{eq2} = R_3 // R_4 // R_5 = 10\text{ k} // 5\text{ k} // 5\text{ k} = 2\text{ k}\Omega$$

A resistência total é igual a:

$$R_{eqT} = R_1 + R_{eq1} + R_{eq2} = 1\text{ k}\Omega + 1\text{ k}\Omega + 2\text{ k}\Omega = 4\text{ k}\Omega$$

Logo, a corrente fornecida pela fonte é igual a:

$$I_{V1} = \frac{V_1}{R_{eqT}} = \frac{24}{4\text{ k}\Omega} = 6\text{ mA}$$

Finalmente, é possível calcular a corrente fornecida pela fonte:

$$P_{V1} = -V_1 \times I_{V1} = -24 \times 6\text{ mA} = -144\text{ mW}$$



- b) Determine a potência dissipada na resistência R_2 .

A tensão aos terminais da resistência R_2 pode ser calculada recorrendo à fórmula do divisor de tensão:

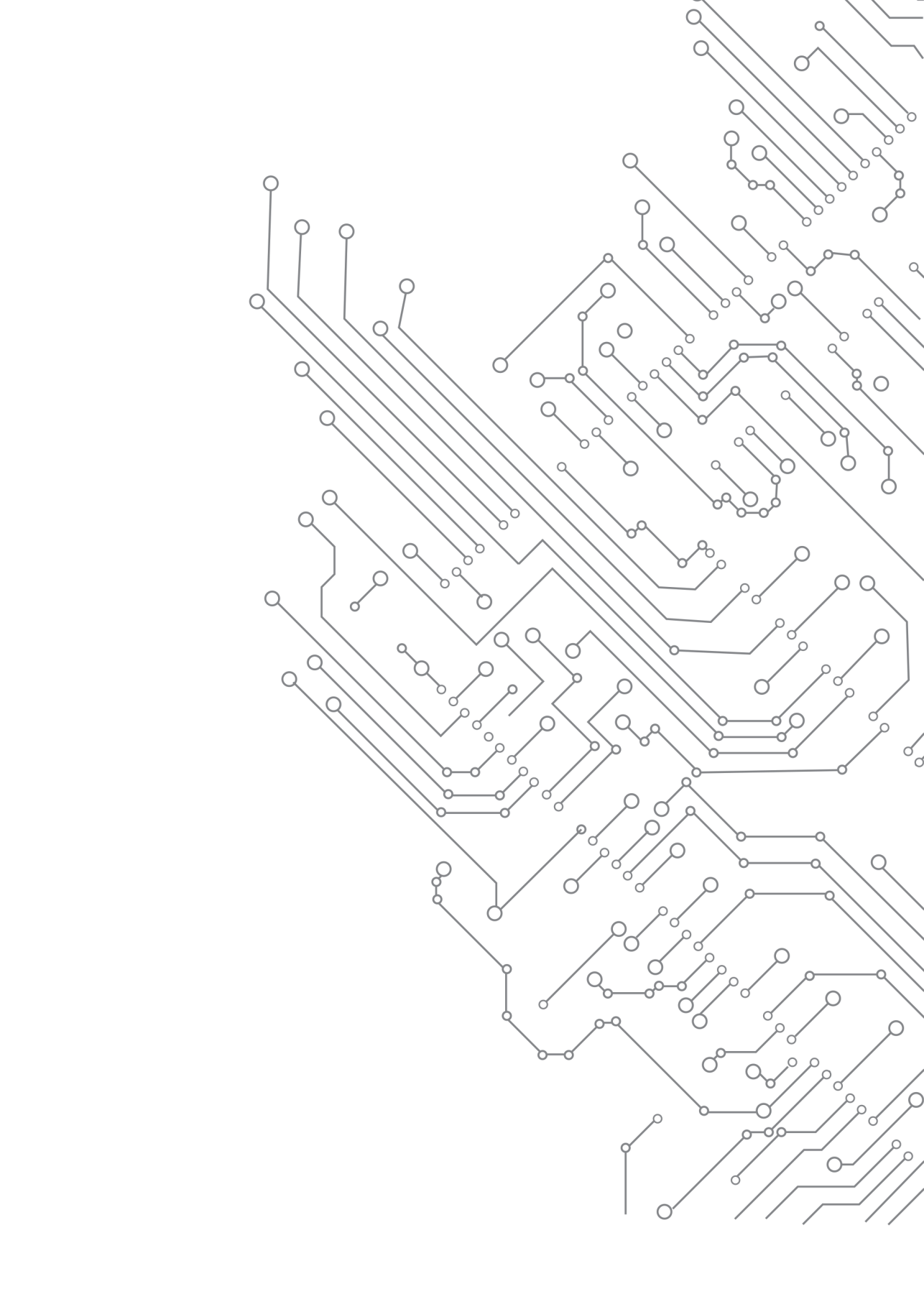
$$V_{R2} = V_{\text{Req1}} = \frac{V_1 \times R_{\text{eq1}}}{R_{\text{eqT}}} = \frac{24 \times 1 \text{ k}}{4 \text{ k}} = 6 \text{ V}$$

Por sua vez, a potência dissipada em R_2 pode ser calculada da seguinte forma:

$$P_{R2} = \frac{V_{R2}^2}{R_2} = \frac{6^2}{2 \text{ k}} = 18 \text{ mW}$$

- c) Determine a potência dissipada na resistência R_4 .

$$P_{R4} = \frac{V_{R4}^2}{R_4} = \frac{V_{\text{Req2}}^2}{R_4} = \frac{\left(\frac{R_{\text{eq2}} \times V_1}{R_{\text{Teq}}} \right)^2}{R_4} = \frac{\left(\frac{2 \text{ k} \times 24}{4 \text{ k}} \right)^2}{5 \text{ k}} = 28.8 \text{ mW}$$



2. ANÁLISE DE CIRCUITOS EM CORRENTE CONTÍNUA

Antes de abordar a análise e o projeto de circuitos eletrônicos é necessário conhecer algumas metodologias e leis que permitam compreender melhor o seu funcionamento. Para o efeito, é necessário introduzir a análise de circuitos elétricos.

Neste capítulo serão abordados diferentes métodos de análise de circuitos elétricos que permitem identificar os valores das correntes e tensões nos seus diferentes componentes.

No entanto, primeiramente serão introduzidos alguns conceitos importantes, tais como, a noção de nó, caminho, malha e ramo que serão essenciais para compreender as diferentes metodologias apresentadas e as leis de *Kirchhoff*.

Como foi descrito no capítulo anterior, um circuito elétrico é composto por diferentes elementos básicos (resistências, condensadores, bobinas, fontes de corrente e fontes de tensão), que estão ligados entre si. Pode-se, então, definir um nó como sendo um ponto onde se encontram ligados dois ou mais elementos; um caminho como sendo uma sequência de elementos ligados entre si em que nenhum destes se repete; uma malha como sendo um caminho cujo último nó coincide com o primeiro e um ramo como sendo um caminho que liga dois nós. Um caminho pode ser representado por um único elemento básico de um circuito elétrico.

Por exemplo, considere o circuito apresentado na figura seguinte:

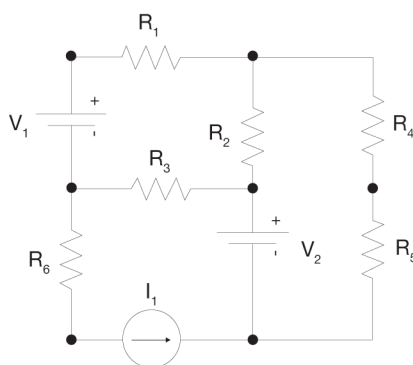


Fig. 2.1 Circuito elétrico

Através da observação do circuito anterior é possível identificar:

- 7 nós – pontos que ligam dois ou mais elementos (representados pelo símbolo •).
- 9 ramos – cada elemento básico do circuito elétrico representa um ramo pois encontra-se entre dois nós ($R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6, I_1, V_1$ e V_2).

- Vários caminhos – sequência de elementos básicos ligados entre si em que nenhum se repete, por exemplo:
 - O caminho composto por V_1 , R_1 e R_2 .
 - O caminho composto por R_5 , R_4 , R_1 e V_1 .
 - O caminho composto por R_6 , I_1 , R_5 , R_4 , R_2 e R_3 .
 - etc.
- 6 malhas – caminhos fechados:
 - A malha composta por V_1 , R_1 , R_2 e R_3 .
 - A malha composta por R_6 , R_3 , V_2 e I_1 .
 - A malha composta por R_4 , R_5 , V_2 e R_2 .
 - A malha composta por V_1 , R_1 , R_4 , R_5 , V_2 e R_3 .
 - A malha composta por V_1 , R_1 , R_4 , R_5 , I_1 e R_6 .
 - A malha composta por R_6 , R_3 , R_2 , R_4 , R_5 e I_1 .

Para além das definições anteriores é igualmente comum utilizarem-se os termos nó essencial, ramo essencial e malha simples:

- Um nó essencial representa um nó que possui três ou mais elementos ligados entre si. No caso do circuito anterior, podem-se identificar 4 nós essenciais:
 - O ponto que liga os elementos I_1 , V_2 e R_5 .
 - O ponto que liga os elementos R_2 , R_3 e V_2 .
 - O ponto que liga os elementos R_1 , R_2 e R_4 .
 - O ponto que liga os elementos V_1 , R_3 e R_6 .
- Um ramo essencial representa um caminho que liga dois nós essenciais sem passar por outro nó essencial.
 - O ramo composto por V_1 e R_1 .
 - O ramo composto por R_4 e R_5 .
 - O ramo composto por R_6 e I_1 .
 - O ramo composto por R_2 .
 - O ramo composto por R_3 .
 - O ramo composto por V_2 .
- Uma malha simples representa um caminho fechado, que não contém outro caminho fechado (ou malha).
 - A malha composta por V_1 , R_1 , R_2 e R_3 .
 - A malha composta por R_6 , R_3 , V_2 e I_1 .
 - A malha composta por R_4 , R_5 , V_2 e R_2 .

2.1 Leis de Kirchhoff

A lei de *Ohm* e as fórmulas do divisor de tensão e corrente são essenciais na análise de circuitos. Contudo, quando a complexidade do circuito aumenta é necessário recorrer às leis de *Kirchhoff*:

- Lei de *Kirchhoff* para as correntes (**LKC**) – a soma algébrica das correntes que entram num nó é igual à soma algébrica das correntes que dele saem.
- Lei de *Kirchhoff* para as tensões (**LKT**) – a soma algébrica das tensões ao longo de uma malha é igual a zero.

Antes de aplicar a *LKC*, é necessário atribuir correntes, cujo sentido é arbitrário, a cada um dos ramos essenciais (Fig. 2.2).

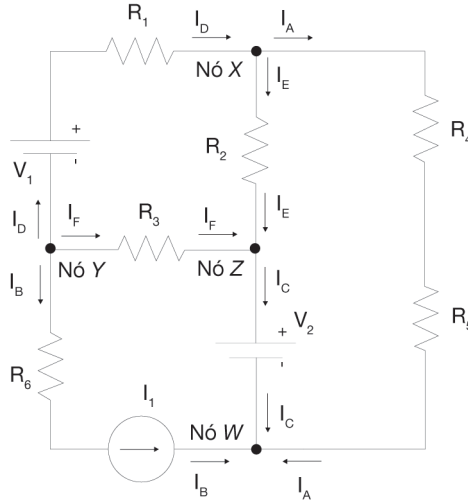


Fig. 2.2 Circuito elétrico com as correntes nos ramos essenciais atribuídas

Após a identificação das correntes em cada um dos ramos essenciais é possível aplicar a *LKC* para cada um dos nós essenciais (o somatório das correntes que entram num nó é igual ao somatório das correntes que saem desse nó):

→ No caso do nó *X*, é possível escrever:

$$I_D = I_A + I_E \quad (2.1)$$

→ No caso do nó *Y*, é possível escrever:

$$I_D + I_F + I_B = 0 \quad (2.2)$$

→ No caso do nó *Z*, é possível escrever:

$$I_C = I_F + I_E \quad (2.3)$$

→ No caso do nó *W*, é possível escrever:

$$I_C + I_B + I_A = 0 \quad (2.4)$$

Importa, no entanto, realçar que apenas 3 das equações anteriores são independentes.

Para aplicar a *LKT*, é necessário convencionar um sentido para a corrente em cada uma das malhas simples. Tipicamente, o sentido da corrente respeita o sentido horário (sentido dos ponteiros do relógio).

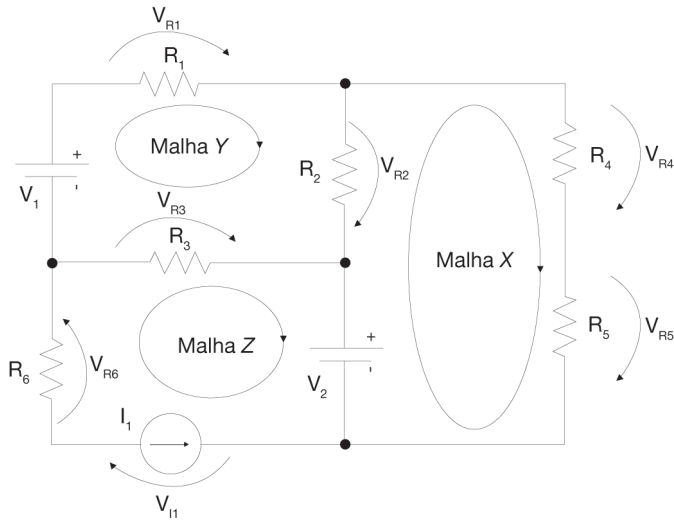


Fig. 2.3 Circuito elétrico com as quedas de tensão nas malhas simples atribuídas

Finalmente, a equação a obter deverá respeitar as seguintes regras:

- As quedas de tensão nas resistências consideram-se positivas, desde que o sentido da corrente convencional seja respeitado. Caso as correntes nos nós essenciais tenham sido definidas, aplica-se a lei de *Ohm* de forma a obter as quedas de tensão em função das correntes;
- As quedas de tensão nas fontes de tensão deverão ser consideradas negativas, se o sentido convencional da corrente impuser que a corrente entre no terminal negativo; caso a corrente entre no terminal positivo, então a queda de tensão na fonte deve ser considerada como positiva;
- As quedas de tensão nas fontes de corrente deverão ser consideradas incógnitas e o seu sentido deverá respeitar o sentido convencional da corrente;
- Finalmente iguala-se a equação a zero.

Assim,

- No caso da malha X, é possível escrever:

$$V_{R4} + V_{R5} - V_2 - V_{R2} = 0 \quad (2.5)$$

- No caso da malha Y, é possível escrever:

$$V_{R1} + V_{R2} - V_{R3} - V_1 = 0 \quad (2.6)$$

- No caso da malha Z, é possível escrever:

$$V_{R3} + V_2 + V_{I1} + V_{R6} = 0 \quad (2.7)$$

As leis de *Kirchhoff*, quando combinadas, podem ser utilizadas para obter as correntes e tensões em qualquer elemento do circuito elétrico, desde que o número de equações independentes iguale o número de incógnitas. Para o efeito, primeiro aplica-se *LKC* para os $N-1$ nós essenciais, sendo que em seguida recorre-se à *LKT*, aplicando-a às malhas simples. O número total de equações obtido deve ser igual ao número total de incógnitas.

A metodologia apresentada no parágrafo anterior será aplicada ao circuito da Fig. 2.1, sendo que, para o efeito, serão considerados os sentidos de corrente nos nós convencionados na Fig. 2.2.

Assim, primeiro recorre-se à *LKC*, obtendo-se as equações: (2.1), (2.2), (2.3) e (2.4). No entanto, apenas 3 das equações são independentes, logo a equação (2.4) será ignorada. Pode-se, então, concluir que estamos na presença de 3 equações com 6 incógnitas, sendo necessárias mais 3 equações para que o sistema tenha uma única solução. Para o efeito, recorre-se à *LKT*, deste modo, consideram-se as correntes nos nós convencionados no ponto anterior e aplica-se a lei de *Ohm*:

$$\begin{cases} -V_1 + R_1 \times I_D + R_2 \times I_E - R_3 \times I_F = 0 \\ R_4 \times I_A + R_5 \times I_A - V_2 - R_2 \times I_E = 0 \\ R_6 \times I_B + V_{I1} - V_2 - R_3 \times I_F = 0 \end{cases} \quad (2.8)$$

em que V_{I1} corresponde à queda de tensão na fonte de corrente, considerando o sentido de corrente convencional ($I_{B'}$ sentido de $V_{I1} \rightarrow$).

Desta forma completamos 6 equações, no entanto, surgiu uma nova variável V_{I1} . Neste caso, quando se considera a queda de tensão numa fonte de corrente existe uma incógnita cujo valor é conhecido que é a corrente no ramo da fonte de corrente, visto que esta impõe a corrente, ou seja:

$$I_B = I_1 \quad (2.9)$$

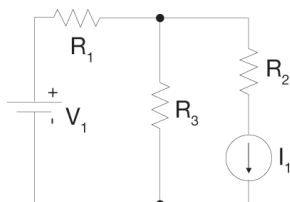
Assim, pode-se concluir que o número total de incógnitas (7) iguala o número total de equações (7), como se pode concluir a partir do sistema de equações (2.10).

Após determinar o valor das correntes ($I_A, I_{B'}, I_C, I_{D'}, I_{E'}, I_F$) facilmente se pode determinar as quedas de tensão nas diferentes resistências do circuito recorrendo à lei de *Ohm*.

$$\begin{cases} I_D = I_A + I_E \\ I_D + I_F + I_B = 0 \\ I_C = I_F + I_E \\ -V_1 + R_1 \times I_D + R_2 \times I_E - R_3 \times I_F = 0 \\ R_4 \times I_A + R_5 \times I_A - V_2 - R_2 \times I_E = 0 \\ R_6 \times I_B + V_{I1} - V_2 - R_3 \times I_F = 0 \\ I_B = I_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_A + 0 + 0 - I_D + I_E + 0 + 0 = 0 \\ 0 + I_B + 0 + I_D + 0 + I_F + 0 = 0 \\ 0 + 0 + I_C + 0 - I_E - I_F + 0 = 0 \\ 0 + 0 + 0 + R_1 \times I_D + R_2 \times I_E - R_3 \times I_F + 0 = V_1 \\ (R_4 + R_5) \times I_A + 0 + 0 + 0 - R_2 \times I_E + 0 = V_2 \\ 0 + R_6 \times I_B + 0 + 0 + 0 - R_3 \times I_F + V_{I1} = V_2 \\ 0 + I_B + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = I_1 \end{cases} \quad (2.10)$$

Exercício 2.1

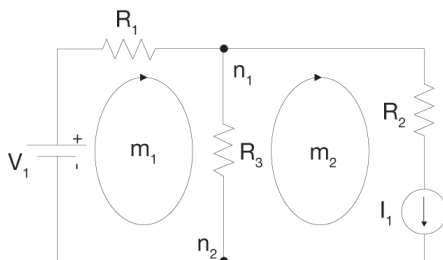
Considere o circuito da figura seguinte, em que $V_1 = 5\text{ V}$, $R_1 = R_2 = R_3 = 1\text{ k}\Omega$, $I_1 = 4\text{ mA}$.



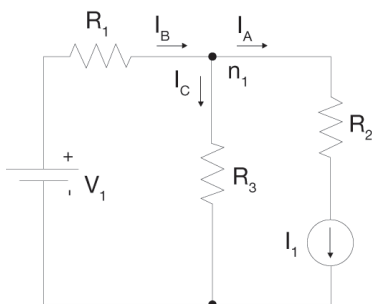
- Indique quantos nós essenciais e malhas simples possui o circuito.
- Determine a corrente na resistência R_3 .
- Determine a queda de tensão na resistência R_2 .
- Determine a queda de tensão na fonte de corrente I_1 .
- Determine a potência fornecida por V_1 .

Resolução:

- a) O circuito possui duas malhas simples (m_1 e m_2) e dois nós essenciais (n_1 e n_2).



- b) Considere-se os seguintes sentidos de corrente:



É possível escrever a seguinte equação (LKC):

$$I_B = I_A + I_C$$

São necessárias mais duas equações (*LKT*) para que o sistema possua uma única solução.

$$\begin{cases} -V_1 + R_1 \times I_B + R_3 \times I_C = 0 \\ R_2 \times I_A + V_{I1} - R_3 \times I_C = 0 \end{cases}$$

No entanto, V_{I1} (queda tensão em I_1) trata-se de uma incógnita, mas:

$$I_A = I_1 = 4 \text{ mA}$$

Logo, é possível obter o seguinte sistema:

$$\begin{cases} I_B = I_A + I_C \\ -V_1 + R_1 \times I_B + R_3 \times I_C = 0 \\ R_2 \times I_A + V_{I1} - R_3 \times I_C = 0 \\ I_A = 4 \times 10^{-3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_B = I_A + I_C \\ -5 + 1000 \times I_B + 1000 \times I_C = 0 \\ 1000 \times I_A + V_{I1} - 1000 \times I_C = 0 \\ I_A = 4 \times 10^{-3} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} I_A - I_B + I_C + 0 = 0 \\ 0 + 1000 \times I_B + 1000 \times I_C + 0 = 5 \\ 1000 \times I_A + 0 - 1000 \times I_C + V_{I1} = 0 \\ I_A + 0 + 0 + 0 = 4 \times 10^{-3} \end{cases}$$

Após resolver o sistema, é possível obter as seguintes soluções:

$$\begin{cases} I_A = 4 \text{ mA} \\ I_B = 4.5 \text{ mA} \\ I_C = 0.5 \text{ mA} \\ V_{I1} = -3.5 \text{ V} \end{cases}$$

A corrente em R_3 é igual a 0.5 mA.

c) A queda de tensão na resistência R_2 pode ser calculada recorrendo à lei de Ohm:

$$V_{R2} = 1000 \times 4 \times 10^{-3} = 4 \text{ V}$$

d) A queda de tensão na fonte de corrente I_1 é de:

$$V_{I1} = -3.5 \text{ V}$$

e) A potência fornecida por V_1 é de:

$$P_{V_1} = V_1 \times (-I_B) = 5 \times (-4.5 \times 10^{-3}) = -22.5 \text{ mW}$$

2.2 Regra de Cramer

A regra de *Cramer* é um método popular utilizado na resolução de sistemas de equações lineares. A sua utilização requer o cálculo de determinantes.

Considere-se a seguinte matriz 2×2 , em que a cada termo da matriz estão associados dois índices (o primeiro corresponde à linha e o segundo à coluna):

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

O determinante da matriz A ($|A|$) pode ser obtido através da equação:

$$|A| = a_{11} \times a_{22} - a_{12} \times a_{21} \quad (2.12)$$

Considere-se agora a matriz A com dimensão 3×3 :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

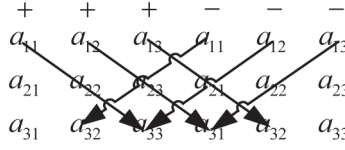
O determinante da matriz A ($|A|$) pode ser obtido através da equação:

$$|A| = (a_{11} \times a_{22} \times a_{33} + a_{12} \times a_{23} \times a_{31} + a_{21} \times a_{32} \times a_{13}) - (a_{13} \times a_{22} \times a_{31} + a_{12} \times a_{21} \times a_{33} + a_{23} \times a_{32} \times a_{11}) \quad (2.14)$$

A equação anterior pode-se traduzir num dos seguintes algoritmos:

$$\left(\begin{array}{ccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{array} \begin{array}{c} \nearrow \\ \nearrow \\ \nearrow \end{array} + \begin{array}{ccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{array} \begin{array}{c} \nearrow \\ \nearrow \\ \nearrow \end{array} + \begin{array}{ccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{array} \begin{array}{c} \nearrow \\ \nearrow \\ \nearrow \end{array} \right) - \left(\begin{array}{ccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{array} \begin{array}{c} \nwarrow \\ \nwarrow \\ \nwarrow \end{array} + \begin{array}{ccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{array} \begin{array}{c} \nwarrow \\ \nwarrow \\ \nwarrow \end{array} + \begin{array}{ccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{array} \begin{array}{c} \nwarrow \\ \nwarrow \\ \nwarrow \end{array} \right)$$

ou:



No caso de uma matriz com dimensões 4 X 4:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

pode-se obter o seu determinante através da seguinte equação:

$$\begin{aligned} |A| &= a_{11} \times (-1)^{(1+1)} \times \det A_{-1,-1} + a_{12} \times (-1)^{(1+2)} \times \det A_{-1,-2} \\ &+ a_{13} \times (-1)^{(1+3)} \times \det A_{-1,-3} + a_{14} \times (-1)^{(1+4)} \times \det A_{-1,-4} \end{aligned} \quad (2.16)$$

em que $\det A_{-i,-j}$ representa o determinante da matriz A sem a linha i e a coluna j .

Deste modo, a equação (2.16) pode-se traduzir:

$$\begin{aligned} |A| &= a_{11} \times (-1)^{(1+1)} \times \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} + a_{12} \times (-1)^{(1+2)} \times \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} \\ &+ a_{13} \times (-1)^{(1+3)} \times \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{44} \end{vmatrix} + a_{14} \times (-1)^{(1+4)} \times \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (2.17)$$

Caso a matriz possua dimensões superiores a 4 X 4, a equação (2.16) pode ser adaptada:

$$\begin{aligned} |A| &= a_{11} \times (-1)^{(1+1)} \times \det A_{-1,-1} + a_{12} \times (-1)^{(1+2)} \times \det A_{-1,-2} \\ &\dots + a_{1(N-1)} \times (-1)^{(1+(N-1))} \times \det A_{-1,-(N-1)} + a_{1N} \times (-1)^{(1+N)} \times \det A_{-1,-N} \end{aligned} \quad (2.18)$$

em que N representa a dimensão da matriz ($N \times N$).

Exercício 2.2

Calcule o determinante da matriz A :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

Resolução:

$$\begin{aligned} |A| &= 1 \times (-1)^2 \times \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \\ 2 & 4 & 3 \end{vmatrix} + (2) \times (-1)^3 \times \begin{vmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 3 \\ 4 & 4 & 3 \end{vmatrix} + 3 \times (-1)^4 \times \begin{vmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 3 \end{vmatrix} + \\ &+ (4) \times (-1)^5 \times \begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 4 & 2 & 4 \end{vmatrix} = \\ &= 1 \times (3 \times 4 \times 3 + 2 \times 3 \times 2 + 2 \times 4 \times 1 - 1 \times 4 \times 2 - 4 \times 3 \times 3 - 2 \times 2 \times 3) + \\ &+ 2 \times (-1) \times (4 \times 4 \times 3 + 1 \times 1 \times 4 + 2 \times 3 \times 4 - 1 \times 4 \times 4 - 4 \times 4 \times 3 - 2 \times 1 \times 3) + \\ &+ 3 \times (4 \times 2 \times 3 + 1 \times 1 \times 2 + 3 \times 3 \times 4 - 1 \times 2 \times 4 - 2 \times 3 \times 4 - 1 \times 3 \times 3) + \\ &+ 4 \times (-1) \times (4 \times 2 \times 4 + 1 \times 2 \times 2 + 3 \times 4 \times 4 - 4 \times 2 \times 2 - 4 \times 4 \times 2 - 1 \times 3 \times 4) = \\ &= 0 - 12 + 63 - 96 = -45 \end{aligned}$$

Em seguida, será apresentada a regra de *Cramer*. Considere o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} a_{11} \times x_1 + a_{12} \times x_2 + a_{13} \times x_3 = b_1 \\ a_{21} \times x_1 + a_{22} \times x_2 + a_{23} \times x_3 = b_2 \\ a_{31} \times x_1 + a_{32} \times x_2 + a_{33} \times x_3 = b_3 \end{cases} \quad (2.19)$$

Que pode ser representado na forma matricial:

$$A \times x = b \Rightarrow \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Segundo a regra de *Cramer*, é possível calcular a incógnita que se encontra na linha i da matriz x através da equação:

$$x_i = \frac{\det(A_i)}{\det(A)} \quad (2.21)$$

em que A_i corresponde a uma matriz cujas colunas são iguais às colunas da matriz A , exceto a coluna i que foi substituída pelo vetor coluna b .

Assim, no caso do sistema de equações (2.19), as soluções poderiam ser obtidas através das equações:

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}}, \quad x_2 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}}, \quad x_3 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}} \quad (2.22)$$

Exercício 2.3

Calcule as soluções do sistema de equações:

$$\begin{cases} x_1 + 2 \times x_2 + 3 \times x_3 + 4 \times x_4 = 6 \\ 4 \times x_1 + 3 \times x_2 + 2 \times x_3 + x_4 = 4 \\ x_1 + 2 \times x_2 + 4 \times x_3 + 3 \times x_4 = 4 \\ 4 \times x_1 + 2 \times x_2 + 4 \times x_3 + 3 \times x_4 = 1 \end{cases}$$

Resolução:

O sistema de equações pode ser reescrito na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Recorrendo à regra de *Cramer*, é possível calcular a solução do sistema de equações:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \frac{\begin{vmatrix} 6 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 2 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 4 & 3 \end{vmatrix}} = -1, & x_2 &= \frac{\begin{vmatrix} 1 & 6 & 3 & 4 \\ 4 & 4 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 4 & 3 \\ 4 & 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 4 & 3 \end{vmatrix}} = 3, \\
 x_3 &= \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 6 & 4 \\ 4 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 4 & 3 \end{vmatrix}} = -1, & x_4 &= \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 6 \\ 4 & 3 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 4 \\ 4 & 2 & 4 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 4 & 3 \end{vmatrix}} = 1
 \end{aligned}$$

2.3 Método das Tensões Nodais

O método apresentado na secção 2.1, apesar de permitir calcular as tensões e correntes em qualquer elemento de um circuito elétrico, requer um conjunto bastante elevado de equações, o que torna o cálculo da solução final complexo, como foi possível analisar na secção anterior.

Nesta secção será apresentada uma nova metodologia, que permite reduzir significativamente o número de equações. Este novo método designa-se por método das tensões nodais e a sua aplicação requer a implementação de um conjunto de passos:

- **Primeiro passo** – definir o nó de referência. O nó de referência representa o nó essencial que possui o maior número de ramos acoplados. No caso de existirem vários nós que preencham a condição anterior, tipicamente opta-se pelo nó que se encontra ligado ao terminal negativo de uma fonte de tensão.
- **Segundo passo** – definir as correntes nos $N-1$ nós essenciais, não de referência.
- **Terceiro passo** – identificar as tensões nodais. As tensões nodais representam as quedas de tensão dos nós essenciais não de referência para o nó de referência.
- **Quarto passo** – aplicar a *LKC* aos nós essenciais não de referência.
- **Quinto passo** – representar as correntes em função das tensões nodais, para o efeito recorre-se a *LKT*.
- **Sexto passo** – substituir as correntes pelas equações obtidas no passo anterior. Desta forma, obtém-se um sistema cujas incógnitas são as tensões nodais. Em seguida, deve-se obter a solução deste sistema (obtém-se os valores das tensões nodais).
- **Sétimo passo** – utilizar as equações obtidas no quinto passo para determinar as correntes nos diferentes ramos do circuito.

Em seguida, iremos aplicar o método das tensões nodais de forma a obter as correntes e tensões nos diferentes elementos pertencentes ao circuito da Fig. 2.1.

Num primeiro passo serão definidos: o nó de referência (identificado pelo símbolo de massa, ↓), as correntes nos nós e as quedas de tensão nodais (Fig. 2.4).

Em seguida, aplica-se a *LKC* para cada nó essencial não de referência. Assim, para o nó A:

$$I_B + I_C = I_A \quad (2.23)$$

Para o nó B:

$$I_A + I_E = I_F \quad (2.24)$$

Para o nó C:

$$I_D = I_E + I_C \quad (2.25)$$

Em seguida, recorre-se à *LKT*, de forma a substituir as correntes anteriores ($I_{A'}$, $I_{B'}$, $I_{C'}$, $I_{D'}$, I_E e I_F) pelas tensões nodais ($V_{A'}$, V_B e V_C). Para tal, devem ser escolhidas as malhas que contenham os ramos onde se encontram as quedas de tensão nodais.

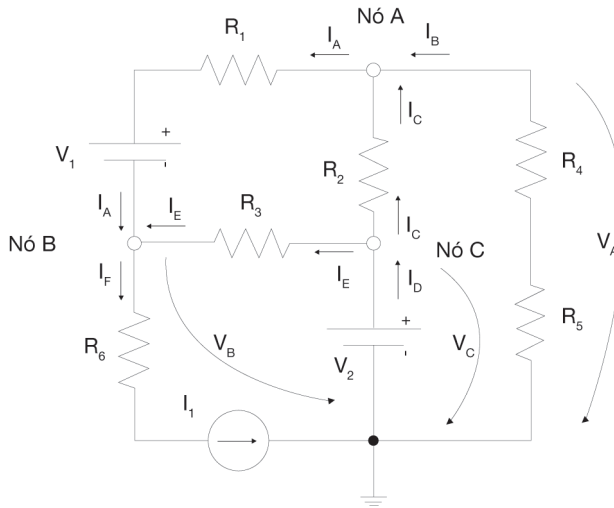


Fig. 2.4 Circuito elétrico com as correntes nos nós essenciais não de referência definidas ($I_{A'}$, $I_{B'}$, $I_{C'}$, $I_{D'}$, I_E e I_F), assim como as tensões nodais ($V_{A'}$, V_B e V_C)

Deste modo, no caso da corrente $I_{A'}$ é possível obter a equação:

$$R_1 \times I_A + V_1 + V_B - V_A = 0 \Rightarrow I_A = \frac{V_A - V_B - V_1}{R_1} \quad (2.26)$$

No caso da corrente $I_{B'}$ é possível obter a equação:

$$(R_4 + R_5) \times I_B = -V_A \Rightarrow I_B = -\frac{V_A}{R_4 + R_5} \quad (2.27)$$

No caso da corrente I_C é possível obter a equação:

$$R_2 \times I_C + V_A - V_C = 0 \Rightarrow I_C = \frac{V_C - V_A}{R_2} \quad (2.28)$$

No caso da corrente I_D não é possível obter a equação que nos permite representar a corrente em função das tensões nodais, visto que o ramo é composto exclusivamente por uma fonte de tensão. No entanto, uma das incógnitas (V_C) deixa de o ser:

$$V_C = V_2 \quad (2.29)$$

Deste modo, introduziu-se uma incógnita no sistema (I_D), mas em contrapartida retirámos outra incógnita (V_C), logo o número total de incógnitas não aumentou.

No caso da corrente I_E é possível obter a equação:

$$R_3 \times I_E + V_B - V_C = 0 \Rightarrow I_E = \frac{V_C - V_B}{R_3} \quad (2.30)$$

Finalmente, no caso da corrente I_F o seu valor é conhecido, visto que o seu ramo possui uma fonte de corrente, logo:

$$I_F = I_1 \quad (2.31)$$

O passo seguinte consiste em substituir as correntes nas equações (2.23-2.25) pelos seus valores em função das tensões nodais (2.26-2.30):

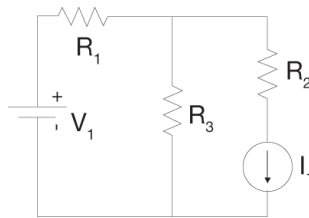
$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{V_A}{R_4 + R_5} + \frac{V_C - V_A}{R_2} = \frac{V_A - V_B - V_1}{R_1} \\ \frac{V_A - V_B - V_1}{R_1} + \frac{V_C - V_B}{R_3} = I_1 \\ I_D = \frac{V_C - V_B}{R_3} + \frac{V_C - V_A}{R_2} \\ V_C = V_2 \end{array} \right. \Rightarrow \quad (2.32)$$

$$\begin{cases} V_A \times \left(-\frac{1}{R_4 + R_3} - \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) + V_B \times \left(\frac{1}{R_1} \right) + V_C \times \left(\frac{1}{R_2} \right) + 0 = -\frac{V_1}{R_1} \\ V_A \times \left(\frac{1}{R_1} \right) + V_B \times \left(-\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_3} \right) + V_C \times \left(\frac{1}{R_3} \right) + 0 = I_1 + \frac{V_1}{R_1} \\ V_A \times \left(-\frac{1}{R_2} \right) + V_B \times \left(-\frac{1}{R_3} \right) + V_C \times \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} \right) - I_D = 0 \\ 0 + 0 + V_C + 0 = V_2 \end{cases}$$

O sistema (2.32) possui 4 incógnitas: V_A , V_B , V_C e I_D e quatro equações, logo tem uma única solução. As correntes nos diferentes ramos podem ser obtidas através das equações (2.26-2.31).

Exercício 2.4

Considere o circuito da figura seguinte, em que $V_1 = 5 \text{ V}$, $R_1 = R_2 = R_3 = 1 \text{ k}\Omega$, $I_1 = 4 \text{ mA}$.

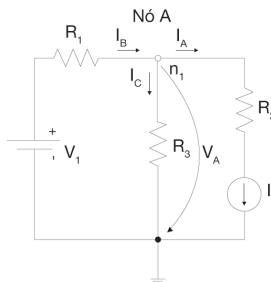


Utilize o método das tensões nodais para responder às seguintes questões:

- Determine a corrente na resistência R_3 .
- Determine a queda de tensão na resistência R_2 .
- Determine a queda de tensão na fonte de corrente I_1 .
- Determine a potência fornecida por V_1 .

Resolução:

- Para aplicar o método das tensões nodais é necessário identificar o nó de referência, as correntes nos nós essenciais não de referência (neste caso será apenas um) e identificar as tensões nodais:



Em seguida, aplica-se a LKC ao único nó essencial não de referência (nó A):

$$I_B = I_A + I_C$$

Seguidamente, substituem-se as correntes (I_A , I_B e I_C) pela única tensão nodal (V_A).

$$\begin{cases} I_A = I_1 \\ I_B \times R_1 + V_A - V_1 = 0 \\ I_C \times R_3 = V_A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_B = \frac{V_1 - V_A}{R_1} \\ I_A = 4 \text{ mA} \\ I_C = \frac{V_A}{R_3} \end{cases}$$

Finalmente obtém-se a equação:

$$\frac{V_1 - V_A}{R_1} = 4 \times 10^{-3} + \frac{V_A}{R_3} \Rightarrow \frac{5 - V_A}{1000} = 4 \times 10^{-3} + \frac{V_A}{1000} \Rightarrow V_A = 0.5 \text{ V}$$

As correntes podem ser obtidas recorrendo ao sistema anterior:

$$\begin{cases} I_B = \frac{5 - 0.5}{1000} = 4.5 \text{ mA} \\ I_A = 4 \text{ mA} \\ I_C = \frac{0.5}{1000} = 0.5 \text{ mA} \end{cases}$$

Logo, a corrente em R_3 é igual a $I_C = 0.5 \text{ mA}$.

b) A queda de tensão em R_2 é igual a:

$$V_{R2} = R_2 \times I_1 = 1000 \times 4 \times 10^{-3} = 4 \text{ V}$$

c) A queda de tensão em I_1 (V_{I1}) pode ser calculada através da equação:

$$V_A = V_{R2} + V_{I1} = 0.5 \text{ V} \Rightarrow V_{I1} = -3.5 \text{ V}$$

d) A potência fornecida pela fonte V_1 é de:

$$P_{V1} = V_1 \times (-I_B) = 5 \times (-4.5 \times 0.001) = -22.5 \text{ mW}$$

2.4 Método das Correntes nas Malhas

O método das correntes nas malhas é uma nova metodologia de análise de circuitos elétricos. Este método tornou-se muito popular devido à sua simplicidade de implementação, requerendo apenas três passos:

- **Primeiro passo** – identificar as correntes em todas as malhas simples.
- **Segundo passo** – percorrer as malhas aplicando a LKT.
- **Terceiro passo** – o sistema obtido permite calcular as correntes nas malhas. A partir das correntes calculadas é possível determinar as correntes nos ramos e as quedas de tensão em todos os elementos do circuito.

Em seguida, será aplicado o método das correntes nas malhas ao circuito da Fig. 2.1, de forma a obter as correntes e tensões nos seus diferentes elementos.

Assim, o primeiro passo consiste em identificar as correntes nas diferentes malhas simples do circuito (Fig. 2.5). Importa, no entanto, realçar que as correntes nas malhas podem ser diferentes das correntes nos ramos.

Por exemplo, consideremos as correntes nos ramos I_A , I_B e I_C .

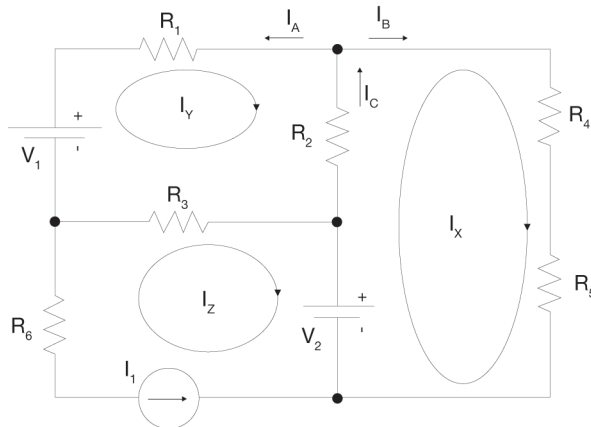


Fig. 2.5 Circuito elétrico com as correntes nas malhas simples definidas (I_X , I_Y e I_Z)

A corrente I_A é apenas influenciada pela corrente de malha I_Y . No entanto, possui sentido contrário, logo:

$$I_A = -I_Y \quad (2.33)$$

A corrente de ramo I_B é apenas influenciada pela corrente de malha I_X e possui o mesmo sentido, ou seja, são iguais:

$$I_B = I_X \quad (2.34)$$

No entanto, a corrente de ramo I_C é influenciada por duas correntes de malha com sentidos contrários, logo:

$$I_C = I_X - I_Y \quad (2.35)$$

Seguidamente será aplicada a *LKT* para todas as malhas simples. Assim, relativamente à malha *X* é possível escrever:

$$I_X \times (R_4 + R_5) - V_2 + R_2 \times (I_X - I_Y) = 0 \quad (2.36)$$

Relativamente à malha *Y* é possível escrever:

$$-V_1 + R_1 \times I_Y + R_2 \times (I_Y - I_X) + R_3 \times (I_Y - I_Z) = 0 \quad (2.37)$$

Relativamente à malha *Z*, como esta possui uma fonte de corrente num dos ramos, o qual é apenas influenciado pela corrente de malha, é possível escrever:

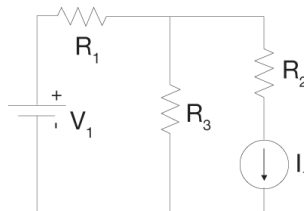
$$I_Z = -I_1 \quad (2.38)$$

Finalmente juntam-se as equações anteriores (2.36-2.38) num único sistema sendo, desta forma, possível calcular as correntes de malha, a partir das quais se obtêm os valores da tensão e corrente em qualquer elemento do circuito.

$$\begin{cases} I_X \times (R_4 + R_5) - V_2 + R_2 \times (I_X - I_Y) = 0 \\ -V_1 + R_1 \times I_Y + R_2 \times (I_Y - I_X) + R_3 \times (I_Y - I_Z) = 0 \\ I_Z = -I_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_X \times (R_4 + R_5 + R_2) - R_2 \times I_Y + 0 = V_2 \\ -I_X \times (R_2) + (R_1 + R_2 + R_3) \times I_Y - R_3 \times I_Z = V_1 \\ 0 + 0 + I_Z = -I_1 \end{cases} \quad (2.39)$$

Exercício 2.5

Considere o circuito da figura seguinte, em que $V_1 = 5 \text{ V}$, $R_1 = R_2 = R_3 = 1 \text{ k}\Omega$, $I_1 = 4 \text{ mA}$.



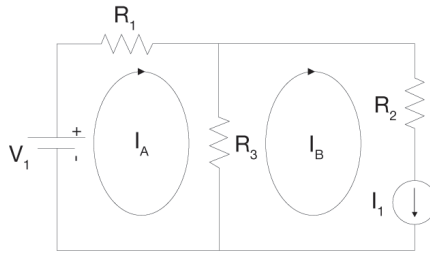
Utilize o método das correntes nas malhas para responder às seguintes questões:

- Determine a corrente na resistência R_3 .
- Determine a queda de tensão na resistência R_2 .

- c) Determine a queda de tensão na fonte de corrente I_1 .
 d) Determine a potência fornecida por V_1 .

Resolução:

- a) Para aplicar o método das correntes nas malhas é necessário antes de mais definir as correntes nas malhas:



Em seguida, recorre-se à LKT:

$$\begin{cases} I_A \times R_1 + R_3 \times (I_A - I_B) - V_1 = 0 \\ I_B = I_1 \end{cases} \Rightarrow I_A \times (R_1 + R_3) - R_3 \times I_B = V_1$$

$$\begin{cases} I_A = \frac{R_3 \times I_B + V_1}{(R_1 + R_3)} = \frac{9}{2000} = 4.5 \text{ mA} \\ I_B = 4 \text{ mA} \end{cases}$$

A corrente em R_3 é igual:

$$I_{R3} = I_A - I_B = 0.5 \text{ mA}$$

- b) A tensão em R_2 pode ser obtida recorrendo à lei de Ohm:

$$V_{R2} = R_2 \times I_B = 4 \text{ V}$$

- c) A queda de tensão em I_1 é igual a:

$$V_{I1} = V_{R3} - V_{R2} = R_3 \times (I_A - I_B) - R_2 \times I_B = 0.5 - 4 = -3.5 \text{ V}$$

- d) A potência fornecida por V_1 é igual a:

$$P_{V1} = -V_1 \times I_A = -5 \times 4.5 \times 10^{-3} = -22.5 \text{ mW}$$

2.5 Casos Especiais

Alguns circuitos possuem uma configuração que permite que a sua resolução se torne mais simples. Estas situações sucedem quando surgem *supernós* e *supermalhas*.

2.5.1 Supernó

Um *supernó* surge quando um circuito possui apenas uma fonte de tensão entre dois nós essenciais (Fig. 2.6).

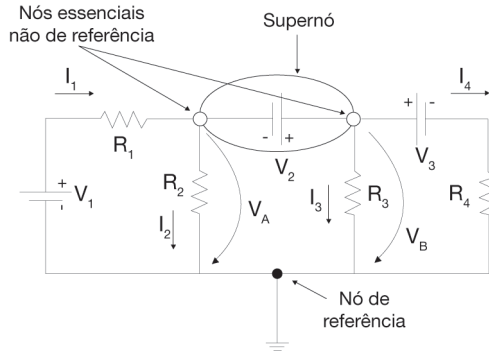


Fig. 2.6 Circuito elétrico composto por um *supernó*

Neste caso, deve-se aplicar o método das tensões nodais, tendo em atenção que o ramo essencial composto apenas pela fonte de tensão deve ser identificado como sendo um *supernó*. Assim, aplica-se a lei dos nós considerando que as extremidades do *supernó* (nós essenciais) fazem parte de um único nó. No entanto, como existe uma diferença de potencial imposta pela fonte de tensão entre os nós essenciais, é necessário identificar as quedas de tensão nodais como se não existisse o *supernó*. A relação entre a queda de tensão da fonte e as tensões nodais identificadas permite obter uma segunda equação que se revela essencial para a resolução do sistema.

Considerando o circuito da Fig. 2.6 é possível escrever as seguintes equações, aplicando o conceito de *supernó*:

$$\begin{cases} I_1 = I_2 + I_3 + I_4 \text{ (supernó)} \\ V_A - V_B + V_2 = 0 \end{cases} \quad (2.40)$$

Recorrendo à lei das malhas é possível obter as correntes em função das tensões nodais (V_A e V_B):

$$\begin{cases} R_1 \times I_1 - V_1 + V_A = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{V_1 - V_A}{R_1} \\ I_2 = \frac{V_A}{R_2} \\ I_3 = \frac{V_B}{R_3} \\ V_3 + R_4 \times I_4 - V_B = 0 \Rightarrow I_4 = \frac{V_B - V_3}{R_4} \end{cases} \quad (2.41)$$

Substituindo (2.41) em (2.40) obtém-se:

$$\begin{cases} \frac{V_1 - V_A}{R_1} = \frac{V_A}{R_2} + \frac{V_B}{R_3} + \frac{V_B - V_3}{R_4} \text{ (supernó)} \\ V_A - V_B + V_2 = 0 \end{cases} \quad (2.42)$$

O sistema tem uma única solução, pois possui duas equações e duas incógnitas.

Caso não seja utilizado o conceito de *supernó* o número total de equações aumenta. Assim, ignorando o *supernó* do circuito da Fig. 2.6 e considerando que a corrente no ramo da fonte V_2 (I_5) possui o sentido da esquerda para a direita, é possível escrever as seguintes equações em ambos os nós essenciais:

$$\begin{cases} I_1 = I_2 + I_5 \text{ (nó da esquerda } R_1, R_2, V_2) \\ I_5 = I_3 + I_4 \text{ (nó da direita } V_2, R_3, V_3) \end{cases} \quad (2.43)$$

A relação das correntes anteriores com as quedas de tensão nodais (V_A, V_B) já foi obtida em (2.41), exceto para I_5 . Esta corrente não pode ser relacionada com nenhuma das quedas de tensão nodais, visto que no seu ramo não existe nenhuma resistência, assim obtém-se o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} \frac{V_1 - V_A}{R_1} = \frac{V_A}{R_2} + I_5 \text{ (nó da esquerda } R_1, R_2, V_2) \\ I_5 = \frac{V_B}{R_3} + \frac{V_B - V_3}{R_4} \text{ (nó da direita } V_2, R_3, V_3) \end{cases} \quad (2.44)$$

O sistema de equações anterior possui duas equações e três incógnitas (V_A, V_B, I_5). Desta forma é necessário introduzir mais uma equação, a equação que permite relacionar a queda de tensão da fonte V_2 com as quedas de tensões nodais (V_A, V_B):

$$V_A - V_B + V_2 = 0 \quad (2.45)$$

Ficamos então com um sistema de equações com três equações e três incógnitas, logo possui uma única solução.

2.5.2 Supermalha

Pode-se identificar uma *supermalha* quando num circuito surge uma fonte de corrente entre duas malhas essenciais, podendo existir outros elementos nesse ramo (Fig. 2.7).

Neste caso, aplica-se a lei das malhas à malha não essencial, que contém as duas malhas essenciais contíguas ao ramo que possui a fonte de corrente. A outra equação

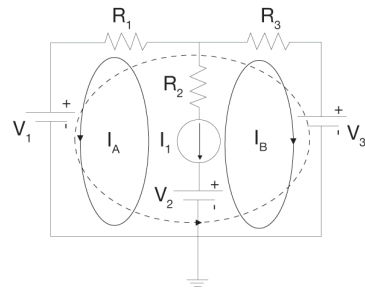


Fig. 2.7 Circuito elétrico composto por uma *supermalha*

que permite resolver o sistema é obtida através da relação entre as correntes nas malhas essenciais e a corrente no ramo contíguo às duas malhas.

Considerando o circuito da Fig. 2.7 é possível escrever as equações:

$$\begin{cases} R_1 \times I_A + V_1 - V_3 - R_3 \times I_B = 0 \text{ (supermalha)} \\ I_A + I_B = -I_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_1 \times I_A - R_3 \times I_B = V_3 - V_1 \\ I_A + I_B = -I_1 \end{cases} \quad (2.46)$$

O sistema de equações anterior possui apenas uma única solução, pois possui duas equações e duas incógnitas.

Caso se ignore o conceito de *supermalha*, será necessário considerar a queda de tensão na fonte de corrente I_1 (V_{I1} com sentido de cima para baixo). Deste modo é possível obter as equações:

$$\begin{cases} R_1 \times I_A + V_1 - V_2 - V_{I1} + R_2 \times (I_A + I_B) = 0 \text{ (malha da esquerda)} \\ R_3 \times I_B + V_3 - V_2 - V_{I1} + R_2 \times (I_B + I_A) = 0 \text{ (malha da direita)} \end{cases} \quad (2.47)$$

Neste caso o sistema de equações anterior possui duas equações e três incógnitas (I_A, I_B, V_{I1}). Assim, é necessário introduzir a equação que permite relacionar as duas correntes de malha.

$$I_A + I_B = -I_1 \quad (2.48)$$

Ficamos então com um sistema composto por três equações com três incógnitas, logo possui uma única solução.

2.6 Comparação entre Técnicas de Análise

Nas secções anteriores foram apresentadas várias técnicas de análise de circuitos que permitem obter os valores da tensão e corrente em qualquer elemento do circuito.

A técnica que se revela mais complexa foi apresentada na primeira secção (secção 2.1), pois o número total de equações é maior. Assim, aplica-se a lei dos nós aos $N-1$ ²² nós essenciais do circuito e a lei das malhas às M ²³ malhas essenciais. Logo, o número total de equações é de $M+N-1$. Neste método, o sistema de equações final é bastante complexo.

A segunda metodologia apresentada, o método das tensões nodais (secção 2.3), revela-se mais simples do que a metodologia anterior, visto que utiliza apenas os $N-1$ nós essenciais, logo o número total de equações é menor. No entanto, o sistema final é composto por equações representadas sob a forma de frações, o que pode introduzir alguma complexidade na resolução.

Das três metodologias apresentadas o método das malhas é claramente o mais simples, pois o número de equações limita-se às M malhas essenciais, sendo o sistema de equações final simples de resolver.

Caso surja um *supernó* ou uma *supermalha*, a introdução destes conceitos pode tornar o sistema de equações final ainda mais simples.

²² N – número total de nós essenciais.

²³ M – número total de malhas essenciais.

2.7 Fontes de Corrente e Tensão Dependentes

Caso o circuito contenha fontes de corrente ou tensão dependentes, as equações obtidas através dos métodos anteriores não são suficientes, sendo necessário complementá-las com as equações impostas pelas fontes dependentes.

Considere-se o circuito da Fig. 2.8:

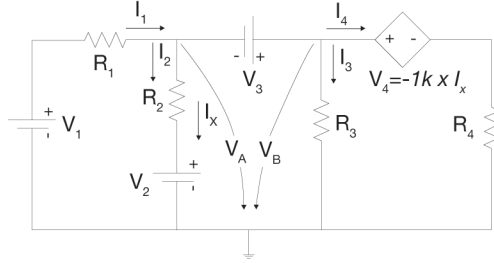


Fig. 2.8 Circuito elétrico composto por uma fonte de tensão dependente

Recorrendo ao método das tensões nodais é possível obter as seguintes equações:

$$\begin{cases} I_1 = I_2 + I_3 + I_4 \text{ (supernó)} \\ V_A - V_B + V_3 = 0 \end{cases} \quad (2.49)$$

Recorrendo à lei das malhas, é possível obter as correntes em função das tensões nodais (V_A e V_B):

$$\begin{cases} R_1 \times I_1 + V_A - V_1 = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{(V_1 - V_A)}{R_1} \\ R_2 \times I_2 + V_2 - V_A = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{(V_A - V_2)}{R_2} \\ I_3 = \frac{V_B}{R_3} \\ V_4 + R_4 \times I_4 - V_B = 0 \Rightarrow -1k \times I_x + R_4 \times I_4 - V_B = 0 \Rightarrow I_4 = \frac{(V_B + 1k \times I_x)}{R_4} \end{cases} \quad (2.50)$$

Substituindo (2.50) em (2.49) obtém-se:

$$\begin{cases} \frac{V_1 - V_A}{R_1} = \frac{V_A - V_2}{R_2} + \frac{V_B}{R_3} + \frac{V_B + 1k \times I_x}{R_4} \text{ (supernó)} \\ V_A - V_B + V_3 = 0 \end{cases} \quad (2.51)$$

O sistema anterior possui duas equações e três incógnitas (V_A , V_B e I_X). Assim é necessário introduzir uma nova equação de forma a obter a solução. Esta equação pode ser obtida através da relação fornecida pela fonte dependente:

$$I_X = I_2 = \frac{V_A - V_2}{R_2} \quad (2.52)$$

Desta forma é possível reescrever o sistema de equações (2.51):

$$\begin{cases} \frac{V_1 - V_A}{R_1} = \frac{V_A - V_2}{R_2} + \frac{V_B}{R_3} + \frac{V_B + 1k \times \frac{V_A - V_2}{R_2}}{R_4} \text{ (supernó)} \\ V_A - V_B + V_3 = 0 \end{cases} \quad (2.53)$$

O sistema anterior possui duas equações e duas incógnitas, logo é possível obter uma única solução.

Não obstante, o circuito anterior poderia ser analisado recorrendo ao método das malhas. Supondo que as correntes de malha possuem todas o sentido horário e que a malha mais à esquerda possui a corrente I_1 , a malha do meio a corrente I_2 e a malha da direita a corrente I_3 ²⁴, é possível obter as seguintes equações:

$$\begin{cases} -V_1 + R_1 \times I_1 + R_2 \times (I_1 - I_2) + V_2 = 0 \\ -V_2 + R_2 \times (I_2 - I_1) - V_3 + R_3 \times (I_2 - I_3) = 0 \\ V_4 + R_4 \times I_3 + R_3 \times (I_3 - I_2) = 0 \Rightarrow -1k \times I_X + R_4 \times I_3 + R_3 \times (I_3 - I_2) = 0 \end{cases} \quad (2.54)$$

Como o sistema anterior possui 3 equações e 4 incógnitas (I_1 , I_2 , I_3 e I_X) é necessário introduzir mais uma equação, que se obtém relacionando I_X com I_1 e I_2 .

$$I_X = I_1 - I_2 \quad (2.55)$$

Desta forma é possível reescrever o sistema de equações (2.54):

$$\begin{cases} (R_2 + R_1) \times I_1 + (-R_2) \times I_2 + 0 = V_1 - V_2 \\ (-R_2) \times I_1 + (R_2 + R_3) \times I_2 + (-R_3) \times I_3 = V_3 + V_2 \\ (-1000) \times I_1 + (-R_3 + 1000) \times I_2 + (R_3 + R_4) \times I_3 = 0 \end{cases} \quad (2.56)$$

O sistema anterior possui três equações e três incógnitas, logo é possível obter uma única solução.

²⁴ I_1 , I_2 e I_3 – representam as correntes fictícias de malha.

2.8 Teoremas de *Thevenin* e de *Norton*

O teorema de *Thevenin* permite transformar um circuito complexo num circuito equivalente mais simples. Este teorema afirma que um circuito linear composto por fontes de tensão, fontes de corrente e resistências, considerando quaisquer pontos desta rede, pode ser substituído por um circuito mais simples composto apenas por uma fonte de tensão (V_{TH}) em série com uma resistência (R_{TH}), como se pode observar na Fig. 2.9.



Fig. 2.9 Equivalente de *Thevenin*

Deste modo, é necessário calcular os parâmetros que fazem parte do circuito simplificado: tensão equivalente (V_{TH}) e a resistência equivalente (R_{TH}).

- A tensão de *Thevenin* (V_{TH}) pode ser obtida deixando os terminais A e B (pontos onde se pretende calcular o equivalente de *Thevenin*) em aberto (Fig. 2.10)



Fig. 2.10 Cálculo de V_{TH}

A tensão V_{AB} pode ser calculada recorrendo a um qualquer método de análise de circuitos elétricos.

- A resistência de *Thevenin* (R_{TH}) pode ser obtida através de dois processos:
 - i) Cálculo da resistência equivalente aos terminais A e B, sendo que, para o efeito, todas as fontes de tensão deverão ser substituídas por um curto-circuito e as fontes de corrente por um circuito em aberto. Esta metodologia não se aplica quando o circuito possui fontes dependentes.
 - ii) O segundo processo requer que os terminais A e B sejam colocados em curto-circuito (Fig. 2.11), sendo em seguida calculada a corrente de curto-circuito (I_{CC}). Esta corrente pode ser obtida através da utilização de um qualquer método de análise de circuitos elétricos.



Fig. 2.11 Cálculo de I_{CC}

Finalmente, a resistência equivalente pode ser obtida através da equação:

$$R_{TH} = \frac{V_{TH}}{I_{CC}} \quad (2.57)$$

Para compreender melhor a importância e aplicação do teorema de *Thevenin*, este será utilizado de forma a simplificar o circuito da Fig. 2.12 aos terminais A e B.

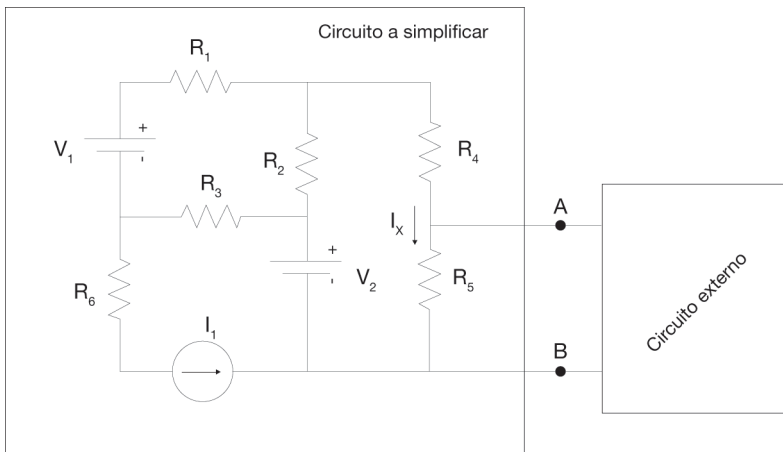


Fig. 2.12 Circuito a simplificar recorrendo ao teorema de *Thevenin*

O teorema de *Thevenin* será utilizado para simplificar o circuito que se encontra no retângulo da esquerda (Fig. 2.12). Pretende-se obter o circuito seguinte:

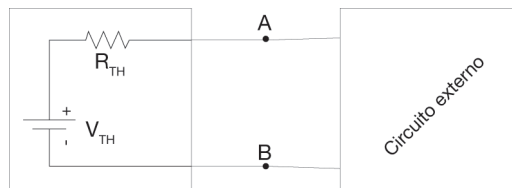


Fig. 2.13 Circuito da Fig. 2.12 simplificado recorrendo ao teorema de *Thevenin*

Torna-se, então, necessário calcular os valores de V_{TH} e R_{TH} .

Para calcular V_{TH} é necessário deixar os terminais A e B em aberto, ou seja, desligar o circuito externo do circuito a simplificar. Em seguida, calcula-se a tensão $V_{AB'}$ para tal recorre-se a um dos métodos de análise apresentados nas secções anteriores. O circuito a simplificar é igual ao circuito da Fig. 2.1, já analisado em secções anteriores, logo o valor da corrente em R_5 é igual ao valor de I_x presente no circuito da Fig. 2.5. Se o método de análise utilizado for o método das malhas pode-se utilizar o sistema de equações (2.39) para determinar a corrente em R_5 . A tensão de *Thevenin* ($V_{AB'}$) pode ser facilmente calculada através da aplicação da lei de *Ohm*.

$$V_{TH} = V_{AB} = R_5 \times I_X \quad (2.58)$$

Para calcular R_{TH} será utilizado o método baseado no cálculo da resistência equivalente aos terminais A e B. Para o efeito todas as fontes de tensão serão substituídas por curto-circuitos e as fontes de corrente por circuitos abertos (Fig. 2.14).

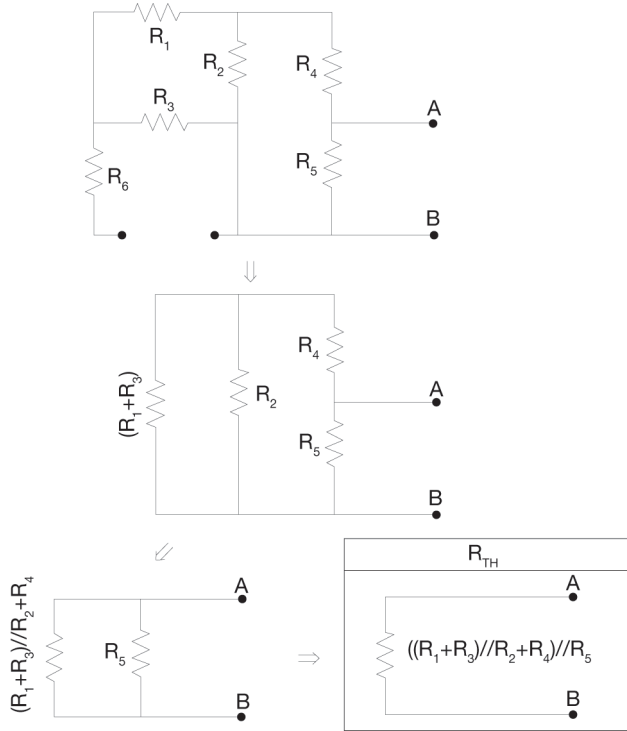


Fig. 2.14 Cálculo da resistência de *Thevenin*

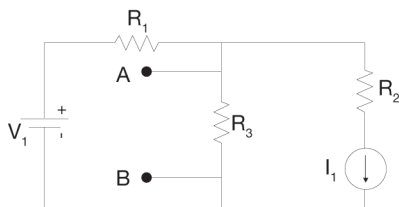
Logo R_{TH} é igual a²⁵:

$$R_{TH} = \left((R_1 + R_3) // R_2 + R_4 \right) // R_5 = \left(\frac{1}{\left(\frac{1}{R_1 + R_3} + \frac{1}{R_2} \right)^{-1} + R_4} + \frac{1}{R_5} \right)^{-1} \quad (2.59)$$

²⁵ O símbolo // representa uma ligação em paralelo. Por exemplo $R_A // R_B$ significa que a resistência R_A se encontra ligada em paralelo com R_B .

Exercício 2.6

Considere o circuito da figura seguinte, em que $V_1 = 5\text{ V}$, $R_1 = R_2 = R_3 = 1\text{ k}\Omega$, $I_1 = 4\text{ mA}$.



Determine o equivalente de *Thevenin* aos terminais *A* e *B*.

Resolução:

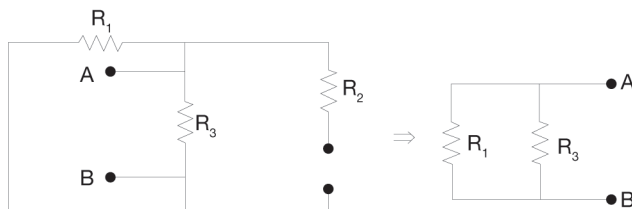
O primeiro passo consiste no cálculo da tensão V_{AB} . No exercício 2.5 foi calculado o valor da corrente em R_3 .

$$I_{R3} = 0.5\text{ mA}$$

Logo, a queda de tensão V_{AB} pode ser obtida recorrendo à lei de *Ohm*:

$$V_{TH} = V_{AB} = V_{R3} = 0.5 \times 10^{-3} \times 10^3 = 0.5\text{ V}$$

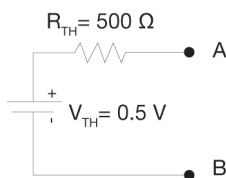
Em seguida, calcula-se a resistência equivalente de *Thevenin*:



Logo, a resistência equivalente de *Thevenin* é igual a:

$$R_{TH} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)^{-1} = \left(\frac{2}{1000} \right)^{-1} = 500\text{ }\Omega$$

Assim, o equivalente de *Thevenin* aos terminais *A* e *B* é igual a:



Para além do teorema de *Thevenin*, existe igualmente o teorema de *Norton* que é equivalente ao teorema de *Thevenin*. No entanto, o circuito equivalente é composto por uma fonte de corrente em paralelo com uma resistência (Fig. 2.15).

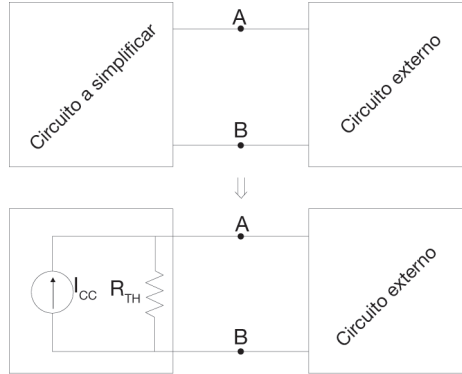


Fig. 2.15 Equivalente de *Norton*

O valor de I_{CC} é obtido após curto-circuitar os terminais A e B. Sendo R_{TH} calculada através do cálculo da resistência equivalente, ou no caso de V_{TH} ser conhecido através da equação:

$$R_{TH} = \frac{V_{TH}}{I_{CC}} \quad (2.60)$$

2.9 Teorema da Sobreposição

O Teorema da Sobreposição pode ser aplicado a qualquer circuito composto por fontes independentes, e permite calcular a contribuição individual de cada uma das fontes existentes no circuito. Este teorema permite calcular a tensão e a corrente que uma determinada fonte impõe em qualquer elemento do circuito, sendo para o efeito necessário eliminar a contribuição das restantes fontes. Assim, se estas forem:

- Fontes de tensão, então devem ser substituídas por curto-circuitos;
- Se forem fontes de corrente, devem ser substituídas por circuitos abertos.

Para melhor compreender a aplicação deste teorema, este será utilizado para calcular a contribuição das fontes V_1 , V_2 e I_1 para a corrente que atravessa a resistência R_1 do circuito representado na Fig. 2.1.

Assim, num primeiro passo será calculada a contribuição da fonte V_1 , e para o efeito todas as restantes fontes deverão ser eliminadas (sendo que as fontes de corrente deverão ser substituídas por um circuito aberto e as de tensão por um curto-circuito). Após efetuar as alterações referidas, obtém-se o seguinte circuito (Fig. 2.16):

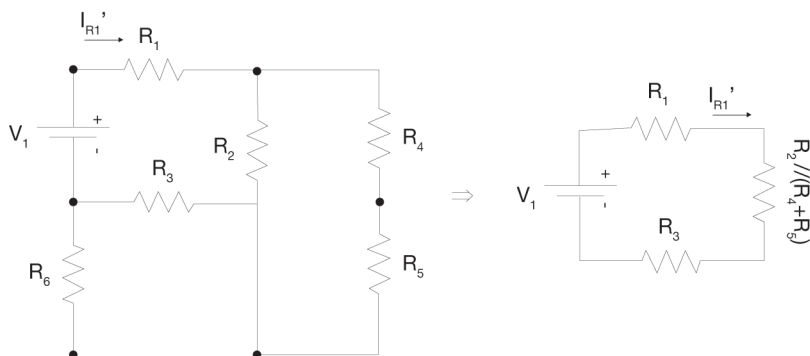


Fig. 2.16 Cálculo da contribuição da fonte V_1

Através da análise do circuito anterior, é possível calcular o valor da corrente em R_1 recorrendo à lei de *Ohm* (contribuição da fonte V_1 para a corrente em R_1).

$$I_{R1}' = \frac{V_1}{(R_1 + R_3 + R_2 // (R_4 + R_5))} \text{ (sentido } \rightarrow \text{)} \quad (2.61)$$

Relativamente à contribuição da fonte de corrente I_1 , primeiro é necessário eliminar as restantes fontes (Fig. 2.17).

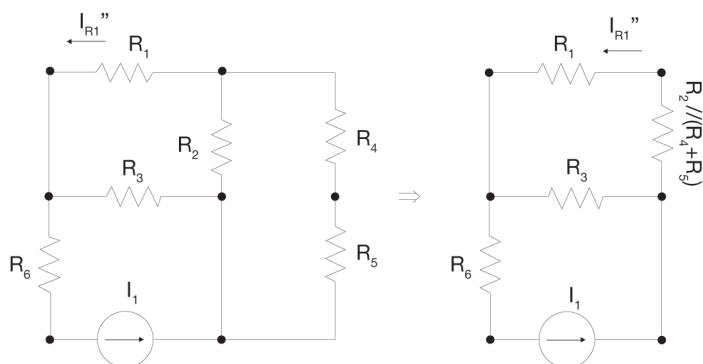
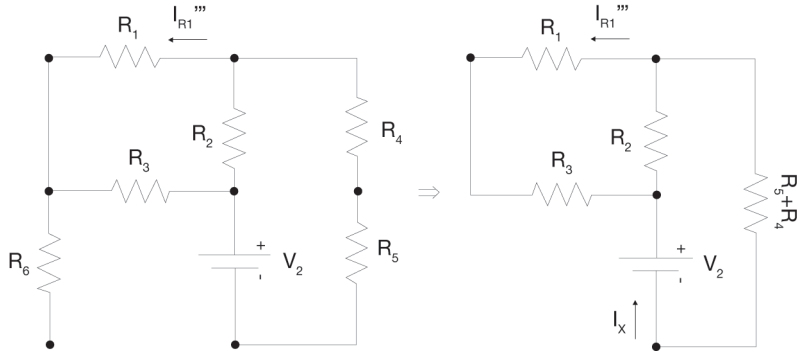


Fig. 2.17 Cálculo da contribuição da fonte I_1

Através da análise do circuito anterior, é possível calcular o valor da corrente em R_1 , recorrendo à fórmula do divisor de corrente (contribuição da fonte I_1 para a corrente em R_1).

$$I_{R1}'' = \frac{R_3}{R_3 + (R_1 + R_2 // (R_4 + R_5))} \times I_1 \text{ (sentido } \leftarrow \text{)} \quad (2.62)$$

Relativamente à contribuição da fonte da fonte V_2 , primeiro é necessário eliminar as restantes fontes (Fig. 2.18).

Fig. 2.18 Cálculo da contribuição da fonte V_2

Para calcular I_{R1}''' pode-se recorrer a um qualquer método de análise de circuitos. Contudo, I_{R1}''' pode ser calculado recorrendo à fórmula do divisor de corrente se o valor da corrente I_x for conhecido. Para o efeito, é necessário calcular a resistência equivalente aos terminais da fonte. Deste modo é possível calcular I_x recorrendo à lei de Ohm:

$$I_x = \frac{V_2}{R_4 + R_5 + R_2 // (R_1 + R_3)} \quad (2.63)$$

Logo,

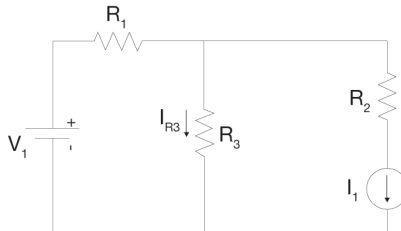
$$I_{R1}''' = -\frac{R_2}{R_2 + R_1 + R_3} \times I_x = -\frac{R_2}{R_2 + R_1 + R_3} \times \frac{V_2}{R_4 + R_5 + R_2 // (R_1 + R_3)} \quad (\text{sentido } \leftarrow) \quad (2.64)$$

A soma da contribuição individual de cada uma das fontes (I_{R1}' , I_{R1}'' e I_{R1}''') permite calcular o valor da tensão ou da corrente no circuito inicial em R_1 (V_{R1} ou I_{R1}), considerando-se o efeito de todas as fontes. Por exemplo, I_{R1} pode ser calculada da seguinte forma:

$$\begin{cases} I_{R1} (\text{sentido } \leftarrow) = -I_{R1}' + I_{R1}'' + I_{R1}''' \\ I_{R1} (\text{sentido } \rightarrow) = I_{R1}' - I_{R1}'' - I_{R1}''' \end{cases} \quad (2.65)$$

Exercício 2.7

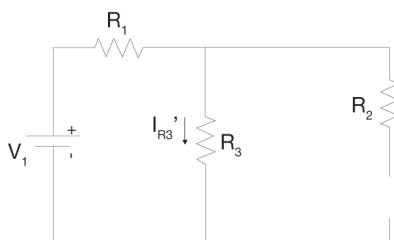
Considere o circuito da figura seguinte, em que $V_1 = 5 \text{ V}$, $R_1 = R_2 = R_3 = 1 \text{ k}\Omega$, $I_1 = 4 \text{ mA}$.



- a) Calcule a contribuição das fontes V_1 e I_1 para a corrente que atravessa a resistência R_3 .
 b) Calcule o valor da corrente em R_3 recorrendo ao teorema da sobreposição.

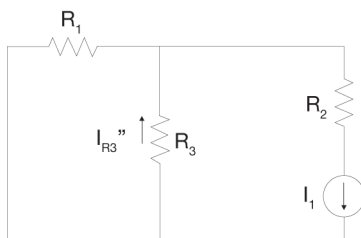
Resolução:

- a) Primeiro será calculada a contribuição da fonte V_1 . Para o efeito, a fonte I_1 será eliminada, logo será substituída por um circuito aberto:



$$I_{R3}' = \frac{V_1}{R_1 + R_3} = \frac{5}{1k + 1k} = \frac{5}{2k} = 2.5 \text{ mA (sentido } \downarrow)$$

Para calcular a contribuição de I_1 a fonte V_1 será eliminada, ou seja, será substituída por um curto-circuito.



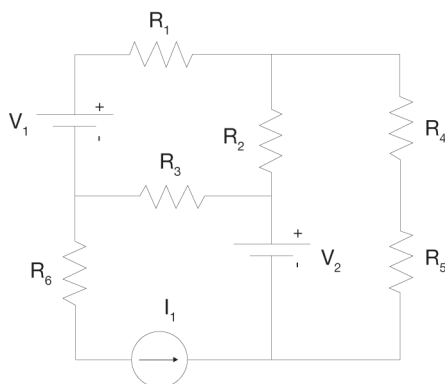
$$I_{R3}'' = \frac{R_1}{R_1 + R_3} \times I_1 = 2 \text{ mA (sentido } \uparrow)$$

- b) A corrente em R_3 será igual à soma das contribuições individuais de cada uma das fontes considerando os seus sentidos. Assim:

$$I_{R3} = I_{R3}' - I_{R3}'' = 2.5 \text{ mA} - 2 \text{ mA} = 0.5 \text{ mA (sentido } \downarrow)$$

Exercício 1

Considere o circuito da figura seguinte:



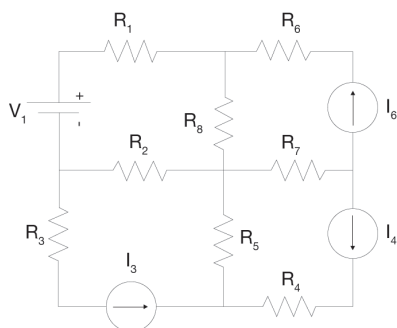
$$\begin{cases} R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = 1 \text{ k}\Omega \\ V_1 = V_2 = 2 \text{ V} \\ I_1 = 2 \text{ mA} \end{cases}$$

- Determine a potência fornecida pela fonte V_1 (Utilize exclusivamente as leis de Kirchhoff).
- Calcule a potência fornecida pela fonte V_1 recorrendo ao método das malhas.
- Calcule a potência fornecida por V_1 recorrendo ao método das tensões nodais.

Exercício 2

Considere o circuito da figura seguinte:

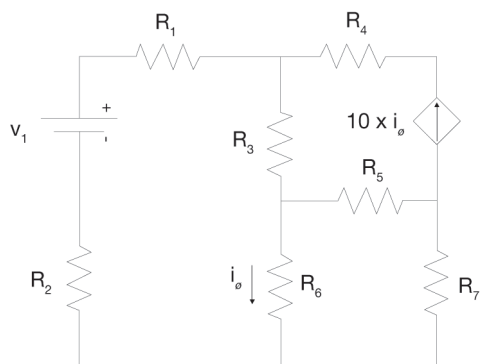
- Determine a corrente em R_1 (Utilize exclusivamente as leis de Kirchhoff).
- Calcule a corrente em R_1 recorrendo ao método das malhas.
- Calcule a corrente em R_1 recorrendo ao método das tensões nodais.



$$\begin{cases} R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 1 \text{ k}\Omega \\ R_5 = R_6 = R_7 = R_8 = 1 \text{ k}\Omega \\ V_1 = 1 \text{ kV} \\ I_3 = 4 \text{ A} \\ I_4 = 500 \text{ mA} \\ I_6 = 2 \text{ A} \end{cases}$$

Exercício 3

Considere o circuito da figura seguinte:

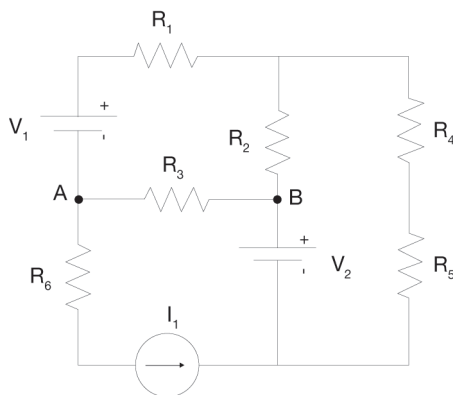


$$\begin{cases} R_1 = R_2 = R_4 = R_5 = R_7 = 1 \text{ k}\Omega \\ R_3 = R_6 = 2 \text{ k}\Omega \\ V_1 = 1 \text{ V} \end{cases}$$

- Determine a corrente i_ϕ (Utilize exclusivamente as leis de Kirchhoff).
- Calcule a corrente i_ϕ recorrendo ao método das malhas.
- Calcule a corrente i_ϕ recorrendo ao método das tensões nodais.

Exercício 4

Considere o circuito da figura seguinte:

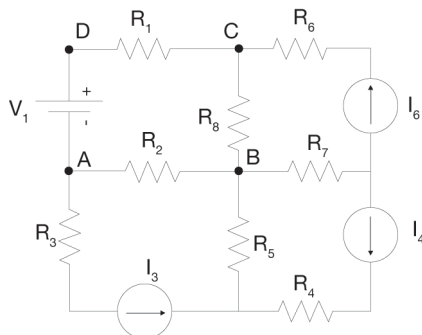


$$\begin{cases} R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = 1 \text{ k}\Omega \\ V_1 = V_2 = 2 \text{ V} \\ I_1 = 2 \text{ mA} \end{cases}$$

- Determine o equivalente de *Thevenin* aos terminais A e B (Considere que R_3 representa a resistência de carga).
- Calcule o valor da resistência R_3 que garante uma tensão de -1 V aos terminais A e B.
- Calcule a contribuição da fonte de corrente para a corrente que atravessa a resistência R_3 .

Exercício 5

Considere o circuito da figura seguinte:



$$\begin{cases} R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = R_7 = R_8 = 1 \text{ k}\Omega \\ V_1 = 1 \text{ kV} \\ I_3 = 4 \text{ A} \\ I_4 = 500 \text{ mA} \\ I_6 = 2 \text{ A} \end{cases}$$

- Determine o equivalente de *Thevenin* aos terminais A e B (Considere que R_2 representa a resistência de carga).
- Determine o equivalente de *Thevenin* aos terminais A e B (A resistência de carga não se encontra representada).
- Determine o equivalente de *Thevenin* aos terminais B e C (Considere que R_8 representa a resistência de carga).
- Determine o equivalente de *Thevenin* aos terminais D e C (Considere que R_1 representa a resistência de carga).

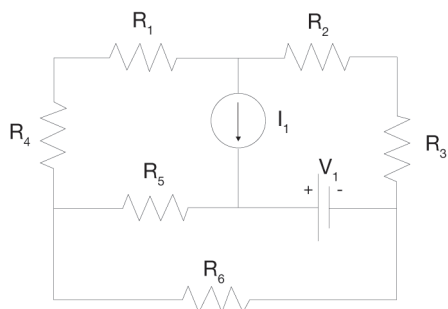
Exercício 6

Considere o circuito da figura anterior (exercício 5).

- Calcule a contribuição da fonte de tensão V_1 para a corrente e tensão na resistência R_5 .
- Calcule a contribuição da fonte de corrente I_3 para a corrente e tensão na resistência R_5 .
- Calcule a contribuição da fonte de corrente I_4 para a corrente e tensão na resistência R_5 .
- Calcule a contribuição da fonte de corrente I_6 para a corrente e tensão na resistência R_5 .
- Calcule o valor da corrente e tensão na resistência R_5 .
- Calcule o valor da corrente e tensão na resistência R_7 , recorrendo ao teorema da sobreposição.

Exercício 7

Considere o circuito da figura seguinte:



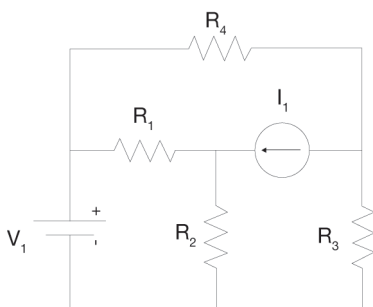
$$\begin{cases} R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = 1 \text{ k}\Omega \\ V_1 = 6 \text{ V} \\ I_1 = 3 \text{ mA} \end{cases}$$



- Determine a corrente e tensão na resistência R_4 , recorrendo ao conceito de *supermalha*.
- Determine a corrente e tensão na resistência R_4 , recorrendo ao conceito de *supernó*.
- Determine a corrente e tensão na resistência R_4 , recorrendo ao teorema da sobreposição.
- Que valor deveria assumir R_6 para que a corrente que a atravessa caia para metade?

Exercício 8

Considere o circuito da figura seguinte:

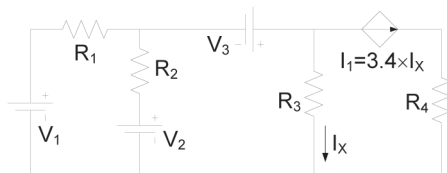


$$\begin{cases} R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 1 \text{ k}\Omega \\ V_1 = 1 \text{ V} \\ I_1 = 1 \text{ mA} \end{cases}$$

- Obtenha o circuito equivalente de *Thevenin* aos terminais da resistência R_4 (Considere que R_4 representa a resistência de carga).
- Calcule a corrente que atravessa a resistência R_4 , assim como a tensão aos seus terminais, recorrendo ao teorema de *Thevenin*.
- Calcule a corrente que atravessa a resistência R_4 , assim como a tensão aos seus terminais, recorrendo ao método das malhas.
- Calcule a corrente que atravessa a resistência R_4 , assim como a tensão aos seus terminais, recorrendo ao método das tensões nodais.
- Calcule a corrente que atravessa a resistência R_4 , assim como a tensão aos seus terminais, recorrendo ao conceito de *supermalha*.
- Calcule a corrente que atravessa a resistência R_4 , assim como a tensão aos seus terminais, recorrendo ao conceito de *supernó*.
- Calcule a contribuição da fonte de corrente I_1 para a tensão aos terminais de R_4 .

Exercício 9

Considere o circuito da figura seguinte:



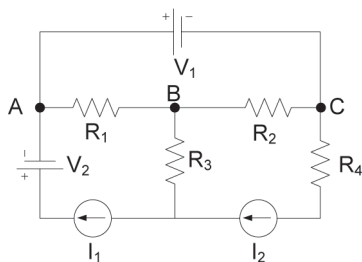
Em que:

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 1 \text{ k}\Omega \text{ e } V_1 = V_2 = V_3 = 2 \text{ V}$$

- Calcule a corrente I_x , utilizando, para o efeito, o método das malhas.
- Calcule a potência fornecida pela fonte I_1 .

Exercício 10

Considere o circuito da figura seguinte:



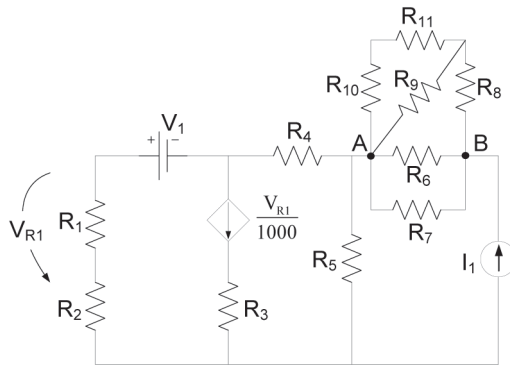
Em que:

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 1 \text{ k}\Omega, V_1 = 2 \text{ V}, V_2 = 1 \text{ V}, I_1 = 10 \text{ mA} \text{ e } I_2 = 20 \text{ mA}$$

- Calcule a corrente que atravessa a resistência R_3 .
- Calcule a tensão no nó A, recorrendo ao método das tensões nodais (considere que o nó B está ligado à massa).
- Calcule a tensão no nó A, recorrendo ao método das malhas (considere que o nó B está ligado à massa).
- Calcule o circuito equivalente de *Thevenin* aos terminais dos nós A e B, devendo considerar que R_1 representa a resistência de carga.
- Calcule o valor que deveria assumir a resistência R_1 para que a corrente que a atravessa duplique.

Exercício 11

Considere o circuito da figura seguinte:



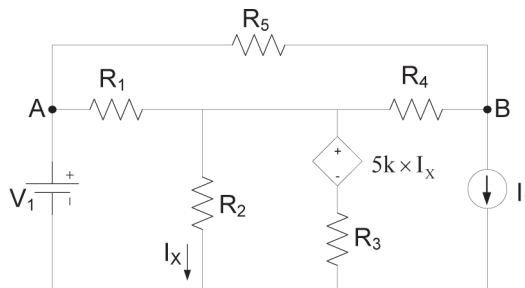
Em que:

$R_1=1\text{ k}\Omega$, $R_2=5\text{ k}\Omega$, $R_3=R_4=R_5=R_6=6\text{ k}\Omega$, $R_7=30\text{ k}\Omega$, $R_8=15\text{ k}\Omega$, $R_9=48\text{ k}\Omega$, $R_{10}=R_{11}=24\text{ k}\Omega$, $V_1=60\text{ V}$, e $I_1=5\text{ mA}$

- Calcule a queda de tensão na fonte I_1 .
- Calcule a potência dissipada na resistência R_1 .
- Calcule a queda de tensão na resistência R_9 .

Exercício 12

Considere o circuito da figura seguinte:



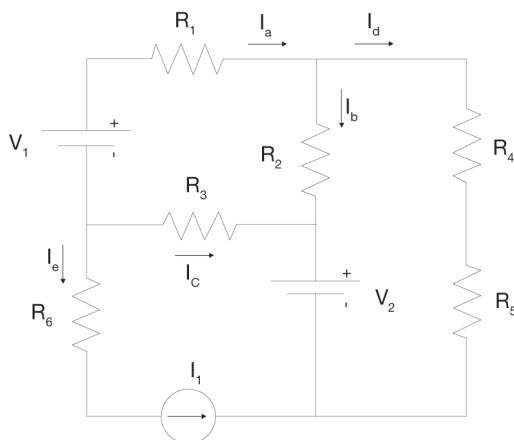
Em que:

$R_1=R_2=R_3=R_4=1\text{ k}\Omega$, $R_5=1.5\text{ k}\Omega$, $V_1=5\text{ V}$ e $I_1=10\text{ mA}$

- Calcule o circuito equivalente de *Thevenin* aos terminais da resistência R_5 (considere que a resistência R_5 representa a resistência de carga).
- Calcule a potência dissipada na resistência R_5 .

Exercício 1

- a) Para calcular a potência fornecida pela fonte V_1 , é necessário calcular a corrente que esta fornece (I_a). Como apenas se podem utilizar as leis de Kirchhoff: lei dos nós e das malhas, então, antes de mais é necessário convencionar os sentidos das correntes nos diferentes ramos:



Em seguida, serão utilizadas as leis das malhas e dos nós de forma a obter o valor de I_a .

O número total de variáveis presentes no circuito é de 5: I_a , I_b , I_c , I_d e I_e , logo serão necessárias cinco equações em ordem às cinco variáveis a calcular.

$$\begin{cases} V_1 = R_1 \times I_a + R_2 \times I_b - R_3 \times I_c \\ (R_4 + R_5) \times I_d - V_2 - R_2 \times I_b = 0 \\ I_e = I_1 \\ I_a + I_c + I_e = 0 \\ I_a = I_d + I_b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_1 \times I_a + R_2 \times I_b - R_3 \times I_c + 0 + 0 = V_1 \\ 0 - R_2 \times I_b + 0 + (R_4 + R_5) \times I_d + 0 = V_2 \\ 0 + 0 + 0 + 0 + I_e = I_1 \\ I_a + 0 + I_c + 0 + I_e = 0 \\ -I_a + I_b + 0 + I_d + 0 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} R_1 & R_2 & -R_3 & 0 & 0 \\ 0 & -R_2 & 0 & (R_4 + R_5) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_d \\ I_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ I_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

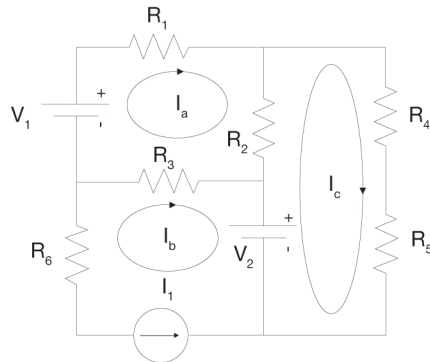
Recorrendo à regra de Cramer é possível obter o valor da corrente fornecida por V_1 (I_a):

$$I_a = \frac{\begin{vmatrix} V_1 & R_2 & -R_3 & 0 & 0 \\ V_2 & -R_2 & 0 & (R_4 + R_5) & 0 \\ I_1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_1 & R_2 & -R_3 & 0 & 0 \\ 0 & -R_2 & 0 & (R_4 + R_5) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 1k & -1k & 0 & 0 \\ 2 & -1k & 0 & 2k & 0 \\ 2 \times 10^{-3} & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1k & 1k & -1k & 0 & 0 \\ 0 & -1k & 0 & 2k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}} = 0.25 \text{ mA}$$

Logo, a potência fornecida pela fonte V_1 é de:

$$P_{V_1} = -2 \times 0.25 \times 10^{-3} = -0.5 \text{ mW} = -500 \text{ } \mu\text{W}$$

- b) Nesta alínea será utilizado o método das malhas para calcular a corrente fornecida pela fonte V_1 . Deste modo, o primeiro passo consiste na identificação das correntes nas malhas essenciais (I_a , I_b e I_c):



Em seguida, recorrendo à lei das malhas é possível escrever:

$$\begin{cases} -V_1 + R_1 \times I_a + R_2 \times (I_a - I_c) + R_3 \times (I_a - I_b) = 0 \\ I_b = -I_1 \\ (R_4 + R_5) \times I_c - V_2 + R_2 \times (I_c - I_a) = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} I_a \times (R_1 + R_2 + R_3) + I_b \times (-R_3) + I_c \times (-R_2) = V_1 \\ I_b = -I_1 \\ I_a \times (-R_2) + 0 + I_c \times (R_4 + R_5 + R_2) = V_2 \end{cases} \Rightarrow$$

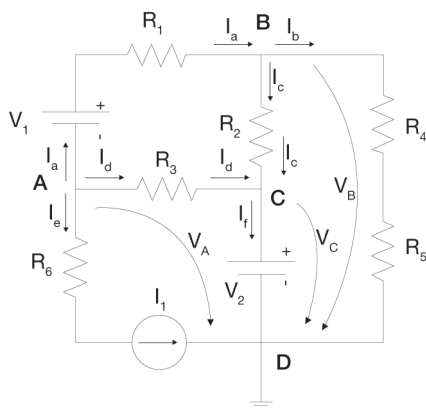
$$\begin{bmatrix} 3k & -1k & -1k \\ 0 & 1 & 0 \\ -1k & 0 & 3k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \times 10^{-3} \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow I_a = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -1k & -1k \\ -2 \times 10^{-3} & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3k & -1k & -1k \\ 0 & 1 & 0 \\ -1k & 0 & 3k \end{vmatrix}} \Rightarrow$$

$$I_a = 0.25 \text{ mA}$$

Logo, a potência fornecida pela fonte V_1 é de:

$$P_{V_1} = -2 \times 0.25 \times 10^{-3} = -0.5 \text{ mW} = -500 \text{ } \mu\text{W}$$

- c) Nesta alínea a corrente fornecida pela fonte V_1 (I_a) será calculada recorrendo ao método das tensões nodais. Deste modo, o primeiro passo consiste na escolha do nó de referência (nó **D**):



Seguidamente aplica-se a lei dos nós aos restantes nós:

$$\begin{cases} I_a = I_b + I_c \\ I_a + I_d + I_e = 0 \\ I_d + I_c = I_f \end{cases}$$

O passo seguinte consiste em escrever as correntes dos ramos (I_a , I_b , I_c , I_d , I_e e I_f) em função das tensões nodais (V_A , V_B e V_C):

$$\neg -V_1 + R_1 \times I_a + V_B - V_A = 0 \Rightarrow I_a = \frac{-V_B + V_A + V_1}{R_1} = \frac{-V_B + V_A + 2}{1000}$$

$$\neg (R_4 + R_5) \times I_b - V_B = 0 \Rightarrow I_b = \frac{+V_B}{R_4 + R_5} = \frac{+V_B}{2000}$$

$$\neg R_2 \times I_c + V_C - V_B = 0 \Rightarrow I_c = \frac{V_B - V_C}{R_2} = \frac{V_B - V_C}{1000}$$

$$\neg R_3 \times I_d + V_C - V_A = 0 \Rightarrow I_d = \frac{V_A - V_C}{R_3} = \frac{V_A - V_C}{1000}$$

$$\neg I_e = I_1$$

$$\neg I_f = ?$$

Como não é possível determinar a corrente I_f pois o ramo é composto por apenas uma fonte de tensão, esta torna-se numa incógnita. Assim, pode-se reescrever o sistema:

$$\begin{cases} \frac{-V_B + V_A + 2}{1000} = \frac{+V_B}{2000} + \frac{V_B - V_C}{1000} \\ \frac{-V_B + V_A + 2}{1000} + \frac{V_A - V_C}{1000} + I_1 = 0 \\ \frac{V_A - V_C}{1000} + \frac{V_B - V_C}{1000} = I_f \end{cases}$$

O sistema anterior possui 4 incógnitas e três equações, logo não tem solução. No entanto, como uma das tensões nodais é conhecida ($V_C = V_2$), o sistema passa a ser composto por apenas 3 incógnitas, logo tem solução:

$$\begin{cases} 2 \times V_A - 5 \times V_B + 2 \times V_C = -4 \\ 2 \times V_A - V_B - V_C + 2 = -1000 \times I_1 \\ V_A + V_B - 2 \times V_C = 1000 \times I_f \\ V_C = 2 \text{ V} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 \times V_A - 5 \times V_B = -8 \\ 2 \times V_A - V_B = -2 \\ V_A + V_B - 4 = 1000 \times I_f \\ V_C = 2 \text{ V} \end{cases}$$

$$\begin{array}{cc|c} 2 \times V_A & -5 \times V_B & = -8 \\ -2 \times V_A & V_B & = 2 \end{array}$$

$$\neg \quad 0 \quad -4 \times V_B = -6 \Rightarrow V_B = \frac{6}{4} = 1.5 \text{ V}$$

$$\neg \quad 2 \times V_A - V_B = -2 \Rightarrow 2 \times V_A = -2 + 1.5 = -0.5 \Rightarrow V_A = -0.25 \text{ V}$$

$$1000 \times I_f = V_A + V_B - 4 \Rightarrow I_f = \frac{-0.25 + 1.5 - 4}{1000} = -2.75 \text{ mA}$$

A corrente I_a pode ser obtida através da equação:

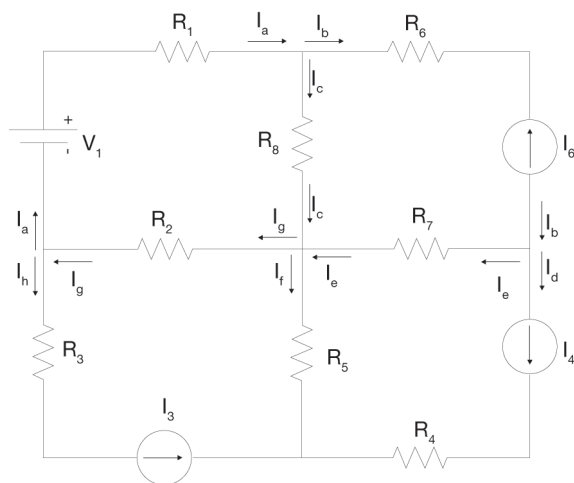
$$I_a = \frac{-V_B + V_A + V_1}{R_1} = \frac{-1.5 + (-0.25) + 2}{1000} = 0.25 \text{ mA}$$

Assim, a potência fornecida pela fonte V_1 é de:

$$P_{V_1} = -2 \times 0.25 \times 10^{-3} = -0.5 \text{ mW} = -500 \text{ } \mu\text{W}$$

Exercício 2

- a) A corrente em R_1 será calculada recorrendo exclusivamente às leis de *Kirchhoff*. O primeiro passo consiste em identificar a corrente nos nós:



Recorrendo à lei dos nós é possível escrever:

$$\begin{cases} I_a + I_h = I_g \\ I_a = I_b + I_c \\ I_b = I_d + I_e \\ I_c + I_e = I_g + I_f \end{cases}$$

Em seguida, recorrendo à lei das malhas é possível escrever:

$$R_1 \times I_a + R_8 \times I_c + R_2 \times I_g - V_1 = 0$$

Dados do problema:

$$\begin{cases} I_b = -I_6 \\ I_d = I_4 \\ I_h = I_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_b = -2 \text{ A} \\ I_d = 0.5 \text{ A} \\ I_h = 4 \text{ A} \end{cases}$$

Pode-se então concluir que estamos na presença de 8 equações e 8 incógnitas ($I_a, I_b, I_c, I_d, I_e, I_f, I_g, I_h$). Deste modo, é possível obter o sistema:

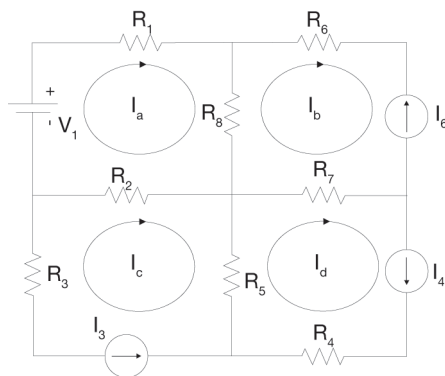
$$\begin{cases} I_a + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 - I_g + I_h = 0 \\ I_a - I_b - I_c + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0 \\ 0 + I_b + 0 - I_d - I_e + 0 + 0 + 0 = 0 \\ 0 + 0 + I_c + 0 + I_e - I_f - I_g + 0 = 0 \\ R_1 \times I_a + 0 + R_8 \times I_c + 0 + 0 + 0 + R_2 \times I_g + 0 = V_1 \\ 0 + I_b + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = -2 \\ 0 + 0 + 0 + I_d + 0 + 0 + 0 + 0 = 0.5 \\ 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + I_f = 4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1000 & 0 & 1000 & 0 & 0 & 0 & 1000 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_d \\ I_e \\ I_f \\ I_g \\ I_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1000 \\ -2 \\ 0.5 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$I_a = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1000 & 0 & 1000 & 0 & 0 & 0 & 1000 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1000 & 0 & 1000 & 0 & 0 & 0 & 1000 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}} = -1.6(6) A$$

A corrente em R_1 é de $1.6(6) A$.

- b)** Nesta alínea será utilizado o método das malhas para calcular a corrente em R_1 . Assim, primeiro é necessário identificar as malhas:



Seguidamente, recorrendo à lei das malhas é possível escrever:

$$\begin{cases} -V_1 + R_1 \times I_a + R_8 \times (I_a - I_b) + R_2 \times (I_a - I_c) = 0 \\ I_b = -I_6 \\ I_c = -I_3 \\ I_d = I_4 \end{cases}$$

Deste modo, é possível obter o sistema:

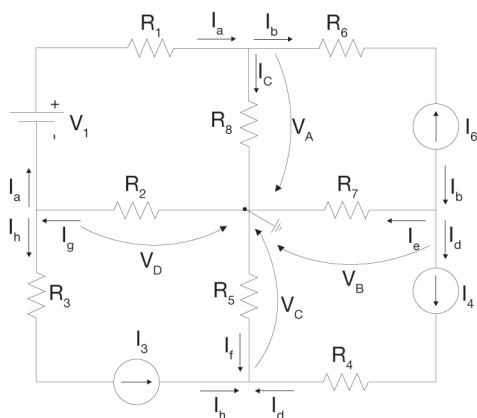
$$\left\{ \begin{array}{l} (R_1 + R_8 + R_2) \times I_a - R_8 \times I_b - R_2 \times I_c + 0 = V_1 \\ 0 + I_b + 0 + 0 = -2 \\ 0 + 0 + I_c + 0 = -4 \\ 0 + 0 + 0 + I_d = 0.5 \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 3000 & -1000 & -1000 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1000 \\ -2 \\ -4 \\ 0.5 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$I_a = \frac{\begin{vmatrix} 1000 & -1000 & -1000 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \\ -4 & 0 & 1 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3000 & -1000 & -1000 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}} = -1.6(6) A$$

A corrente em R_1 é de 1.6(6) A.

c) A corrente em R_1 será calculada recorrendo ao método das tensões nos nós. Assim, primeiro é necessário identificar o nó essencial, assim como as tensões nodais:



Em seguida, aplica-se a lei dos nós aos restantes nós:

$$\begin{cases} I_a = I_b + I_c \\ I_g = I_a + I_h \\ I_h + I_d + I_f = 0 \\ I_b = I_d + I_e \end{cases}$$

O passo seguinte consiste em escrever as correntes em função das tensões nodais, caso seja possível.

$$\neg -V_1 + R_1 \times I_a + V_A - V_D = 0 \Rightarrow I_a = \frac{V_1 - V_A + V_D}{R_1}$$

$$\neg I_b = -I_6 = -2 \text{ A}$$

$$\neg R_8 \times I_c - V_A = 0 \Rightarrow I_c = \frac{V_A}{R_8}$$

$$\neg I_d = I_4 = 0.5 \text{ A}$$

$$\neg R_7 \times I_e - V_B = 0 \Rightarrow I_e = \frac{V_B}{R_7}$$

$$\neg R_5 \times I_f + V_C = 0 \Rightarrow I_f = -\frac{V_C}{R_5}$$

$$\neg R_2 \times I_g + V_D = 0 \Rightarrow I_g = -\frac{V_D}{R_2}$$

$$\neg I_h = I_3 = 4 \text{ A}$$

Logo, é possível obter o sistema:

$$\begin{cases} \frac{V_1 - V_A + V_D}{R_1} = -2 + \frac{V_A}{R_8} \\ \frac{-V_D}{R_2} = \frac{V_1 - V_A + V_D}{R_1} + 4 \\ \frac{V_C}{R_5} = 4.5 \\ \frac{V_B}{R_7} = -2.5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2 \times V_A + V_D = -2000 - 1000 \\ V_A - 2 \times V_D = 1000 + 4000 \\ V_C = 4.5 \text{ kV} \\ V_B = -2.5 \text{ kV} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2 \times V_A + V_D = -2000 - 1000 \\ V_A - 2 \times V_D = 1000 + 4000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2 \times V_A + V_D = -3000 \\ 2 \times V_A - 4 \times V_D = 10000 \end{cases}$$

$$\dots\dots\dots 0 - 3 \times V_D = 7000 \Rightarrow V_D = -2.3(3) \text{ kV}$$

$$V_A = 2 \times V_D + 1000 + 4000 = 2 \times (-2.3(3)) + 5000 = 0.3(3) \text{ kV} = 333.(3) \text{ V}$$

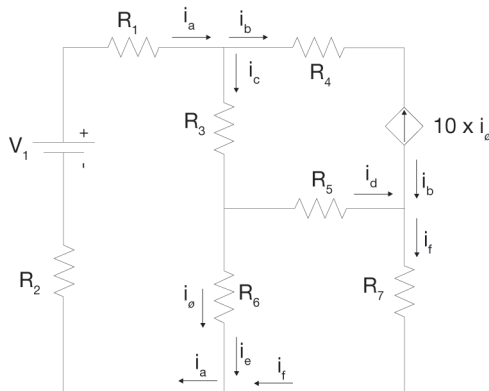
Finalmente, é possível obter I_a através da equação:

$$I_a = \frac{V_1 - V_A + V_D}{R_1} = \frac{1000 - 333.(3) - 2333.(3)}{1000} = -1.6(6) \text{ A}$$

A corrente em R_1 é de $1.6(6) \text{ A}$.

Exercício 3

a) A corrente em I_ϕ será calculada recorrendo exclusivamente as leis de Kirchhoff.



Recorrendo à lei dos nós é possível obter:

$$\begin{cases} I_a = I_b + I_c \\ I_e + I_f = I_a \\ I_b + I_d = I_f \end{cases}$$

Recorrendo à lei das malhas é possível obter:

$$\begin{cases} R_2 \times I_a - V_1 + R_1 \times I_a + R_3 \times I_c + R_6 \times I_e = 0 \\ R_5 \times I_d + R_7 \times I_f - R_6 \times I_e = 0 \end{cases}$$

Através da análise dos dois sistemas anteriores conclui-se que falta uma equação, visto que temos 6 incógnitas. A equação extra que permite obter a solução do problema é obtida através da condição definida pela fonte de corrente dependente:

$$I_b = -10 \times I_\phi = -10 \times I_e$$

Deste modo, é possível obter o sistema:

$$\begin{cases} I_a - I_b - I_c + 0 + 0 + 0 = 0 \\ 0 + I_b + 0 + I_d + 0 - I_f = 0 \\ -I_a + 0 + 0 + 0 + I_e + I_f = 0 \\ (R_2 + R_1) \times I_a + 0 + R_3 \times I_c + 0 + R_6 \times I_e + 0 = V_1 \\ 0 + 0 + 0 + R_5 \times I_d - R_6 \times I_e + R_7 \times I_f = 0 \\ 0 + I_b + 0 + 0 + 10 \times I_e + 0 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

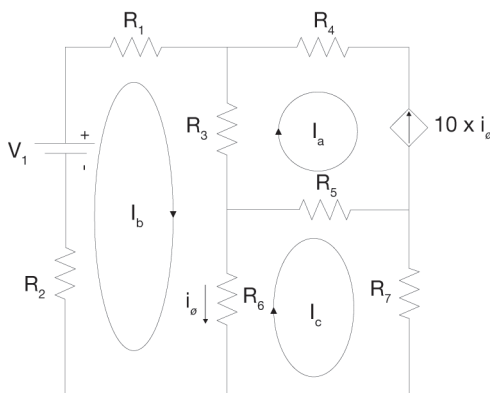
$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ (R_2 + R_1) & 0 & R_3 & 0 & R_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_5 & -R_6 & R_7 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 10 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_d \\ I_e \\ I_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ V_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 2k & 0 & 2k & 0 & 2k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1k & -2k & 1k \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 10 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_d \\ I_e \\ I_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$I_e = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2k & 0 & 2k & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1k & 0 & 1k \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 2k & 0 & 2k & 0 & 2k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1k & -2k & 1k \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 10 & 0 \end{vmatrix}} I_e = 0.1 \text{ mA} = 100 \mu\text{A}$$

A corrente em I_ϕ é igual a $0.1 \text{ mA} = 100 \mu\text{A}$.

b) A corrente em I_ϕ será calculada recorrendo ao método das malhas.



$$\begin{cases} -V_1 + R_1 \times I_b + R_3 \times (I_b - I_a) + R_6 \times (I_b - I_c) + R_2 \times I_b = 0 \\ I_a = -10 \times I_\phi = -10 \times (I_b - I_c) = -10 \times I_b + 10 \times I_c \\ R_5 \times (I_c - I_a) + R_7 \times I_c + R_6 \times (I_c - I_b) = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} (-R_3) \times I_a + (R_1 + R_3 + R_6 + R_2) \times I_b + (-R_6) \times I_c = V_1 \\ I_a + 10 \times I_b - 10 \times I_c = 0 \\ (-R_5) \times I_a + (-R_6) \times I_b + (R_5 + R_7 + R_6) \times I_c = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases}
 (-2000) \times I_a + (6000) \times I_b + (-2000) \times I_c = V_1 \\
 I_a + 10 \times I_b - 10 \times I_c = 0 \\
 (-1000) \times I_a + (-2000) \times I_b + (4000) \times I_c = 0
 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} -2000 & 6000 & -2000 \\ 1 & 10 & -10 \\ -1000 & -2000 & 4000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

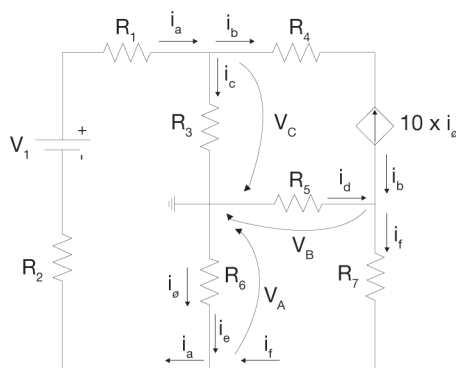
$$I_b = \frac{\begin{vmatrix} -2000 & 1 & -2000 \\ 1 & 0 & -10 \\ -1000 & 0 & 4000 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -2000 & 6000 & -2000 \\ 1 & 10 & -10 \\ -1000 & -2000 & 4000 \end{vmatrix}}, I_c = \frac{\begin{vmatrix} -2000 & 6000 & 1 \\ 1 & 10 & 0 \\ -1000 & -2000 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -2000 & 6000 & -2000 \\ 1 & 10 & -10 \\ -1000 & -2000 & 4000 \end{vmatrix}}$$

$$I_b = -0.3 \text{ mA}, I_c = -0.4 \text{ mA}$$

$$I_\phi = I_b - I_c = -0.3 - (-0.4) = 0.1 \text{ mA}$$

A corrente em I_ϕ é igual a $0.1 \text{ mA} = 100 \mu\text{A}$.

- c) A corrente em I_ϕ será calculada recorrendo ao método das tensões nodais.



A corrente em I_ϕ será calculada recorrendo ao método das tensões nodais, logo recorrendo à LKC, obtém-se:

$$\begin{cases}
 I_a = I_b + I_c \\
 I_b + I_d = I_f \\
 I_e + I_f = I_a
 \end{cases}$$

As correntes devem ser reescritas em função das tensões nodais:

$$\rightarrow R_2 \times I_a - V_1 + R_1 \times I_a + V_C - V_A = 0 \Rightarrow I_a = \frac{V_1 + V_A - V_C}{(R_1 + R_2)}$$

$$\rightarrow I_b = -10 \times I_\phi = -10 \times I_e$$

$$\rightarrow R_3 \times I_c - V_C = 0 \Rightarrow I_c = \frac{V_C}{R_3}$$

$$\rightarrow R_5 \times I_d + V_B = 0 \Rightarrow I_d = -\frac{V_B}{R_5}$$

$$\rightarrow R_6 \times I_e + V_A = 0 \Rightarrow I_e = -\frac{V_A}{R_6}$$

$$\rightarrow R_7 \times I_f + V_A - V_B = 0 \Rightarrow I_f = \frac{V_B - V_A}{R_7}$$

Deste modo, é possível obter o sistema:

$$\begin{cases} \frac{V_1 + V_A - V_C}{(R_1 + R_2)} = -10 \times \left(-\frac{V_A}{R_6}\right) + \frac{V_C}{R_3} \\ -10 \times \left(-\frac{V_A}{R_6}\right) + \left(-\frac{V_B}{R_5}\right) = \left(\frac{V_B - V_A}{R_7}\right) \\ \left(-\frac{V_A}{R_6}\right) + \left(\frac{V_B - V_A}{R_7}\right) = \frac{V_1 + V_A - V_C}{(R_1 + R_2)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -9 \times V_A + 0 - 2 \times V_C = -1 \\ 12 \times V_A - 4 \times V_B + 0 = 0 \\ -4 \times V_A + 2 \times V_B + V_C = 1 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} -9 & 0 & -2 \\ 12 & -4 & 0 \\ -4 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow V_A = \frac{\begin{vmatrix} -1 & 0 & -2 \\ 0 & -4 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -9 & 0 & -2 \\ 12 & -4 & 0 \\ -4 & 2 & 1 \end{vmatrix}} = -0.2 \text{ V}$$

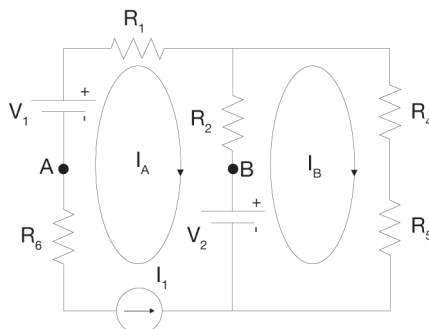
$$I_\phi = -\frac{V_A}{R_6} = -\frac{(-0.2)}{2000} = 0.1 \text{ mA}$$

A corrente em I_ϕ é igual a $0.1 \text{ mA} = 100 \mu\text{A}$.

Exercício 4

- a) Para calcular o equivalente de *Thevenin* aos terminais *A* e *B*, é necessário determinar a resistência de *Thevenin* e a tensão de *Thevenin*.
- i) Para calcular a **tensão de Thevenin** é necessário deixar os terminais *A* e *B* em aberto. Em seguida, calcula-se a queda de tensão de *A* para *B*. Para o efeito, recorre-se a um qualquer método de análise de circuitos elétricos, como por exemplo: o método das malhas ou o método das tensões nodais.
- ii) Para calcular a **resistência de Thevenin** pode-se utilizar o método baseado no cálculo da resistência equivalente, desde que todas as fontes presentes no circuito sejam independentes. Neste caso, deixam-se os terminais *A* e *B* em aberto, as fontes de tensão são substituídas por curto-circuitos e as fontes de corrente por circuitos abertos. No final calcula-se a resistência equivalente.

Assim, para o cálculo da tensão de *Thevenin*:



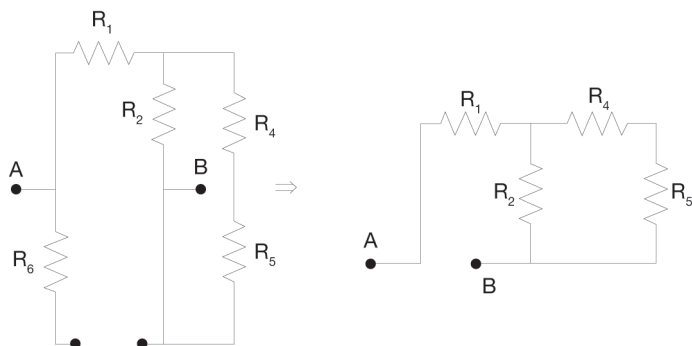
Para calcular a tensão V_{AB} é necessário conhecer o valor da corrente I_A e I_B .

$$\begin{aligned} \begin{cases} I_A = -I_1 = -2 \text{ mA} \\ (R_4 + R_5) \times I_B - V_2 + (I_B - I_A) \times R_2 = 0 \end{cases} &\Rightarrow 2000 \times I_B - V_2 + (I_B - I_A) \times 1000 = 0 \\ \Rightarrow 3000 \times I_B - V_2 - 1000 \times I_A = 0 &\Rightarrow 3000 \times I_B - V_2 - 1000 \times (-2 \times 10^{-3}) = 0 \\ \Rightarrow 3000 \times I_B = -2 + 2 = 0 &\Rightarrow I_B = 0 \end{aligned}$$

Conhecido o valor de I_A e I_B é possível determinar V_{AB} :

$$\begin{aligned} V_{AB} + R_2 \times (I_B - I_A) - R_1 \times I_A + V_1 &= 0 \Rightarrow V_{AB} = -R_2 \times (I_B - I_A) + R_1 \times I_A - V_1 \Rightarrow \\ V_{AB} &= -1000 \times (2 \times 10^{-3}) + R_1 \times (-2 \times 10^{-3}) - V_1 = -6 \text{ V} \end{aligned}$$

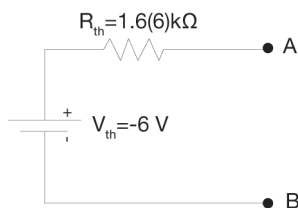
O circuito equivalente que permite calcular a resistência de *Thevenin* é apresentado em seguida:



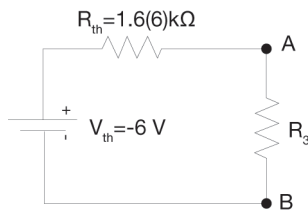
$$R_{AB} = R_1 + R_2 // (R_4 + R_5) = R_1 + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4 + R_5} \right)^{-1} = 1000 + (0.001 + 0.0005)^{-1}$$

$$R_{AB} = 1666.(6) \, \Omega$$

Finalmente obtém-se o circuito equivalente de *Thevenin*:



- b) Para calcular o valor da resistência R_3 que garante uma tensão de -1 V aos terminais A e B é necessário recorrer à fórmula do divisor de tensão:

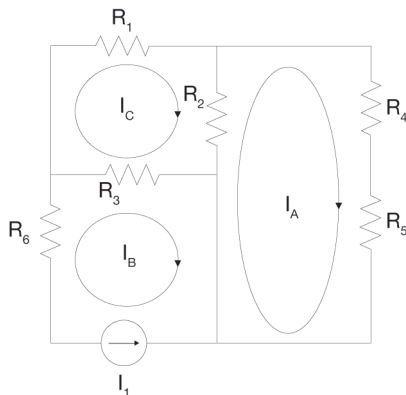


$$V_{R3} = \frac{R_3}{R_3 + 1666.(6)} \times -6 = -1 \Rightarrow R_3 \times (-6) = -(R_3 + 1666.(6)) \Rightarrow$$

$$R_3 \times (-5) = -1666.(6) \Rightarrow R_3 = 333.(3) \, \Omega$$

- c) Para calcular a contribuição individual de uma determinada fonte é necessário ignorar as restantes. Caso a fonte a eliminar seja de tensão, então deverá ser substituída por um curto-circuito, se for uma fonte de corrente deve ser substituída por um circuito aberto. Deste modo, para calcular a contribuição da fonte de

corrente (I_1), esta mantém-se inalterada, enquanto as restantes deverão ser substituídas por curto-circuitos visto tratarem-se de fonte de tensão:



$$\begin{cases} I_B = -I_1 \\ (R_4 + R_5) \times I_A + R_2 \times (I_A - I_C) = 0 \\ R_1 \times I_C + R_2 \times (I_C - I_A) + R_3 \times (I_C - I_B) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 + I_B + 0 = -I_1 \\ (R_4 + R_5 + R_2) \times I_A + 0 - R_2 \times I_C = 0 \\ -R_2 \times I_A - R_3 \times I_B + (R_1 + R_2 + R_3) \times I_C = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

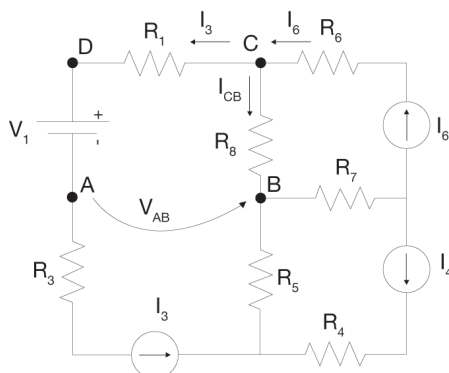
$$\begin{cases} 0 + I_B + 0 = -I_1 \\ (R_4 + R_5 + R_2) \times I_A + 0 - R_2 \times I_C = 0 \\ -R_2 \times I_A - R_3 \times I_B + (R_1 + R_2 + R_3) \times I_C = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 3000 & 0 & -1000 \\ -1000 & -1000 & 3000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.002 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} I_A = -0.25 \text{ mA} \\ I_B = -2 \text{ mA} \\ I_C = -0.75 \text{ mA} \end{cases} \Rightarrow I_{R3} = I_B - I_C = -2 - (-0.75) = -1.25 \text{ mA}$$

A contribuição da fonte I_1 para a corrente que atravessa R_3 é de 1.25 mA.

Exercício 5

- Para calcular o equivalente de *Thevenin* aos terminais A e B, é necessário determinar a resistência de *Thevenin* (R_{th}) e a tensão de *Thevenin* (V_{th}).
- Cálculo da tensão de *Thevenin* (deixar os terminais A e B em aberto, e calcular V_{AB}). Como a resistência R_2 representa a resistência de carga deve ser eliminada durante o processo de cálculo do equivalente de *Thevenin*. Deste modo, obtém-se o seguinte circuito:



A corrente em R_1 e R_3 é igual a I_3 . Para calcular a corrente na resistência R_8 (I_{CB}) será necessário aplicar a lei dos nós ao nó C.

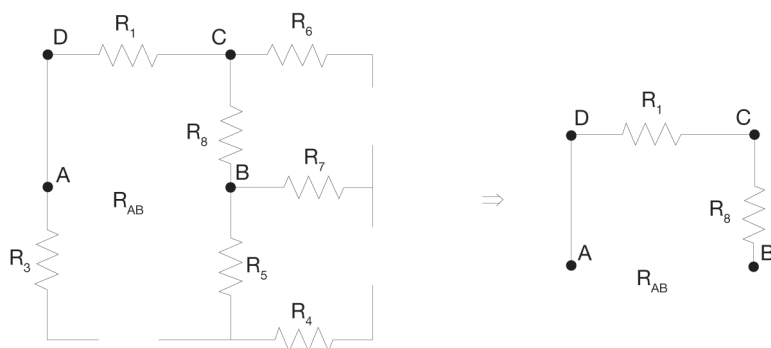
$$I_{CB} + I_3 = I_6 \Rightarrow I_{CB} = -I_3 + I_6 = -4 + 2 = -2A$$

Por outro lado, recorrendo à lei das malhas é possível escrever:

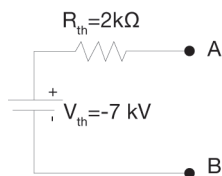
$$V_{AB} + R_8 \times (-I_{CB}) + R_1 \times I_3 + V_1 = 0 \Rightarrow V_{th} = V_{AB} = R_8 \times I_{CB} - R_1 \times I_3 - V_1 = -7kV$$

- ii) Para calcular a resistência de *Thevenin*, deixam-se os terminais A e B em aberto, substitui-se as fontes de tensão por curto-circuitos e as fontes corrente por circuitos abertos. Finalmente calcula-se a resistência equivalente aos terminais A e B.

$$R_{th} = R_{AB} = R_1 + R_8 = 2 k\Omega$$



Logo, o circuito equivalente de *Thevenin* aos terminais A e B pode ser representado da seguinte forma:

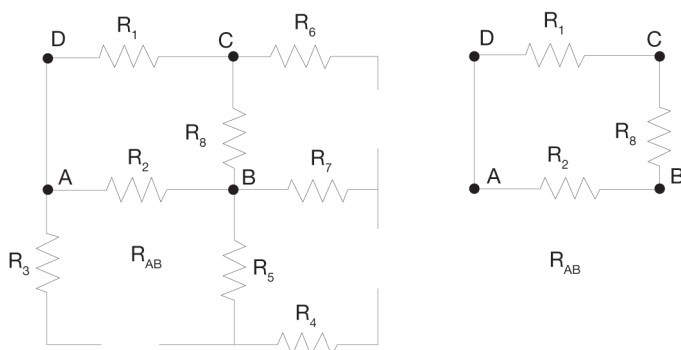


b) Para calcular o equivalente de *Thevenin* aos terminais *A* e *B*, é necessário determinar a resistência de *Thevenin* (R_{th}) e a tensão de *Thevenin* (V_{th}). Neste caso não é necessário retirar nenhum elemento do circuito pois não existe uma resistência de carga.

i) Cálculo da tensão de *Thevenin*:

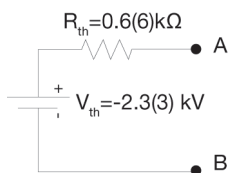
$$V_D = -2.3(3) \text{ kV} (\text{exercício 2c}) \Rightarrow V_{th} = V_{AB} = V_D = -2.3(3) \text{ kV}$$

ii) Cálculo da resistência de *Thevenin*:



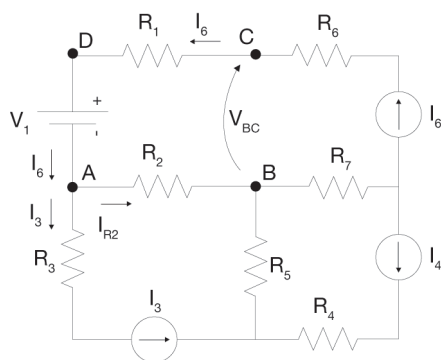
$$R_{th} = R_{AB} = (R_1 + R_8) // R_2 = 2 \text{ k}\Omega // 1 \text{ k}\Omega = 0.666(6) \text{ k}\Omega$$

Finalmente, obtém-se o circuito equivalente de *Thevenin*:



c) Para calcular o equivalente de *Thevenin* aos terminais *B* e *C*, é necessário determinar a resistência de *Thevenin* (R_{th}) e a tensão de *Thevenin* (V_{th}). Após retirar a resistência de carga R_8 é possível determinar V_{th} e R_{th} .

i) Cálculo da tensão de *Thevenin* (deixar dos terminais *B* e *C* em aberto, e calcular V_{BC}).

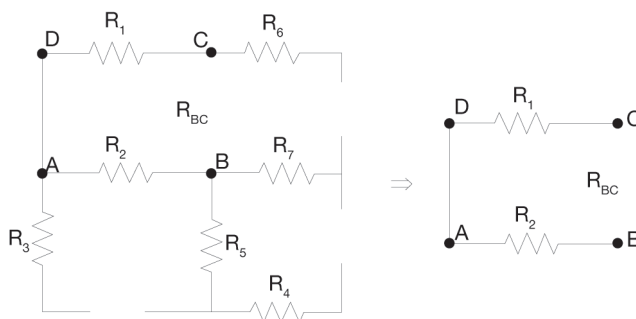


Utilizando a lei das malhas é possível escrever:

$$\begin{cases} V_{BC} + I_6 \times R_1 + V_1 + I_{R2} \times R_2 = 0 \\ I_{R2} = I_6 - I_3 \end{cases} \Rightarrow V_{BC} = -I_6 \times R_1 - V_1 - (I_6 - I_3) \times R_2$$

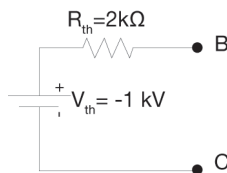
$$\Rightarrow V_{th} = V_{BC} = -2 \times 1000 - 1000 - (2 - 4) \times 1000 = -1000 \text{ V}$$

ii) Cálculo da resistência de Thevenin:



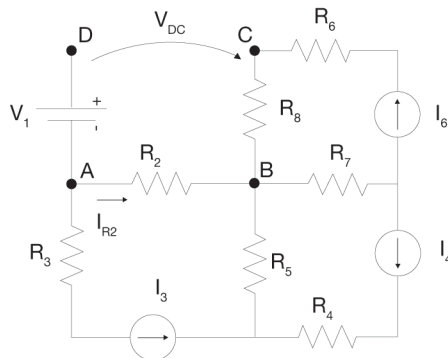
$$R_{th} = R_{BC} = R_1 + R_2 = 2 \text{ k}\Omega$$

Finalmente obtém-se o circuito equivalente de Thevenin:



- d) Para calcular o equivalente de Thevenin aos terminais D e C, é necessário determinar a resistência de Thevenin (R_{th}) e a tensão de Thevenin (V_{th}). Antes de calcular R_{th} e V_{th} é necessário retirar a resistência de carga R_l :

- i) Cálculo da tensão de *Thevenin* (deixar os terminais *D* e *C* em aberto, e calcular V_{DC}).



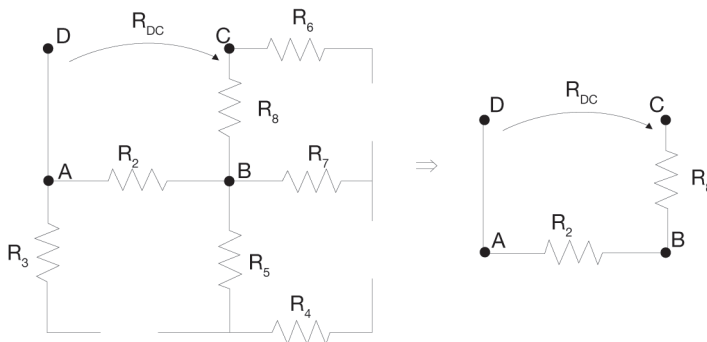
Utilizando a lei das malhas é possível escrever:

$$\begin{cases} V_{DC} + R_8 \times I_6 - R_2 \times I_{R2} - V_1 = 0 \\ I_{R2} = -I_3 \end{cases} \Rightarrow V_{DC} = -R_8 \times I_6 + R_2 \times (-I_3) + V_1 \Rightarrow$$

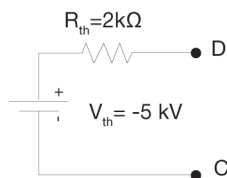
$$\Rightarrow V_{th} = V_{DC} = -1000 \times 2 - 1000 \times I_3 + V_1 = -2000 - 4000 + 1000 = -5000 \text{ V}$$

- ii) Cálculo da resistência de *Thevenin*:

$$R_{th} = R_{DC} = R_8 + R_2 = 2 \text{ k}\Omega$$

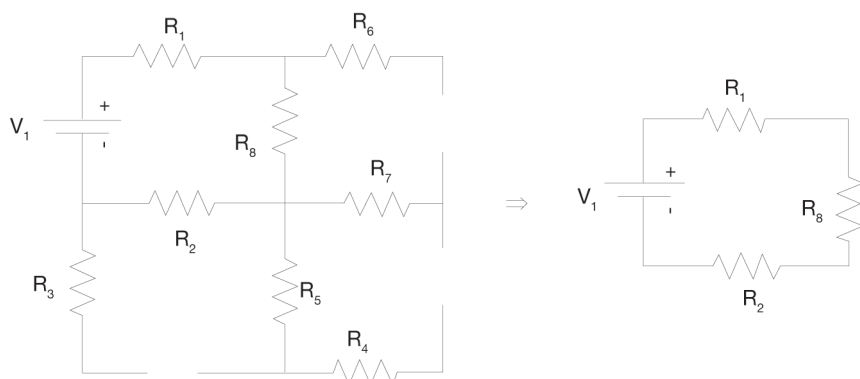


O circuito equivalente de *Thevenin*:



Exercício 6

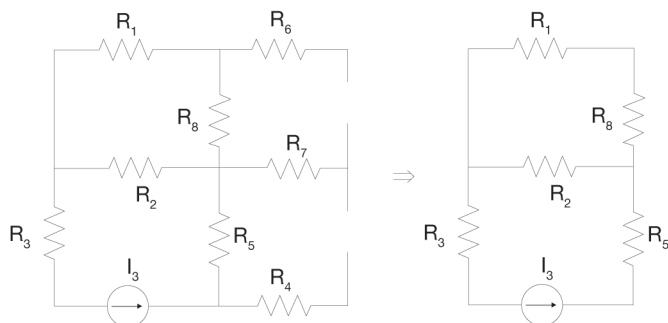
- a) Para calcular a contribuição da fonte de tensão V_1 é necessário eliminar as restantes (fontes de tensão são substituídas por curto-circuitos e as fontes de corrente por circuitos abertos).



Através da análise do circuito anterior pode-se concluir que a fonte V_1 não contribui nem com tensão nem com corrente para a resistência R_5 . Logo:

$$\begin{cases} I_{R5}' = 0 \text{ A} \\ V_{R5}' = 0 \text{ V} \end{cases}$$

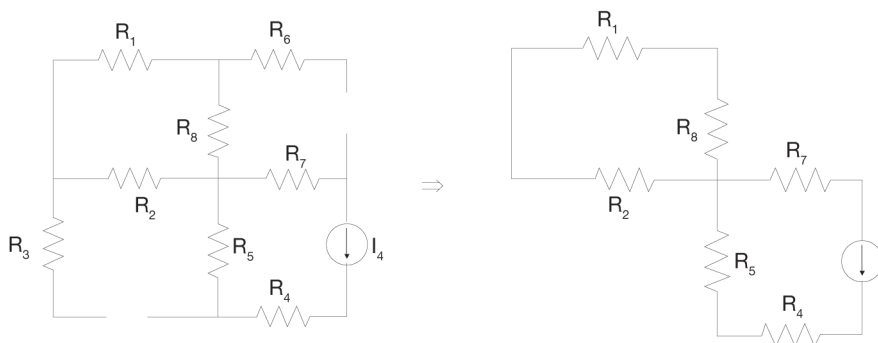
- b) Para calcular a contribuição da fonte de corrente I_3 é necessário eliminar as restantes



Através da análise do circuito anterior pode-se concluir que a fonte I_3 contribui com a totalidade da corrente para R_5 , visto que R_5 se encontra no mesmo ramo. Logo, a contribuição de I_3 para R_5 é:

$$\begin{cases} I_{R5}'' = 4 \text{ A} \quad (\text{sentido } \uparrow) \\ V_{R5}'' = 4 \times R_5 = 4 \text{ kV} \end{cases}$$

- c) Para calcular a contribuição da fonte de corrente I_4 é necessário eliminar as restantes:

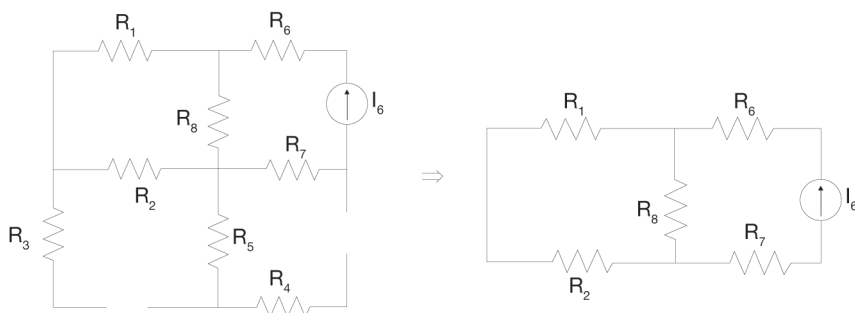


Através da análise do circuito anterior pode-se concluir que a fonte I_4 contribui com a totalidade da corrente para R_5 , visto que R_5 se encontra no mesmo ramo. Logo, a contribuição de I_4 para R_5 é:

$$\begin{cases} I_{R5}''' = 0.5 \text{ mA (sentido } \uparrow) \\ V_{R5}''' = 0.5 \times R_5 = 0.5 \text{ kV} \end{cases}$$

- d) Para calcular a contribuição da fonte de corrente I_6 é necessário eliminar as restantes fontes.

Através da análise do circuito seguinte pode-se concluir que a fonte I_6 não contribui nem com tensão nem com corrente para a resistência R_5 .



Logo,

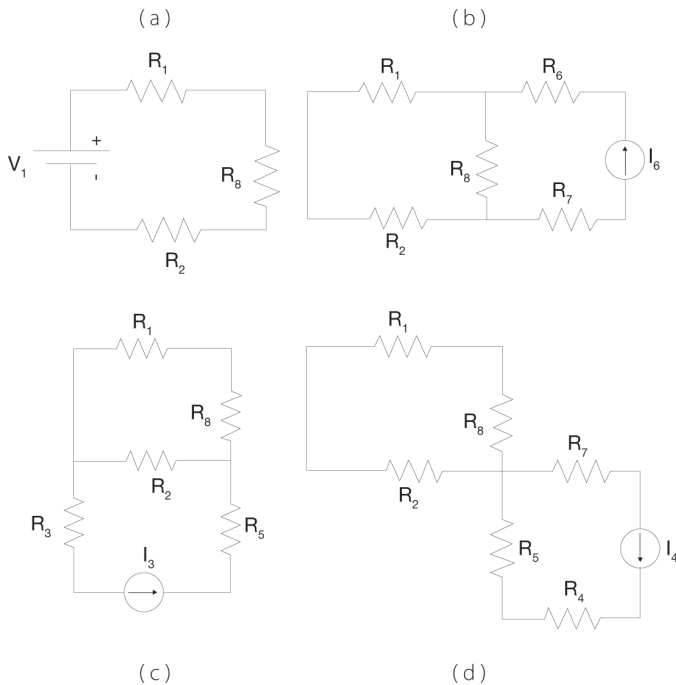
$$\begin{cases} I_{R5}''' = 0 \text{ A} \\ V_{R5}''' = 0 \text{ V} \end{cases}$$

- e) O valor da corrente e tensão em R_5 pode ser obtido através da soma das contribuições individuais de cada uma das fontes, tendo em atenção o sentido das correntes e tensões.

Assim:

$$\begin{cases} I_{R5} = I_{R5}' + I_{R5}'' + I_{R5}''' + I_{R5}'''' = 4.5 \text{ A (sentido } \uparrow) \\ V_{R5} = V_{R5}' + V_{R5}'' + V_{R5}''' + V_{R5}'''' = 4.5 \text{ kV (sentido } \uparrow) \end{cases}$$

- f) Para calcular a tensão e corrente em R_1 recorrendo ao teorema da sobreposição é necessário calcular a contribuição individual de cada fonte. A figura seguinte mostra os circuitos equivalentes relativos à contribuição individual de cada fonte.



Para calcular a contribuição de V_1 iremos utilizar o circuito (a). Após a análise do circuito é possível concluir que a fonte V_1 contribui com:

$$\begin{cases} I_{R1}' = \frac{V_1}{R_1 + R_2 + R_8} = \frac{1000}{1k + 1k + 1k} = 0.3(3) \text{ A (sentido } \rightarrow) \\ V_{R1}' = I_{R1}' \times R_1 = 0.3(3) \times 1k = 333.(3) \text{ V (sentido } \rightarrow) \end{cases}$$

Para calcular a contribuição de I_6 iremos utilizar o circuito (b). Após a análise do circuito é possível concluir que a fonte I_6 contribui com:

$$\begin{cases} I_{R1}'' = \frac{R_8 \times I_6}{(R_1 + R_2) + R_8} = \frac{1k \times 2}{2k + 1k} = 0.6(6) \text{ A (sentido } \leftarrow) \\ V_{R1}'' = I_{R1}'' \times R_1 = 0.6(6) \times 1k = 666.(6) \text{ V (sentido } \leftarrow) \end{cases}$$

Para calcular a contribuição de I_3 iremos utilizar o circuito (c). Após a análise do circuito é possível concluir que a fonte I_3 contribui com:

$$\begin{cases} I_{R1}''' = \frac{R_2 \times I_3}{(R_1 + R_8) + R_2} = \frac{1k \times 4}{2k + 1k} = 1.3(3) A (\text{sentido } \leftarrow) \\ V_{R1}''' = I_{R1}''' \times R_1 = 1.3(3) \times 1k = 1.3(3) kV (\text{sentido } \leftarrow) \end{cases}$$

Para calcular a contribuição de I_4 iremos utilizar o circuito (d). Após a análise do circuito é possível concluir que a fonte I_4 não contribui com corrente para a resistência R_1 . Logo,

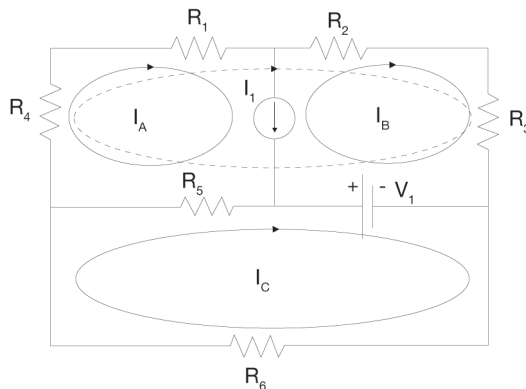
$$\begin{cases} I_{R1}'''' = 0 A \\ V_{R1}'''' = I_{R1}'''' \times R_1 = 0 V \end{cases}$$

Deste modo, é possível calcular a corrente e tensão em R_1 , somando a contribuição individual de cada uma das fontes:

$$\begin{aligned} \begin{cases} I_{R1} = I_{R1}' - I_{R1}'' - I_{R1}''' + I_{R1}'''' = 0.3(3) - 0.6(6) - 1.3(3) \\ V_{R1} = V_{R1}' - V_{R1}'' - V_{R1}''' + V_{R1}'''' = 0.3(3)k - 0.6(6)k - 1.3(3)k \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} I_{R1} = -1.6(6) A (\text{sentido } \rightarrow) \\ V_{R1} = -1.6(6) kV (\text{sentido } \rightarrow) \end{cases} \end{aligned}$$

Exercício 7

- a) A corrente e tensão em R_6 serão calculadas recorrendo ao conceito de *supermalha*, logo é necessário identificar a *supermalha* (malha representada a tracejado):



Através da análise do circuito anterior é possível escrever as seguintes equações recorrendo à lei das malhas:

$$\begin{cases} R_4 \times I_A + R_1 \times I_A + R_2 \times I_B + R_3 \times I_B - V_1 + R_5 \times (I_A - I_C) = 0 \\ R_6 \times I_C + R_5 \times (I_C - I_A) = -V_1 \\ I_A - I_B = I_1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} I_A \times (R_4 + R_1 + R_5) + I_B \times (R_2 + R_3) + I_C \times (-R_5) = V_1 \\ I_A \times (-R_5) + 0 + I_C \times (R_5 + R_6) = -V_1 \\ I_A - I_B + 0 = I_1 \end{cases} \Rightarrow$$

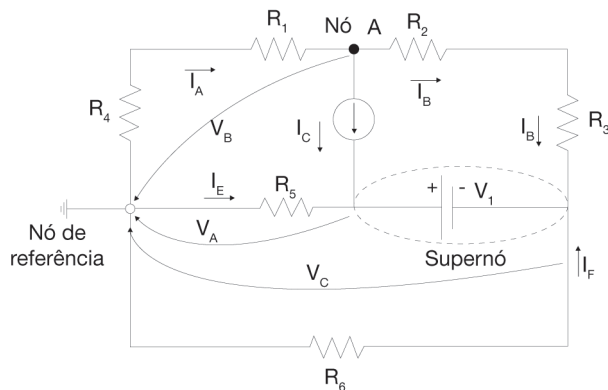
$$\Rightarrow \begin{bmatrix} (R_4 + R_1 + R_5) & (R_2 + R_3) & (-R_5) \\ (-R_5) & 0 & (R_5 + R_6) \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ -V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 3000 & 2000 & -1000 \\ -1000 & 0 & 2000 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -6 \\ 3 \times 10^{-3} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} I_A = 2 \text{ mA} \\ I_B = -1 \text{ mA} \\ I_C = -2 \text{ mA} \end{cases}$$

A corrente em R_6 é I_C , logo $I_{R_6} = 2 \text{ mA}$ (sentido \rightarrow) e,

$$V_{R_6} = R_6 \times I_{R_6} = 2 \times 10^{-3} \times 10^3 = 2 \text{ V} \text{ (sentido } \rightarrow \text{)}$$

- b) A corrente e tensão em R_6 serão calculadas recorrendo ao conceito de *supernó*, logo é necessário identificar o *supernó* (nó representado a tracejado).



Através da análise do circuito anterior, é possível escrever as seguintes equações recorrendo às leis dos nós e das malhas.

$$\begin{cases} I_A = I_B + I_C \text{ (nó A)} \\ I_E + I_C + I_B + I_F = 0 \text{ (supernó)} \\ V_1 + V_C - V_A = 0 \end{cases}$$

Em seguida é necessário representar as correntes em função das quedas de tensão nodais (representam a queda de tensão dos nós essenciais não de referência para o de referência, como se pode observar no circuito anterior).

$$\begin{cases} (R_4 + R_1) \times I_A + V_B = 0 \Rightarrow I_A = -\frac{V_B}{R_4 + R_1} \\ (R_2 + R_3) \times I_B + V_C - V_B = 0 \Rightarrow I_B = \frac{V_B - V_C}{R_2 + R_3} \\ I_C = I_1 \\ R_5 \times I_E + V_A = 0 \Rightarrow I_E = -\frac{V_A}{R_5} \\ R_6 \times I_F + V_C = 0 \Rightarrow I_F = -\frac{V_C}{R_6} \end{cases}$$

Utilizando as equações anteriores é possível obter um novo sistema, cujas incógnitas são as tensões nodais (V_A , V_B e V_C):

$$\begin{cases} -\frac{V_B}{R_4 + R_1} = \frac{V_B - V_C}{R_2 + R_3} + I_1 \text{ (nó A)} \\ -\frac{V_A}{R_5} + I_1 + \frac{V_B - V_C}{R_2 + R_3} - \frac{V_C}{R_6} = 0 \text{ (supernó)} \\ V_1 + V_C - V_A = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{V_B}{2000} = \frac{V_B - V_C}{2000} + 3 \times 10^{-3} \\ -\frac{V_A}{1000} + 3 \times 10^{-3} + \frac{V_B - V_C}{2000} - \frac{V_C}{1000} = 0 \\ V_1 + V_C - V_A = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -V_B = V_B - V_C + (3 \times 10^{-3}) \times 2000 \\ -2 \times V_A + (3 \times 10^{-3}) \times 2000 + V_B - V_C - 2 \times V_C = 0 \\ V_1 + V_C - V_A = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 + 2 \times V_B - V_C = -6 \\ -2 \times V_A + V_B - 3 \times V_C = -6 \\ -V_A + 0 + V_C = -6 \end{cases}$$

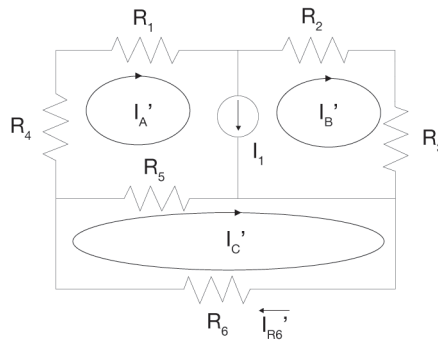
$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -3 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ -6 \\ -6 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} V_A = 4 \text{ V} \\ V_B = -4 \text{ V} \\ V_C = -2 \text{ V} \end{cases}$$

A queda de tensão em R_6 é igual a V_c e a corrente é igual a I_c

$$I_{R_6} = 2 \text{ mA (sentido } \rightarrow) \text{ e } V_{R_6} = R_6 \times I_{R_6} = 2 \times 10^{-3} \times 10^3 = 2 \text{ V (sentido } \rightarrow)$$

- c) A corrente e tensão em R_6 serão calculadas recorrendo ao teorema da sobreposição. Para o efeito, é necessário calcular a contribuição individual de cada uma das fontes presentes no circuito.

Deste modo, calcula-se, em seguida, a contribuição da fonte de corrente I_1 . Para tal, é necessário eliminar a fonte V_1 , como é uma fonte de tensão deve ser substituída por um curto-circuito, obtendo-se o seguinte circuito:



Recorrendo ao método das malhas é possível escrever as equações:

$$\begin{cases} R_4 \times I_A' + R_1 \times I_A' + R_2 \times I_B' + R_3 \times I_B' + R_5 \times (I_A' - I_C') = 0 \\ R_6 \times I_C' + R_5 \times (I_C' - I_A') = 0 \\ I_A' - I_B' = I_1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} I_A' \times (R_4 + R_1 + R_5) + I_B' \times (R_2 + R_3) + I_C' \times (-R_5) = 0 \\ I_A' \times (-R_5) + 0 + I_C' \times (R_5 + R_6) = 0 \\ I_A' - I_B' + 0 = I_1 \end{cases} \Rightarrow$$

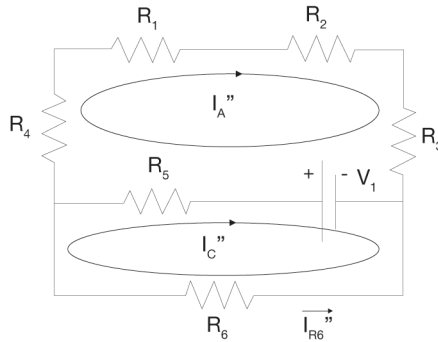
$$\Rightarrow \begin{bmatrix} (R_4 + R_1 + R_5) & (R_2 + R_3) & (-R_5) \\ (-R_5) & 0 & (R_5 + R_6) \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A' \\ I_B' \\ I_C' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I_1 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 3000 & 2000 & -1000 \\ -1000 & 0 & 2000 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A' \\ I_B' \\ I_C' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \times 10^{-3} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} I_A' = 1.3(3) \text{ mA} \\ I_B' = -1.6(6) \text{ mA} \\ I_C' = 0.6(6) \text{ mA} \end{cases}$$

A contribuição da fonte de corrente I_1 para a corrente em R_6 é de I_{R_6}' ,

$$\log I_{R_6}' = 0.6(6) \text{ mA (sentido } \leftarrow) \text{ e } V_{R_6}' = R_6 \times I_{R_6}' = 0.6(6) \text{ V (sentido } \leftarrow)$$

Em seguida calcula-se a contribuição da fonte de tensão V_1 . Para tal é necessário eliminar a fonte I_1 , como é uma fonte de corrente deve ser substituída por um circuito aberto, obtendo-se o seguinte circuito:



Recorrendo ao método das malhas é possível escrever as equações:

$$\begin{cases} R_4 \times I_A'' + R_1 \times I_A'' + R_2 \times I_A'' + R_3 \times I_A'' - V_1 + R_5 \times (I_A'' - I_C'') = 0 \\ R_6 \times I_C'' + R_5 \times (I_C'' - I_A'') + V_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} I_A'' \times (R_4 + R_1 + R_2 + R_3 + R_5) + I_C'' \times (-R_5) = V_1 \\ I_A'' \times (-R_5) + I_C'' \times (R_6 + R_5) = -V_1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} R_4 + R_1 + R_2 + R_3 + R_5 & -R_5 \\ -R_5 & R_6 + R_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A'' \\ I_C'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ -V_1 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 5000 & -1000 \\ -1000 & 2000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A'' \\ I_C'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -6 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} I_A'' = 0,6(6) \text{ mA} \\ I_C'' = -2,6(6) \text{ mA} \end{cases}$$

A contribuição da fonte de corrente V_1 para a corrente em R_6 é de I_{R_6}'' ,

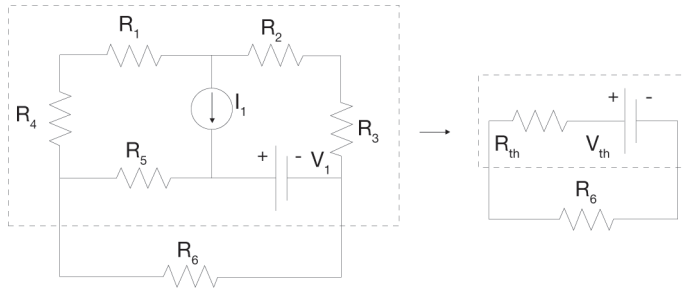
$$\log I_{R_6}'' = 2.6(6) \text{ mA (sentido } \rightarrow) \text{ e } V_{R_6}'' = R_6 \times I_{R_6}'' = 2.6(6) \text{ V (sentido } \rightarrow)$$

Pode-se então concluir que:

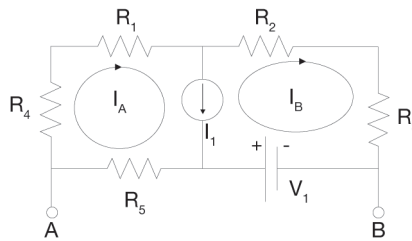
$$\begin{cases} I_{R_6} = -I_{R_6}' + I_{R_6}'' = 2 \text{ mA (sentido } \rightarrow) \\ V_{R_6} = -V_{R_6}' + V_{R_6}'' = 2 \text{ V (sentido } \rightarrow) \end{cases}$$



- d) Para calcular o valor de R_6 que permite que a corrente caia para metade é necessário recorrer ao teorema de *Thevenin*. Assim, reduzindo o circuito aos terminais de R_6 a apenas a uma fonte de tensão (V_{th}) e uma resistência (R_{th}) torna-se mais fácil calcular o valor de R_6 que permite reduzir a corrente para metade, pois ficamos na presença de apenas uma malha. Assim, considerando que R_6 representa a resistência de carga é possível simplificar o circuito:



Para calcular a tensão de *Thevenin* é necessário retirar a resistência de carga (R_6), obtendo-se o seguinte circuito:



Recorrendo ao método das malhas é possível escrever as equações:

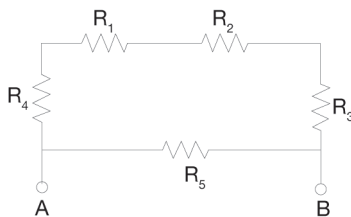
$$\begin{cases} (R_4 + R_1 + R_5) \times I_A + (R_2 + R_3) \times I_B = V_1 \\ I_A - I_B = I_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3000 \times I_A + 2000 \times I_B = 6 \\ I_A - I_B = 3 \text{ mA} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 3000 & 2000 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \times 10^{-3} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} I_A = 2.4 \text{ mA} \\ I_B = -0.6 \text{ mA} \end{cases}$$

A tensão de *Thevenin*, V_{th} , pode ser calculada através da equação:

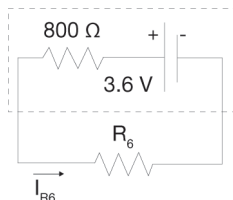
$$V_{th} = V_{AB} \Rightarrow V_{AB} - V_1 + R_5 \times I_A = 0 \Rightarrow V_{AB} = V_1 - R_5 \times I_A = 6 - 2.4 = 3.6 \text{ V}$$

Em seguida calcula-se a resistência de *Thevenin*, R_{th} :



$$R_{th} = R_5 // (R_4 + R_1 + R_2 + R_3) = 1000 // 4000 = \left(\frac{1}{1000} + \frac{1}{4000} \right)^{-1} = 800 \, \Omega$$

Obtém-se, então, o seguinte circuito simplificado:



Utilizando a Lei de *Ohm* é possível escrever:

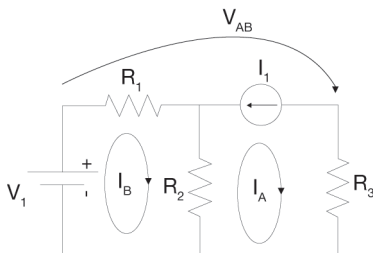
$$\begin{cases} I_{R6} = 1 \, \text{mA} \text{ (metade do valor inicial)} \\ 3.6 = (800 + R_6) \times I_{R6} \end{cases} \Rightarrow 3.6 = (800 + R_6) \times 10^{-3} \Rightarrow R_6 = 2.8 \, \text{k}\Omega$$

Para que o valor da corrente em R_6 passasse para metade (1 mA) era necessário aumentar R_6 para 2.8 kΩ.

Exercício 8

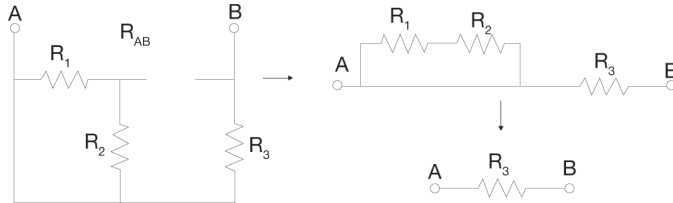
- a) Para calcular o equivalente de *Thevenin* aos terminais de R_4 , considerando que R_4 representa a resistência de carga é necessário retirar R_4 .

Cálculo de V_{th} :



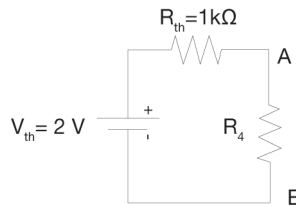
$$\begin{cases} V_{AB} + I_A \times R_3 - V_1 = 0 \\ I_A = -I_1 = -0.001 A \end{cases} \Rightarrow V_{th} = V_{AB} = -I_A \times R_3 + V_1 = 1 - 1000 \times (-0.001) = 2 V$$

Cálculo de R_{th} :



$$R_{th} = R_3 = 1000 \Omega$$

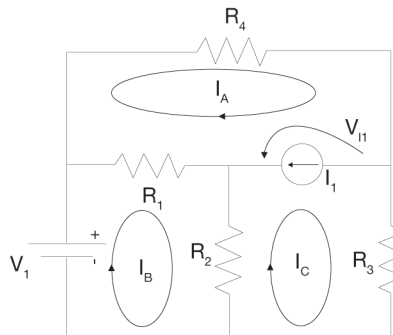
Apresenta-se em seguida o circuito equivalente de *Thevenin*:



- b)** É possível determinar a corrente e tensão em R_4 recorrendo ao teorema de *Thevenin*. Assim, utilizando o circuito da figura anterior é possível escrever:

$$\begin{cases} -V_{th} + I_{R4} \times (R_{th} + R_4) = 0 \Rightarrow I_{R4} = \frac{V_{th}}{(R_{th} + R_4)} = \frac{2}{2000} = 1 mA \\ V_{R4} = \frac{R_4 \times V_{th}}{(R_{th} + R_4)} = 1 V \end{cases}$$

- c)** É possível determinar a corrente e tensão em R_4 recorrendo ao método das malhas.



Assim, utilizando o circuito da figura anterior é possível escrever:

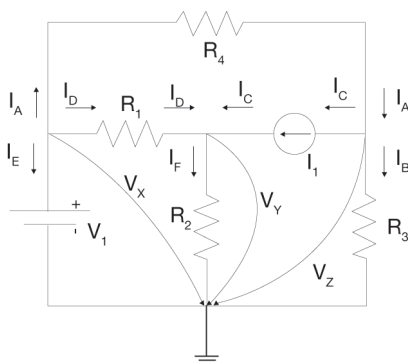
$$\begin{cases} m_A : R_4 \times I_A + V_{I1} + R_1 \times (I_A - I_B) = 0 \\ m_B : R_1 \times (I_B - I_A) + R_2 \times (I_B - I_C) - V_1 = 0 \\ m_C : R_3 \times I_C + R_2 \times (I_C - I_B) - V_{I1} = 0 \\ I_A - I_C = I_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} I_A \times (R_4 + R_1) + I_B \times (-R_1) + 0 + V_{I1} = 0 \\ I_A \times (-R_1) + I_B \times (R_1 + R_2) + I_C \times (-R_2) + 0 = V_1 \\ 0 + I_B \times (-R_2) + I_C \times (R_2 + R_3) - V_{I1} = 0 \\ I_A + 0 - I_C + 0 = I_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 2000 & -1000 & 0 & 1 \\ -1000 & 2000 & -1000 & 0 \\ 0 & -1000 & 2000 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \\ V_{I1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ V_1 \\ 0 \\ I_1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow I_{R4} = I_A = 1 \text{ mA}, V_{R4} = R_4 \times I_{R4} = 1 \text{ V}$$

d) É possível determinar a corrente e tensão em R_4 , recorrendo ao método das tensões nodais



$$\begin{cases} \text{nó}_X : I_A + I_D + I_E = 0 \\ \text{nó}_Y : I_D + I_C = I_F \\ \text{nó}_Z : I_A = I_C + I_B \end{cases}$$

Em seguida é necessário substituir as correntes pelas tensões nodais, aplicando a lei das malhas é possível escrever:

$$\neg R_4 \times I_A + V_Z - V_X = 0 \Rightarrow I_A = \frac{V_X - V_Z}{R_4}$$

$$\neg R_3 \times I_B = V_Z \Rightarrow I_B = \frac{V_Z}{R_3}$$

$$\neg I_C = I_1 = 1 \text{ mA}$$

$$\neg R_1 \times I_D + V_Y - V_X = 0 \Rightarrow I_D = \frac{V_X - V_Y}{R_1}$$

$$\neg I_E = ? \text{ (incógnita)}$$

$$\neg R_2 \times I_F = V_Y \Rightarrow I_F = \frac{V_Y}{R_2}$$

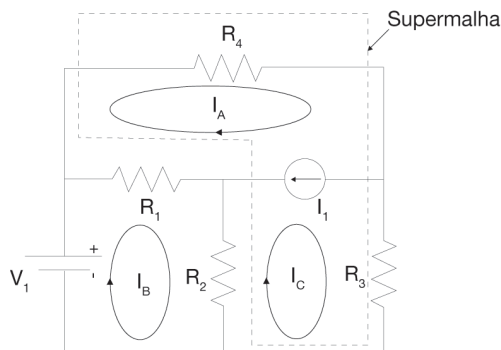
Substituindo as equações anteriores no sistema de equações, onde se aplicou a lei dos nós, obtêm-se:

$$\begin{cases} \text{nó}_X : \frac{V_X - V_Z}{R_4} + \frac{V_X - V_Y}{R_1} + I_E = 0 \\ \text{nó}_Y : \frac{V_X - V_Y}{R_1} + I_1 = \frac{V_Y}{R_2} \\ \text{nó}_Z : \frac{V_X - V_Z}{R_4} = I_1 + \frac{V_Z}{R_3} \\ V_X = 1 \text{ V} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1 - V_Z}{R_4} + \frac{1 - V_Y}{R_1} + I_E = 0 \\ \frac{1 - V_Y}{R_1} + 10^{-3} = \frac{V_Y}{R_2} \\ \frac{1 - V_Z}{R_4} = 10^{-3} + \frac{V_Z}{R_3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1000 \times I_E = -2 + V_Y + V_Z \\ -2 \times V_Y = -2 \\ 2 \times V_Z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_E = -1 \text{ mA} \\ V_Y = 1 \text{ V} \\ V_Z = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} I_{R4} = I_A = \frac{V_X - V_Z}{R_4} = \frac{1 - 0}{1000} = 1 \text{ mA} \\ V_{R4} + V_Z - V_X = 0 \Rightarrow V_{R4} = -V_Z + V_X \Rightarrow V_{R4} = 1 \text{ V} \end{cases}$$

- e) É possível determinar a corrente e tensão em R_4 recorrendo ao conceito de *supermalha* (identificada a tracejado).

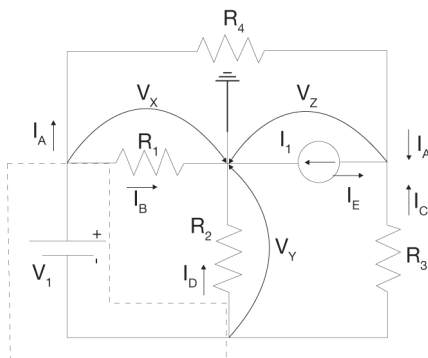


Assim, utilizando o circuito da figura anterior é possível escrever:

$$\begin{cases} \text{supermalha : } R_4 \times I_A + R_3 \times I_C + R_2 \times (I_C - I_B) + R_1 \times (I_A - I_B) = 0 \\ m_B : -V_1 + R_1 \times (I_B - I_A) + R_2 \times (I_B - I_C) = 0 \\ I_A - I_C = I_1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -1000 & 2000 & -1000 \\ 2000 & -2000 & 2000 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 10^{-3} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} I_{R4} = I_A = 1 \text{ mA} \\ V_{R4} = I_{R4} \times R_4 = 1 \text{ V} \end{cases}$$

- f) É possível determinar a corrente e tensão em R_4 recorrendo ao conceito de *super nó* (identificado a tracejado).



$$\begin{cases} \text{supernó : } I_A + I_B + I_D + I_C = 0 \\ \text{nó}_Z : I_A + I_C + I_E = 0 \\ V_X - V_Y - V_1 = 0 \end{cases}$$

$$\neg R_4 \times I_A + V_Z - V_X = 0 \Rightarrow I_A = \frac{V_X - V_Z}{R_4}$$

$$\neg R_1 \times I_B = V_X \Rightarrow I_B = \frac{V_X}{R_1}$$

$$\neg R_3 \times I_C + V_Z - V_Y = 0 \Rightarrow I_C = \frac{V_Y - V_Z}{R_3}$$

$$\neg I_D = \frac{V_Y}{R_2}$$

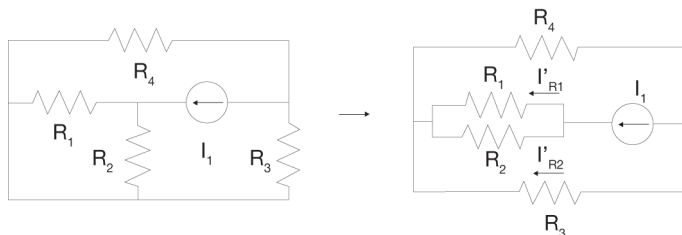
$$\neg I_E = -I_1$$

Substituindo as equações anteriores no sistema de equações, onde se aplicou a lei dos nós, obtêm-se:

$$\begin{cases} \text{supernó : } \frac{V_X - V_Z}{R_4} + \frac{V_X}{R_1} + \frac{V_Y}{R_2} + \frac{V_Y - V_Z}{R_3} = 0 \\ \text{nó}_Z : \frac{V_X - V_Z}{R_4} + \frac{V_Y - V_Z}{R_3} - I_1 = 0 \\ V_X - V_Y - V_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_X \\ V_Y \\ V_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} V_X = 0 \\ V_Y = -1 \text{ V} \\ V_Z = -1 \text{ V} \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_{R4} = I_A = \frac{V_X - V_Z}{R_4} = \frac{0 - (-1)}{1000} = 1 \text{ mA} \\ V_{R4} + V_Z - V_X = 0 \Rightarrow V_{R4} = V_X - V_Z = 1 \text{ V} \end{cases}$$

- g) Para calcular a contribuição de I_1 para a tensão em R_1 , é necessário eliminar as restantes fontes. Deste modo, fica-se com o seguinte circuito:



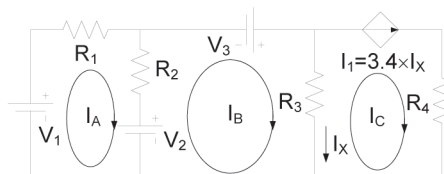
Utilizando o conceito de divisor de corrente é possível determinar a corrente em R_1 (contribuição da fonte I_1) para a corrente que que atravessa R_1):

$$I'_{R1} = \frac{R_2 \times I_1}{R_1 + R_2} = \frac{1000 \times 10^{-3}}{2000} = 0.5 \text{ mA} \Rightarrow V'_{R1} = R_1 \times I'_{R1} = 0.5 \text{ V}$$

Exercício 9

- a) Calcule a corrente I_x , utilizando, para o efeito, o método das malhas.

Recorrendo ao método das malhas:



É possível escrever as seguintes equações:

$$\begin{cases} -V_1 + R_1 \times I_A + R_2 \times (I_A - I_B) + V_2 = 0 \\ -V_2 + R_2 \times (I_B - I_A) - V_3 + R_3 \times (I_B - I_C) = 0 \\ I_C = 3.4 \times I_x \\ I_x = I_B - I_C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_A \times (R_1 + R_2) + I_B \times (-R_2) = V_1 - V_2 \\ I_A \times (-R_2) + I_B \times (R_2 + R_3) + I_C \times (-R_3) = V_2 + V_3 \\ I_C = 3.4 \times (I_B - I_C) \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_2 & -R_2 & 0 \\ -R_2 & R_2 + R_3 & -R_3 \\ 0 & 3.4 & -4.4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 - V_2 \\ V_2 + V_3 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2000 & -1000 & 0 \\ -1000 & 2000 & -1000 \\ 0 & 3.4 & -4.4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} I_A = 2.75 \text{ mA} \\ I_B = 5.5 \text{ mA} \\ I_C = 4.25 \text{ mA} \end{cases}$$

$$\Rightarrow I_x = I_B - I_C = 5.5 \text{ mA} - 4.25 \text{ mA} = 1.25 \text{ mA}$$

- b) Calcule a potência fornecida pela fonte I_1 .

Para determinar a potência fornecida pela fonte é necessário determinar a tensão aos seus terminais, V_{I1} (representa a queda de tensão na fonte com o sentido \rightarrow):

$$R_3 \times I_X = V_{I1} + R_4 \times I_C \Rightarrow V_{I1} = R_3 \times I_X - R_4 \times I_C = 1 \text{ k} \times 1.25 \text{ mA} - 1 \text{ k} \times 4.25 \text{ mA} = -3 \text{ V}$$

Logo, a potência fornecida pela fonte é igual a:

$$P_{I1} = V_{I1} \times I_1 = V_{I1} \times I_C = -3 \times 4.25 \text{ m} = -12.75 \text{ mW}$$

O valor é negativo, o que significa que a fonte está a fornecer energia e não a consumir.

Exercício 10

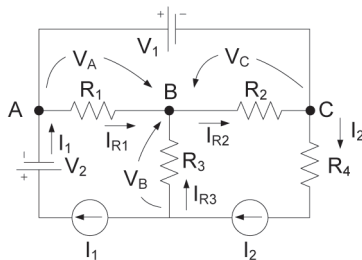
- a) Calcule a corrente que atravessa a resistência R_3 .

Recorrendo à lei dos nós, é possível escrever:

$$I_{R3} + I_1 = I_2 \Rightarrow I_{R3} = I_2 - I_1 = 20 \text{ m} - 10 \text{ m} = 10 \text{ mA}$$

- b) Calcule a tensão no nó A, recorrendo ao método das tensões nodais.

Após identificar o nó de referência (nó B), identificam-se as tensões nodais (V_A , V_B e V_C). Na análise do circuito iremos utilizar o conceito de super-nó (V_1).



Desta forma, é possível escrever as equações:

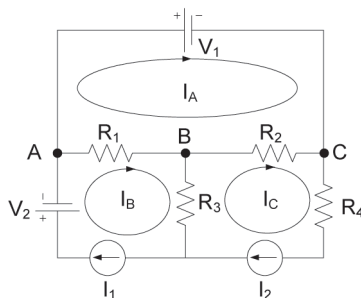
$$\begin{cases} I_1 + I_{R2} = I_2 + I_{R1} \text{ (super nó)} \\ I_{R3} + I_1 = I_2 \\ V_A - V_C - V_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1 + \frac{-V_C}{R_2} = I_2 + \frac{V_A}{R_1} \text{ (super nó)} \\ V_A - V_C - V_1 = 0 \\ \frac{V_B}{R_3} + I_1 = I_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{V_C}{R_2} + \frac{V_A}{R_1} = I_1 - I_2 = -10 \text{ mA} \\ V_A - V_C = V_1 = 2 \\ V_B = R_3 \times (I_2 - I_1) = 10 \text{ V} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{V_A}{R_1} + \frac{V_C}{R_2} = -0.01 \\ V_A - V_C = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 0.001 & 0.001 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.01 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} V_A = -4 \text{ V} \\ V_C = -6 \text{ V} \end{cases}$$

A tensão no nó A é de -4 V (considerando o nó B como referência $\rightarrow 0\text{ Volts}$).

- c) Calcule a tensão no nó A , recorrendo ao método das malhas.

Após identificar as correntes em cada uma das malhas é possível obter as equações de malha:



$$\begin{cases} V_1 + R_2 \times (I_A - I_C) + R_1 \times (I_A - I_B) = 0 \\ I_B = I_1 = 10\text{ mA} \\ I_C = I_2 = 20\text{ mA} \end{cases} \Rightarrow I_A = \frac{-V_1 + R_2 \times I_C + R_1 \times I_B}{R_2 + R_1} = \frac{-2 + 1\text{ k} \times 20\text{ m} + 1\text{ k} \times 10\text{ m}}{1\text{ k} + 1\text{ k}} = 14\text{ mA}$$

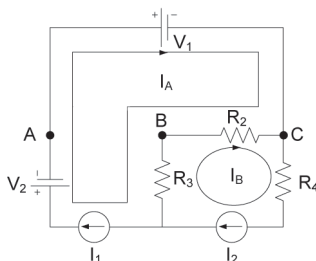
A tensão no nó A pode ser calculada da seguinte forma:

$$V_A = R_1 \times (I_B - I_A) = 1\text{ k} \times (10\text{ m} - 14\text{ m}) = -4\text{ V}$$

Importa relembrar que a referência para o cálculo da tensão foi o nó B , visto que este se encontra ligado à massa (0 Volts).

- d) Calcule o circuito equivalente de *Thevenin* aos terminais dos nós A e B , devendo considerar que R_l representa a resistência de carga.

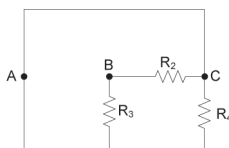
Como a resistência R_l representa a resistência de carga, será necessário retirá-la antes de proceder ao cálculo da tensão e resistência de *Thevenin*.



Através da análise do circuito anterior, é possível concluir que:

$$\begin{cases} I_A = I_1 = 10 \text{ mA} \\ I_B = I_2 = 20 \text{ mA} \end{cases} \Rightarrow V_{AB} + R_2 \times (I_B - I_A) - V_1 = 0 \Rightarrow V_{AB} = -R_2 \times (I_B - I_A) + V_1 = -1 \text{ k} \times (20 \text{ mA} - 10 \text{ mA}) + 2 \Rightarrow V_{th} = V_{AB} = -8 \text{ V}$$

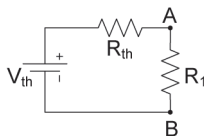
Para calcular R_{th} será necessário eliminar as fontes:



Pode-se, então, concluir que:

$$R_{th} = R_2 = 1 \text{ k}\Omega$$

Em seguida, apresenta-se o circuito equivalente de *Thevenin*:



- e) Calcule o valor que deveria assumir a resistência R_1 para que a corrente que a atravessa duplique.

Analisando o circuito da alínea anterior, é possível escrever:

$$\begin{aligned} -V_{th} + (R_{th} + R_1) \times I_{R1} &= 0 \\ \therefore \text{Para } R_1 = 1 \text{ k}\Omega \Rightarrow I_{R1} &= \frac{V_{th}}{R_{th} + R_1} = \frac{-8}{1 \text{ k} + 1 \text{ k}} = -4 \text{ mA} \end{aligned}$$

Pretende-se que a corrente duplique, logo:

$$\therefore \text{Para } I_{R1} = -8 \text{ mA} \Rightarrow -V_{th} + (R_{th} + R_1) \times I_{R1} = 0 \Rightarrow -8 + (1 \text{ k} + R_1) \times -8 \times 10^{-3} = 0 \Rightarrow R_1 = -1 \text{ k} + \frac{8}{8 \times 10^{-3}} = 0 \Omega$$

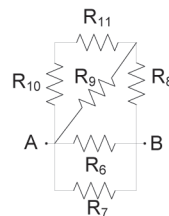
Pode-se, então, concluir que o valor máximo de corrente em R_1 será 8 mA, que acontece quando R_1 é nula.

Exercício 11

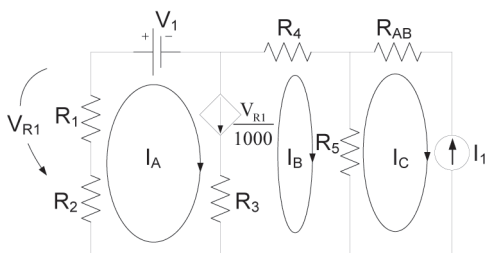
- a) Calcule a queda de tensão na fonte I_1 .

O circuito apresentado pode ser simplificado, em particular, a resistência entre os terminais A e B.

$$\begin{aligned}
 R_{AB} &= ((R_{11} + R_{10}) // R_9 + R_8) // R_6 // R_7 \Rightarrow \\
 \Rightarrow R_{AB} &= ((24 \text{ k} + 24 \text{ k}) // 48 \text{ k} + 6 \text{ k}) // 30 \text{ k} // 15 \text{ k} \Rightarrow \\
 \Rightarrow R_{AB} &= (48 \text{ k} // 48 \text{ k} + 6 \text{ k}) // 30 \text{ k} // 15 \text{ k} = (24 \text{ k} + 6 \text{ k}) // 30 \text{ k} // 15 \text{ k} \Rightarrow \\
 \Rightarrow R_{AB} &= 30 \text{ k} // 30 \text{ k} // 15 \text{ k} = \left(\frac{1}{30 \text{ k}} + \frac{1}{30 \text{ k}} + \frac{1}{15 \text{ k}} \right)^{-1} = 7.5 \text{ k}\Omega
 \end{aligned}$$



Desta forma obtém-se o seguinte circuito simplificado:



A partir do qual se podem escrever as seguintes equações:

$$\begin{aligned}
 &\begin{cases} (R_1 + R_2) \times I_A + V_1 + R_4 \times I_B + R_5 \times (I_B - I_C) = 0 \\ I_A - I_B = \frac{V_{R1}}{1000} \\ V_{R1} = -I_A \times R_1 \\ I_C = -I_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (R_1 + R_2) \times I_A + (R_4 + R_5) \times I_B = -V_1 + R_5 \times I_C \\ I_A - I_B = \frac{-I_A \times R_1}{1000} \\ I_C = -I_1 = -5 \text{ mA} \end{cases} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \begin{cases} (1 \text{ k} + 5 \text{ k}) \times I_A + (6 \text{ k} + 6 \text{ k}) \times I_B = -60 + 6 \text{ k} \times (-5 \text{ mA}) \\ I_A - I_B = \frac{-I_A \times R_1}{1000} = \frac{-I_A \times 1 \text{ k}}{1000} = -I_A \\ I_C = -I_1 = -5 \text{ mA} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6 \text{ k} \times I_A + 12 \text{ k} \times I_B = -90 \\ 2 \times I_A - I_B = 0 \end{cases} \Rightarrow \\
 &I_A = \frac{\begin{vmatrix} -90 & 12 \text{ k} \\ 0 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 6 \text{ k} & 12 \text{ k} \\ 2 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{90}{-6 \text{ k} - 24 \text{ k}} = -3 \text{ mA}; \quad I_B = \frac{\begin{vmatrix} 6 \text{ k} & -90 \\ 2 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 6 \text{ k} & 12 \text{ k} \\ 2 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{180}{-6 \text{ k} - 24 \text{ k}} = -6 \text{ mA}
 \end{aligned}$$

A queda de tensão na fonte de corrente I_1 pode ser calculada recorrendo à seguinte equação:

$$\begin{aligned}
 R_5 \times (I_B - I_C) + V_{I1} - R_{AB} \times I_C &= 0 \Rightarrow V_{I1} = -R_5 \times (I_B - I_C) + R_{AB} \times I_C = -6 \text{ k} \times (-6 \text{ mA} - (-5 \text{ mA})) + 7.5 \text{ k} \times (-5 \text{ mA}) \Rightarrow \\
 \Rightarrow V_{I1} &= -6 \text{ k} \times (-6 \text{ mA} + 5 \text{ mA}) + 7.5 \text{ k} \times (-5 \text{ mA}) = -31.5 \text{ V} \quad (\text{sentido } \uparrow)
 \end{aligned}$$

- b) Calcule a potência dissipada na resistência R_1 .

A potência dissipada na resistência R_1 pode ser calculada da seguinte forma:

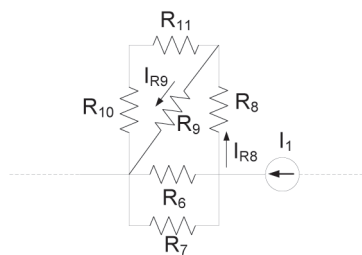
$$P = R_1 \times I_A^2 = 1\text{ k} \times (3\text{ m})^2 = 9\text{ mW}$$

- c) Calcule a queda de tensão na resistência R_9 .

A queda de tensão na resistência R_9 pode ser calculada após determinar a corrente que a atravessa. Para o efeito, é necessário recorrer à fórmula do divisor de corrente e ao seguinte circuito:

Assim, primeiro, importa calcular a corrente na resistência R_8 :

$$\begin{aligned} I_{R8} &= \frac{R_6 // R_7}{R_6 // R_7 + (R_8 + R_9 // (R_{11} + R_{10}))} \times I_1 \Rightarrow \\ \Rightarrow I_{R8} &= \frac{30\text{ k} // 15\text{ k}}{30\text{ k} // 15\text{ k} + (6\text{ k} + 48\text{ k} // (24\text{ k} + 24\text{ k}))} \times 5\text{ mA} \Rightarrow \\ \Rightarrow I_{R8} &= \frac{10\text{ k}}{10\text{ k} + (6\text{ k} + 24\text{ k})} \times 5\text{ mA} = 1.25\text{ mA} \end{aligned}$$



A corrente em R_9 pode ser calculada através da equação:

$$I_{R9} = \frac{R_{10} + R_{11}}{R_{10} + R_{11} + R_9} \times I_{R8} = \frac{24\text{ k} + 24\text{ k}}{24\text{ k} + 24\text{ k} + 48\text{ k}} \times 1.25 = 0.625\text{ mA}$$

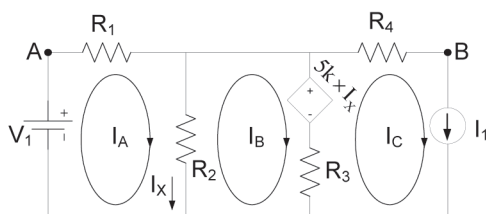
Finalmente, recorrendo à lei de *Ohm*, é possível calcular a queda de tensão na resistência R_9 .

$$V_{R9} = R_9 \times I_{R9} = 48\text{ k} \times 0.625\text{ mA} = 30\text{ V} (\angle)$$

Exercício 12

- a) Calcule o circuito equivalente de *Thevenin* aos terminais da resistência R_5 (considere que a resistência R_5 representa a resistência de carga).

Primeiro será calculada a tensão de *Thevenin*, logo, deve-se remover a resistência de carga (R_5) do circuito original. Em seguida, calcula-se a tensão entre os terminais A e B, a qual corresponde à tensão de *Thevenin*.



Através da análise do circuito anterior é possível escrever as equações:

$$\begin{cases} R_2 \times (I_B - I_A) + 5k \times I_X + R_3 \times (I_B - I_C) = 0 \\ -V_1 + R_1 \times I_A + R_2 \times (I_A - I_B) = 0 \\ I_C = I_1 = 10 \text{ mA} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_A \times (-R_2 + 5k) + I_B \times (R_2 - 5k + R_3) = R_3 \times I_C \\ I_A \times (R_1 + R_2) + I_B \times (-R_2) = V_1 \end{cases} \Rightarrow$$

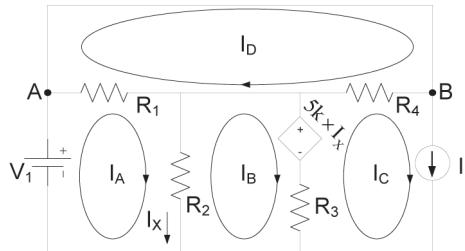
$$\begin{bmatrix} -R_2 + 5k & R_2 - 5k + R_3 \\ R_1 + R_2 & -R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_3 \times I_C \\ V_1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 4k & -3k \\ 2k & -1k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$I_A = \frac{\begin{vmatrix} 10 & -3k \\ 5 & -1k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4k & -3k \\ 2k & -1k \end{vmatrix}} = \frac{-10k + 15k}{-4k^2 + 6k^2} = \frac{5k}{2k^2} = 2.5 \text{ mA}, \quad I_B = \frac{\begin{vmatrix} 4k & 10 \\ 2k & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4k & -3k \\ 2k & -1k \end{vmatrix}} = \frac{20k - 20k}{-4k^2 + 6k^2} = 0 \text{ mA}$$

A tensão de A para B, ou tensão de *Thevenin*, pode ser calculada através da seguinte equação:

$$V_{TH} = V_{AB} = R_1 \times I_A + R_4 \times I_C = 1k \times 2.5 \text{ mA} + 1k \times 10 \text{ mA} = 12.5 \text{ V}$$

Relativamente ao cálculo da resistência de *Thevenin* é necessário recorrer ao segundo processo descrito neste manual, pois o circuito possui uma fonte dependente. Assim, introduz-se um curto-circuito entre os terminais A e B e calcula-se a corrente que o atravessa.



Através da análise do circuito anterior é possível escrever:

$$\begin{cases} R_2 \times (I_B - I_A) + 5k \times I_X + R_3 \times (I_B - I_C) = 0 \\ -V_1 + R_1 \times (I_A - I_D) + R_2 \times (I_A - I_B) = 0 \\ R_4 \times (I_D - I_C) + R_1 \times (I_D - I_A) = 0 \\ I_C = I_1 = 10 \text{ mA} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_A \times (-R_2 + 5k) + I_B \times (R_2 - 5k + R_3) + 0 = R_3 \times I_C \\ I_A \times (R_1 + R_2) + I_B \times (-R_2) + I_D \times (-R_1) = V_1 \\ I_A \times (-R_1) + 0 + I_D \times (R_4 + R_1) = R_4 \times I_C \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} -R_2 + 5k & R_2 - 5k + R_3 & 0 \\ R_1 + R_2 & -R_2 & -R_1 \\ -R_1 & 0 & R_4 + R_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_3 \times I_C \\ V_1 \\ R_4 \times I_C \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 4k & -3k & 0 \\ 2k & -1k & -1k \\ -1k & 0 & 2k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \\ 10 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} I_A = 40 \text{ mA} \\ I_B = 50 \text{ mA} \\ I_D = 25 \text{ mA} \end{cases}$$

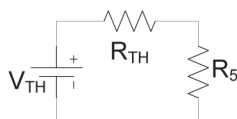
A partir do sistema anterior é possível determinar a corrente de curto-circuito:

$$I_{CC} = I_D = 25 \text{ mA}$$

A partir da qual é possível determinar R_{TH}

$$R_{TH} = \frac{V_{TH}}{I_{CC}} = \frac{12.5}{25 \text{ m}} = 500 \, \Omega$$

Finalmente, é possível construir o circuito equivalente de *Thevenin*.



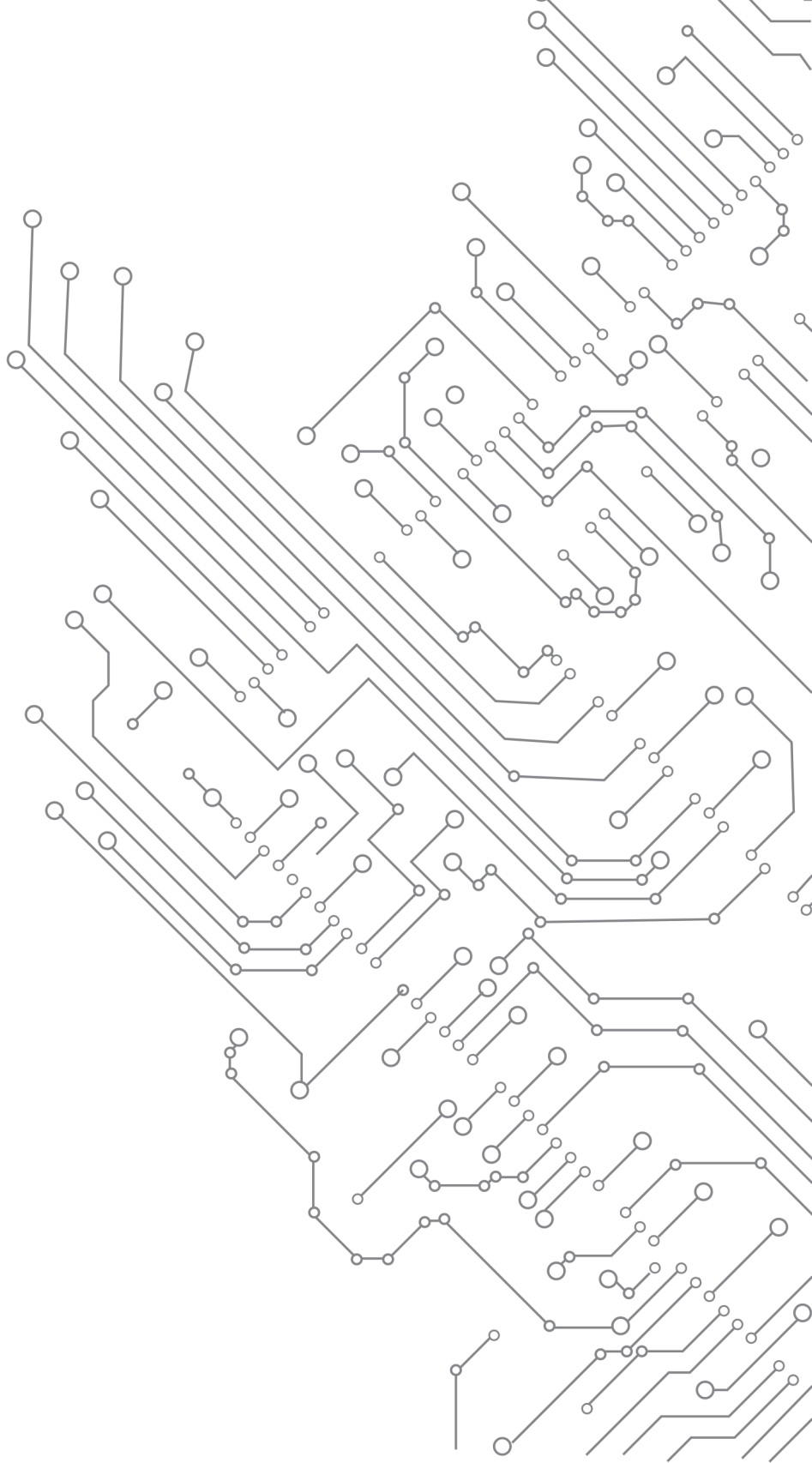
b) Calcule a potência dissipada na resistência R_5 .

A corrente que atravessa a R_5 pode ser determinada através do equivalente de *Thevenin*.

$$-V_{TH} + R_{TH} \times I + R_5 \times I = 0 \Rightarrow I = \frac{V_{TH}}{R_{TH} + R_5} = \frac{12.5}{0.5 \text{ k} + 1.5 \text{ k}} = 6.25 \text{ mA}$$

Logo a potência dissipada em R_5 é igual a:

$$P_{R_5} = R_5 \times I^2 = 1.5 \text{ k} \times (6.25 \text{ m})^2 \cong 58.594 \text{ mW}$$



3. DÍODOS

O díodo é um dispositivo eletrônico muito utilizado em circuitos elétricos, em particular, quando se pretende converter a tensão alternada em contínua.

Antes de apresentar este dispositivo, é conveniente introduzir alguns conceitos relacionados com os materiais.

Podemos classificar os materiais segundo o ponto de vista elétrico como:

- Condutores;
- Semicondutores;
- Isolantes.

Cada um destes materiais possui diferentes propriedades que se devem à sua estrutura química.

Um material é composto por moléculas que, por sua vez, são compostas por átomos, onde se podem encontrar algumas partículas, das quais se destacam:

- Elétrões;
- Neutrões;
- Protões.

Os protões e os neutrões formam o núcleo, sendo que os primeiros possuem uma carga positiva e os segundos não possuem carga (são neutros). Os eletrões possuem uma carga negativa e giram em torno do núcleo segundo órbitas concêntricas. Como duas partículas com cargas com sinal contrário se atraem, existe uma força de atração entre o núcleo (protões) e os eletrões. No entanto, a força centrífuga criada pelo movimento dos eletrões contrabalança a força de atração do núcleo, permitindo que estes se mantenham nas suas órbitas.

A quantidade de eletrões que se encontram na órbita mais afastada (órbita de valência), assim como a distância da órbita de valência em relação ao núcleo, constituem dois fatores que permitem caracterizar o material sob o ponto de vista elétrico.

Num material condutor, os eletrões que se encontram na banda de valência possuem uma fraca força de atração em relação ao núcleo, pois a órbita de valência encontra-se bastante afastada do núcleo e o valor da carga do núcleo iónico é bastante baixo. Convém lembrar que a força de atração entre duas cargas de sinais contrários é inversamente proporcional ao quadrado da distância e diretamente proporcional ao produto das cargas.

Nestes materiais, o aumento da temperatura é suficiente para libertar alguns eletrões de valência. À temperatura ambiente (25°C ou 300 K), muitos eletrões de valência tornam-se eletrões livres, visto que adquirem energia suficiente para se libertarem da estrutura atómica do átomo.

No caso dos materiais isolantes, os elétrons que se encontram na banda de valência encontram-se bastante próximos do núcleo, além disso o núcleo iônico possui uma carga 8 vezes superior à dos condutores, logo a força de atração é extremamente forte. Assim, a libertação de elétrons da banda de valência requer grandes quantidades de energia, tornando a condução bastante difícil.

No caso dos materiais semicondutores, a banda de valência encontra-se situada entre a banda de valência dos materiais isolantes (mais afastada do núcleo) e dos materiais condutores (mais próxima do núcleo). De referir, igualmente, que a carga do núcleo iônico é inferior à dos isolantes e tipicamente 4 vezes superior à dos condutores. Deste modo, a sua estrutura atômica não permite que conduzam como os condutores, nem isolem como os isolantes, daí a designação de semicondutor.

3.1 Semicondutores Intrínsecos

Os materiais semicondutores mais utilizados em eletrónica são o silício e o germânio. Com o desenvolvimento das técnicas de refinamento, o silício passou a ser preferido em relação ao germânio, pois permite a construção de dispositivos eletrónicos com menores correntes de saturação.

O silício é utilizado no fabrico de díodos, transístores, chips, *NTCs*, entre outros dispositivos. Este semicondutor é o segundo elemento mais abundante na Terra, e pode ser encontrado, por exemplo, na argila, no quartzo, no granito, na areia, entre outros materiais.

Um átomo de silício possui quatro elétrons na sua banda de valência, logo é um átomo tetravalente. O silício agrupa-se em pequenos cristais (cristal singular), compostos por quatro átomos de silício (Fig. 3.1).

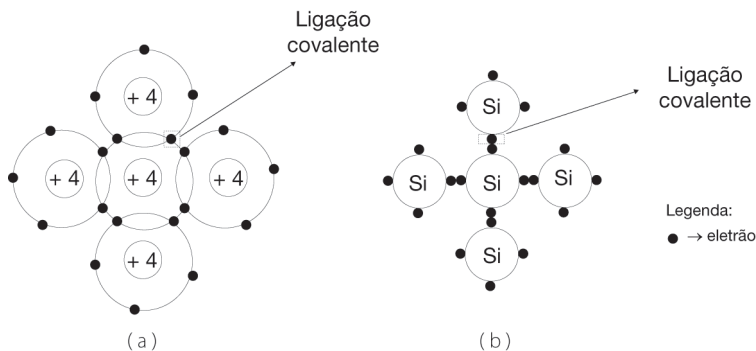


Fig. 3.1 Perspetiva bidimensional de um cristal singular de silício, com os elétrons da banda de valência de cada átomo representados: (a) com os núcleos iônicos, (b) representação simplificada

Através da análise da figura anterior, é possível concluir que cada átomo do cristal singular partilha elétrons com o átomo central. Estes elétrons permitem criar uma ligação covalente, pelo que se pode concluir que o átomo central possui 8 elétrons na órbita de valência.

Os cristais de silício são compostos por vários cristais singulares agrupados numa rede tridimensional. Logo, cada átomo que pertence a esta estrutura compartilha oito elétrons com os quatro átomos adjacentes, permitindo que todos eles possuam oito elétrons de valência, o que torna a estrutura estável [4, 5]. Os elétrons de valência partilhados por dois átomos diferentes (ligação covalente) encontram-se mais fortemente ligados aos seus átomos, pois são atraídos por dois núcleos de dois átomos diferentes. Esta estrutura permite que o silício se comporte de forma muito aproximada a um isolante, em particular para temperaturas muito baixas (0 K, ou 0 absoluto, que corresponde a -273°C) [6].

A estabilidade do cristal de silício pode ser quebrada por fatores externos como a temperatura, a luz ou a ação de um campo elétrico resultante da aplicação de uma diferença de potencial, conduzindo à liberação de um elétron e consequentemente à criação de uma lacuna (buraco criado pela falta do elétron). À medida que a temperatura aumenta, as ligações covalentes tornam-se mais fracas, pois os elétrons de valência adquirem mais energia, podendo eventualmente quebrar a ligação covalente e originar a criação de um par elétron-lacuna.

Fisicamente não existem lacunas, estas representam simplesmente a falta de um elétron. A existência de uma lacuna proporciona, ao elétron que se encontra na órbita de valência do átomo vizinho, uma oportunidade para a anular. Ao preencher a lacuna, cria-se uma outra lacuna no átomo vizinho. Este processo repete-se vezes sem conta, pelo que se pode inferir que o movimento das lacunas é comparável ao movimento dos elétrons, possuindo, no entanto, um sentido contrário.

Os elétrons livres criados pelo aumento da temperatura possuem um movimento desordenado, sendo a corrente média criada, por este processo, nula. No entanto, se for aplicada uma tensão aos terminais do cristal verifica-se um movimento ordenado dos elétrons no sentido do maior potencial. Pode-se, então, concluir que o aumento da temperatura reduz a resistividade do silício, tornando-o um melhor condutor. Por esse motivo, considera-se que os semicondutores possuem um coeficiente de temperatura negativo.

Contrariamente, nos metais, o aumento da temperatura aumenta a resistividade. Este fenómeno pode ser explicado pelo facto de a temperatura aumentar a vibração dos elétrons, aumentando os choques e, deste modo, diminuindo a condução. Além disso, o número de elétrons livres, nos metais, não aumenta muito significativamente com a temperatura. Deste modo, o coeficiente de temperatura, nos metais, é positivo.

A estrutura do silício referida nos parágrafos anteriores pressupõe uma amostra pura (todos os átomos do cristal são de silício). Estes semicondutores designam-se por semicondutores intrínsecos. Atualmente, as técnicas de refinamento permitem obter cristais de silício com um nível de impurezas muito reduzido (uma parte por 10 biliões [7]).

3.2 Semicondutores Extrínsecos

Nos semicondutores intrínsecos, a quantidade de pares elétron-lacuna criados é bastante reduzida. Deste modo, para aumentar a condução, é necessário dopar o cristal. Pode-se dopar o cristal com átomos trivalentes (possuem 3 elétrons na banda de valência), ou com átomos pentavalentes (possuem 5 elétrons na banda de valência). Os átomos trivalentes ao recombinarem-se com os átomos de silício (que são tetravalentes) criam uma lacuna (Fig. 3.2).

Se o cristal de silício for dopado com material pentavalente cria-se um elétron livre (Fig. 3.3).

O processo de dopagem é realizado através da submissão do cristal de silício a altíssimas temperaturas, o que permite quebrar as ligações covalentes. Simultaneamente, bombardeia-se o cristal com impurezas. Ao arrefecer, novas ligações covalentes são formadas, criando-se assim semicondutores extrínsecos. Assim, caso se utilizem impurezas pentavalentes (fósforo e arsénio) cria-se um semicondutor do tipo *N*; se, pelo contrário, forem utilizadas impurezas trivalentes (índio, boro e gálio) cria-se um semicondutor do tipo *P*.

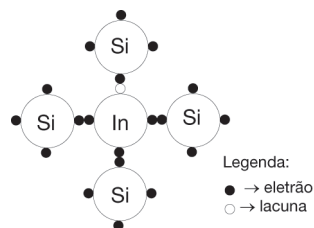


Fig. 3.2 Cristal de silício dopado com material trivalente (semicondutor tipo *P*)

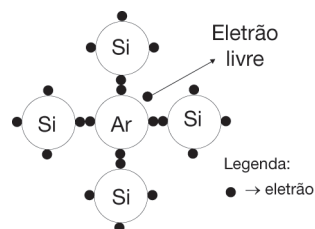


Fig. 3.3 Cristal de silício dopado com material pentavalente (semicondutor tipo *N*)

Quanto maior for o número de impurezas utilizadas no processo de dopagem, menor será a resistividade do semiconductor. Tipicamente, o nível de dopagem é da ordem de um átomo de impureza para 10^6 a 10^8 átomos de silício [6].

No semiconductor extrínseco do tipo *N*, os portadores majoritários são os elétrons, enquanto as lacunas representam os portadores minoritários. Se um semiconductor do tipo *N* for sujeito a uma diferença de potencial, surgirá uma corrente de elétrons num sentido e de lacunas no sentido contrário. A corrente de lacunas revela-se desprezável, visto tratarem-se de portadores minoritários. No caso do semiconductor do tipo *P*, os portadores majoritários são as lacunas e os portadores minoritários os elétrons.

3.3 Junção P-N (Díodo)

Quando dois semicondutores, um do tipo *N* e outro do tipo *P*, se juntam cria-se uma junção *P-N*; esta união conduz a um processo de difusão de cargas, ou seja, os elétrons deslocam-se para a região onde a sua concentração é mais baixa (semiconductor do tipo *P*). Deste modo, criam-se lacunas do lado do semiconductor do tipo *N*.

Assim, os elétrons livres que se encontram no semiconductor do tipo *N* repelem-se entre si provocando o seu movimento. Alguns destes elétrons irão atravessar a junção e anular as lacunas existentes no semiconductor do tipo *P*. Este fenómeno cria um par de iões: um ião negativo do lado *P*, pois o átomo (trivalente) ganhou um elétron em relação à sua estrutura inicial; e um ião positivo do lado *N*, pois o átomo (pentavalente) perdeu um elétron em relação à estrutura inicial. Deste modo, criam-se duas regiões com iões, esta região designa-se por região de depleção (desprovida de portadores: elétrons e lacunas). Assim, formam-se iões positivos do lado semiconductor do tipo *N* e iões negativos do lado do semiconductor do tipo *P* (Fig. 3.4).

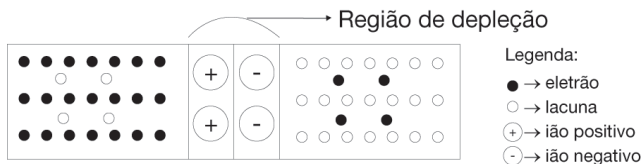
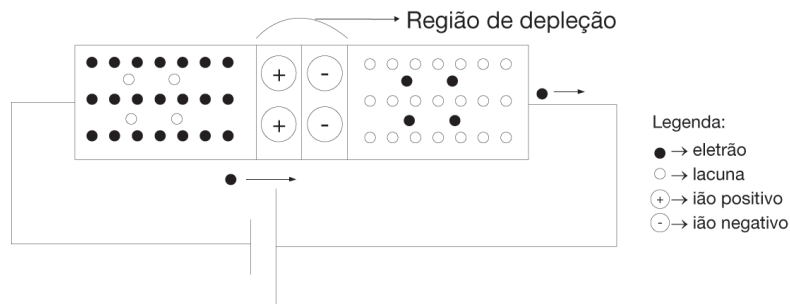


Fig. 3.4 Junção P-N

À medida que se forma a região de depleção, o seu potencial elétrico aumenta, até atingir um valor que impede que a difusão continue. Quando se atinge o equilíbrio, a região de depleção não possui portadores, logo os elétrons do lado *N* têm que ultrapassar o potencial negativo da região de depleção junto ao lado *P*. No entanto, a força de repulsão dos iões negativos é demasiado forte e impede que os elétrons livres consigam atravessar a junção. No caso do silício, o potencial elétrico de equilíbrio (tensão de arranque ou joelho) é tipicamente de 0.7 Volts para uma temperatura de 25°C.

Os pares elétron-lacuna criados pelo efeito da temperatura possuem um movimento desordenado. Contudo, caso se aplique uma tensão aos terminais da junção verifica-se que os elétrons se irão deslocar no sentido contrário aos potenciais decrescentes, enquanto as lacunas terão um comportamento inverso.

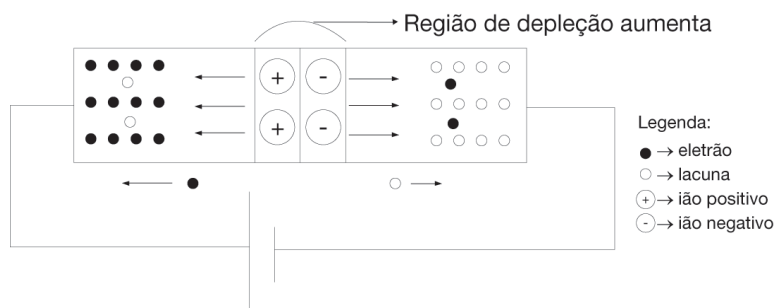
Quando a junção P-N é polarizada diretamente, os elétrons do lado *N* são sujeitos a uma força de repulsão que contraria a barreira de potencial da região de depleção (Fig. 3.5). Se a tensão exterior for superior à tensão de arranque, os elétrons conseguem vencer essa barreira de potencial iniciando a condução, sendo que a resistência à passagem da corrente é bastante reduzida.

Fig. 3.5 Junção *P-N* diretamente polarizada

Assim, quando um elétron sai do terminal negativo da fonte de tensão atravessa o semicondutor do tipo *N*. Se a tensão da fonte for superior à tensão de barreira, o elétron possui energia suficiente para contrariar o potencial barreira, alcançando o semicondutor do tipo *P*, onde se recombina com uma lacuna. Este elétron de valência está continuamente sujeito à força de atração do terminal positivo da fonte. Deste modo, vai-se recombinando com as lacunas que se encontram à sua direita até chegar à extremidade da junção *P-N*. A junção entra, assim, em condução.

Caso a junção seja inversamente polarizada, a tensão aplicada aumenta a região de depleção (Fig. 3.6) pois, tanto os elétrons, como as lacunas de ambos os semicondutores, são atraídos para os terminais da fonte. Desta forma, diminui o número de portadores junto da região de depleção, o que permite aumentar o seu tamanho. Neste caso, o equilíbrio é atingido apenas quando o potencial da região de depleção iguala o potencial aplicado pela fonte externa e a região de depleção cessa o seu crescimento.

Apesar de a região de depleção aumentar, existe uma pequena corrente inversa quase insignificante resultante dos portadores minoritários criados pela energia térmica (corrente de saturação $-I_s$). A temperatura ambiente produz alguns portadores minoritários em cada uma das regiões *P* e *N*, sendo que a grande maioria se recombina com os portadores majoritários. No entanto, alguns alcançam a região de depleção, atravessando-a, surgindo, assim, uma pequena corrente inversa.

Fig. 3.6 Junção *P-N* inversamente polarizada

3.4 Curva Característica

A junção *P-N* não é mais do que um diodo cuja curva característica e símbolo podem ser observados na Fig. 3.7.

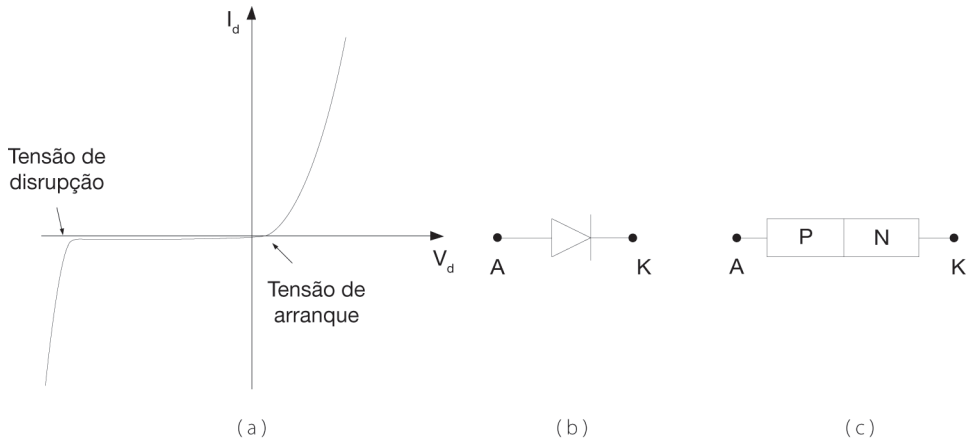


Fig. 3.7 Diodo convencional: a) curva característica de um diodo, b) símbolo e c) junção *P-N*

As Figs. 3.7b e 3.7c mostram que o diodo é um dispositivo composto por dois terminais: o ânodo (*A*) e o cátodo (*K*). O primeiro representa o terminal positivo, pois está ligado ao semicondutor onde se criam íons negativos designados por aniões, enquanto o cátodo se encontra ligado ao semicondutor onde se criam íons positivos designados por catiões, logo corresponde ao terminal negativo.

Se a tensão no ânodo for superior à tensão do cátodo, o diodo encontra-se diretamente polarizado. Se, pelo contrário, a tensão no terminal *K* for superior à do terminal *A*, então o diodo encontra-se inversamente polarizado e não conduz.

A Fig. 3.7a exibe a curva característica de um diodo convencional, na qual é possível observar que:

- Se o diodo se encontra diretamente polarizado ($V_d > 0$), a condução apenas se verifica ($i_d > 0$), quando a diferença de potencial entre os terminais *A* e *K* ultrapassar a tensão de joelho (potencial barreira ou tensão de arranque). Para valores de tensão superiores à tensão de arranque, verifica-se um aumento significativo da corrente com a tensão.
- Caso o diodo se encontre inversamente polarizado ($V_d < 0$), este não conduz ($i_d \approx 0$), verificando-se apenas uma pequena corrente inversa, descrita anteriormente (I_s). Para uma tensão inversa superior à tensão de ruptura, verifica-se o efeito de avalanche e, conseqüentemente a condução e a destruição do diodo.

Quando a tensão inversa é muito elevada, os portadores minoritários adquirem muita energia cinética, movendo-se muito rapidamente e chocando com os átomos, o que conduz à libertação de novos elétrons livres que, por sua vez, adquirem energia cinética (fornecida pela tensão inversa) que levará à criação de novos pares elétrons-lacuna. Este processo repete-se vezes sem conta, conduzindo à destruição do diodo.

O comportamento do díodo, quer diretamente, quer inversamente polarizado, pode ser modelizado pela equação matemática:

$$I_D = I_S \times \left(e^{\frac{k \times V_D}{T_K}} - 1 \right) \quad (3.1)$$

em que I_D , V_D , I_S representam a corrente no díodo, a tensão aos terminais do díodo e a corrente de saturação do díodo, e:

- $k = 11.600/\eta$, sendo que $\eta = 2$, caso o díodo seja de silício;
- $T_K = T_C + 273^\circ\text{C}$ (representa a temperatura em graus Kelvin).

3.5 Resistência Interna do Díodo

A curva característica (Fig. 3.7) e a equação (3.1) permitem modelizar de forma bastante aproximada o comportamento do díodo.

Através da análise da Fig. 3.7, é possível concluir que a resistência do díodo não possui um valor constante. Este fenómeno é claramente visível quando o díodo se encontra diretamente polarizado, visto que o declive da curva não é constante.

Caso o díodo seja sujeito a uma tensão constante (V_d), é possível calcular o valor da sua resistência (R_d), se os valores da corrente (I_d) e tensão de arranque (V_a) forem conhecidos:

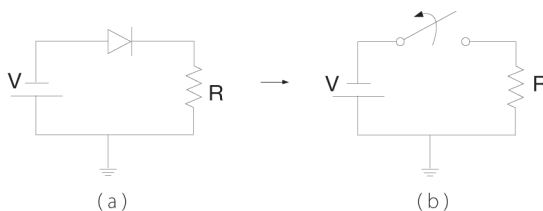
$$R_d = \frac{V_d - V_a}{I_d} \quad (3.2)$$

Através da análise da equação anterior, é possível concluir que o valor de R_d varia com V_d . À medida que V_d se afasta de V_a aumentando, o declive da curva característica diminui (V_d versus I_d), logo R_d diminui. Esta situação sugere que R_d não será constante quando o díodo for sujeito a uma tensão variável. Para solucionar este problema, considera-se o declive da curva característica no ponto de operação intermédio, por forma a calcular a resistência do díodo.

3.6 Circuito Equivalente do Díodo

Existem diversas aproximações que permitem modelizar o comportamento do díodo. Ao longo desta secção serão abordados três modelos.

A solução mais simples consiste em considerar o díodo como um simples interruptor, ignorando o efeito da tensão de arranque e da sua resistência interna (Fig. 3.8).



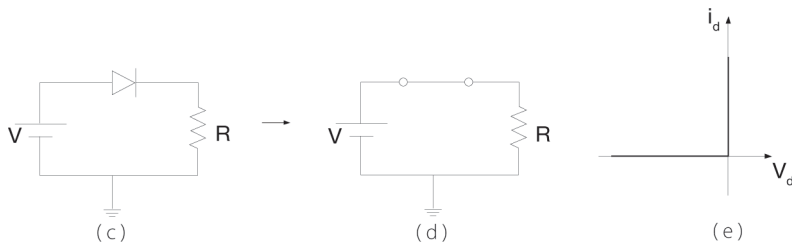


Fig. 3.8 Diodo ideal: inversamente polarizado (a e b), diretamente polarizado (c e d) e circuitos equivalentes baseados no modelo simplificado (b e d) e curva característica (e)

Este modelo simula o comportamento de um diodo ideal:

- Se o diodo estiver diretamente polarizado ($V_d > 0$) comporta-se como um curto-circuito (Fig. 3.8d) visto que, tanto a sua resistência interna como a tensão de arranque são ignoradas;
- Caso esteja inversamente polarizado ($V_d < 0$), ignora-se a corrente inversa e considera-se que o seu comportamento é semelhante a um circuito aberto (Fig. 3.8b).

A segunda aproximação ignora o efeito da resistência interna, mas considera o efeito da tensão de arranque (V_a).

- Se a tensão aos terminais do diodo for positiva e superior à tensão de arranque ($V_d > V_a$), o modelo do diodo assemelha-se a uma fonte de tensão independente com valor igual a V_a Volts (Fig. 3.9d);
- Caso a tensão aos terminais do diodo seja inferior à tensão de arranque ($V_d < V_a$), ignora-se o efeito da corrente inversa e o diodo comporta-se como um circuito aberto (Fig. 3.9b).

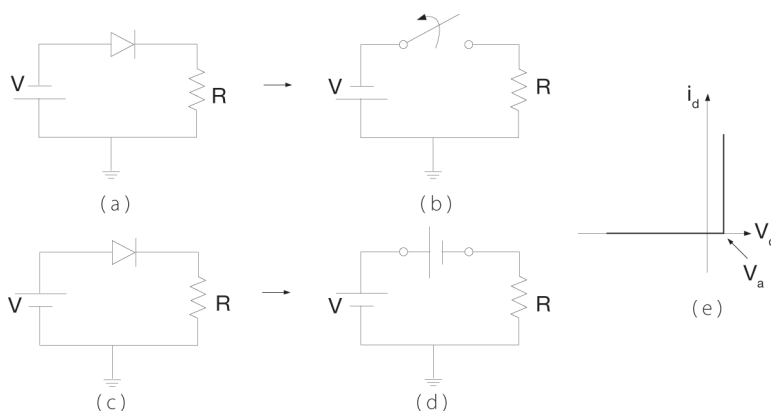


Fig. 3.9 Segunda aproximação do diodo: inversamente polarizado (a e b), diretamente polarizado (c e d) e circuitos equivalentes baseados na segunda aproximação (b e d) e curva característica (e)

A terceira aproximação é aquela que permite desenhar a curva característica que mais se assemelha à curva característica representada na Fig. 3.7, logo representa a melhor aproximação.

- Se a tensão aos terminais do diodo for positiva e superior à tensão de arranque ($V_d > V_a$), verifica-se um aumento significativo da corrente. Este aumento é limitado pela resistência interna do diodo. Deste modo, ambos os efeitos da resistência interna (R_d) e da tensão de arranque (V_a) deverão fazer parte do circuito equivalente do diodo quando diretamente polarizado. Assim, quando diretamente polarizado, se a tensão aplicada for superior à tensão de arranque ($V_d > V_a$), a corrente no diodo cresce a um ritmo inversamente proporcional ao valor da sua resistência interna (3.3).

$$i_d = \frac{V_d - V_a}{R_d} \quad (3.3)$$

Neste caso, o circuito equivalente deve ser composto por uma fonte de tensão independente (V_a) em série com uma resistência (R_d) (Fig. 3.10d).

- Caso o diodo se encontre inversamente polarizado, ignora-se o efeito da corrente inversa, e considera-se que o diodo se comporta como um circuito aberto (Fig. 3.10b).

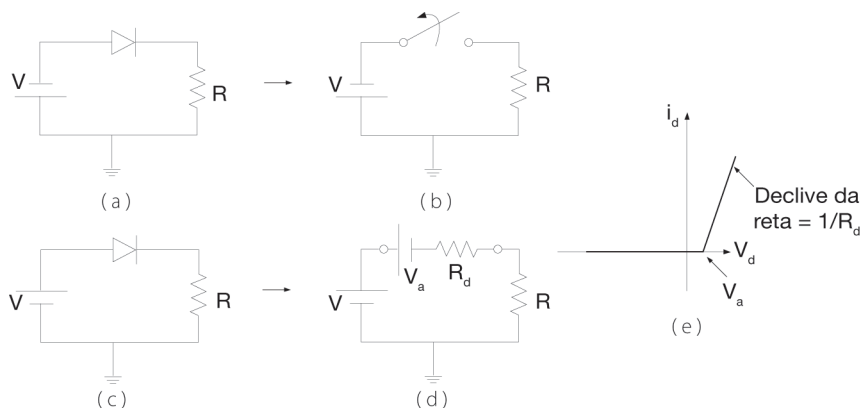


Fig. 3.10 Terceira aproximação do diodo: inversamente polarizado (a e b), diretamente polarizado (c e d) e circuitos equivalentes baseados na terceira aproximação (b e d) e curva característica (e)

3.7 Efeito da Temperatura

O aumento da temperatura provoca um aumento dos portadores minoritários, cujos efeitos variam consoante o diodo se encontra diretamente ou inversamente polarizado.

Se o diodo estiver diretamente polarizado, o aumento dos portadores minoritários provoca uma diminuição da tensão de arranque, pois uma maior quantidade de portadores minoritários alcança a região de depleção, reduzindo o seu tamanho.

Caso o diodo esteja inversamente polarizado, então, a corrente de saturação aumenta, pois esta depende exclusivamente do número de portadores minoritários gerados, o qual aumenta com a temperatura.

3.8 Outros Tipos de Diodos

Para além do diodo retificador, existem outros diodos que são utilizados em aplicações específicas devido às suas características, tais como:

- Diodos *Zener*;
- Diodos Emissores de Luz (*LED*);
- Fotodiodo;
- Entre outros.

3.8.1 Diodo *Zener*

O diodo *Zener* é um diodo com capacidades de dissipação de potência para operar na região de disrupção, sendo frequentemente utilizado em fontes de alimentação lineares, como tensão de referência ou na proteção de dispositivos contra sobretensões. Ao contrário do diodo convencional, que não deve operar na região de disrupção, é nessa região que o diodo *Zener* é mais utilizado.

O diodo *Zener* pode conduzir diretamente ou inversamente polarizado, pois foi concebido para esse efeito. No entanto, em qualquer das duas situações há que ter atenção ao valor máximo da corrente admissível. Como este dispositivo é fundamentalmente utilizado inversamente polarizado, há que ter particular atenção à corrente máxima de *Zener*, I_{Mz} , que corresponde ao valor máximo de corrente que o diodo suporta quando se encontra inversamente polarizado.

Na Fig. 3.11 é possível observar a curva característica e o símbolo utilizado para representar o diodo *Zener*. O símbolo do diodo *Zener* é semelhante ao do diodo convencional, com a particularidade que se utiliza a letra *Z* de *Zener* para o diferenciar.

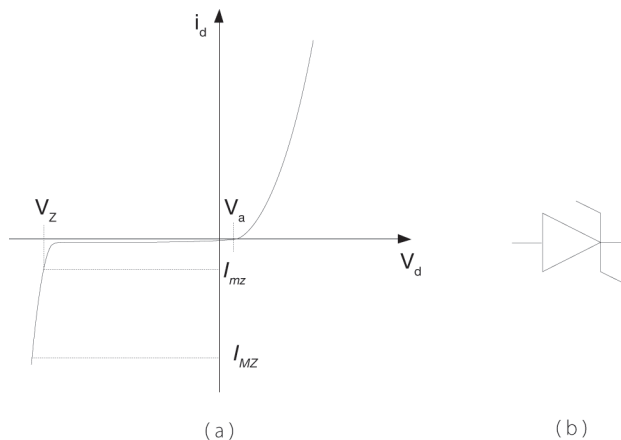


Fig. 3.11 Diodo *Zener*: (a) Curva característica e (b) Símbolo gráfico

Quando diretamente polarizado, o diodo *Zener* possui um comportamento semelhante ao diodo convencional, iniciando a condução para valores de tensão superiores à tensão de arranque, V_a . Quando inversamente polarizado, enquanto a tensão for superior à tensão de *Zener*, o diodo apresenta uma pequena corrente inversa, que aumenta à medida que a tensão diminui. Durante esta fase, pode-se considerar que o diodo não conduz

devido ao reduzido valor da corrente inversa. No entanto, caso a tensão ultrapasse ou iguale a tensão *Zener* ($V_d < V_z$), ou a corrente inversa ultrapasse a corrente mínima *Zener* ($i_d < I_{mz}$), o diodo inicia a condução. Neste caso, existe uma diferença em relação ao diodo convencional, a curva característica nesta região apresenta um ângulo muito próximo de 90° , consequentemente a tensão é aproximadamente constante independentemente da corrente. Importa, no entanto, alertar para o facto de que caso a corrente ultrapasse o valor I_{mz} (corrente máxima *Zener*), o diodo fica irremediavelmente danificado, pois as suas capacidades de dissipação de potência foram ultrapassadas.

Os fabricantes controlam o valor da tensão *Zener*, V_z , variando o nível de dopagem do diodo. O aumento da dopagem cria mais impurezas, o que permite reduzir a tensão *Zener*.

O comportamento do diodo na região *Zener* é consequência de dois fenómenos: efeito avalanche e efeito *Zener*. No caso de diodos fortemente dopados ($V_z < 4$ Volts), a região de depleção formada é muito estreita, o que permite criar um campo elétrico muito forte. Os diodos fortemente dopados, quando inversamente polarizados, criam uma região de depleção muito estreita, pois a concentração de iões nessa região é maior. Deste modo, as linhas do campo elétrico são mais densas tornando-o mais forte. Como o campo é muito forte, as forças que cria são tão intensas que permitem extrair eletrões das órbitas de valência criando-se, assim, uma corrente inversa, fenómeno este designado por efeito *Zener*. No caso de diodos menos dopados ($V_z > 6$ Volts), se a tensão aplicada for inferior à tensão *Zener*, surge o efeito avalanche. A tensão inversa aplicada permite que os portadores minoritários adquiram enormes velocidades. Estes, ao chocarem com átomos adjacentes, libertam eletrões de valência que, por sua vez, irão libertar outros eletrões de valência, criando-se assim uma corrente inversa muito intensa. No caso dos diodos *Zener*, cujo valor da tensão *Zener* se situa entre 4 e 6 Volts, ambos os fenómenos são comuns [5].

Os efeitos de avalanche e *Zener* geram coeficientes de temperatura simétricos. Um diodo fortemente dopado ($V_z < 4$ Volts), possui um coeficiente de temperatura negativo, o que significa que o aumento da temperatura provoca uma redução da tensão *Zener*. Este fenómeno pode ser explicado pelo facto de o aumento da temperatura permitir libertar mais eletrões de valência, logo é necessário um campo elétrico menos intenso para que estes se libertem. Pode-se então concluir que a tensão inversa necessária para que surja a rutura por efeito *Zener* é menor, logo V_z diminui.

No caso de um diodo *Zener* com menor dopagem ($V_z > 6$ Volts), o aumento da temperatura provoca o aumento da tensão *Zener*, o que pode ser explicado pelo facto de o aumento da temperatura aumentar a agitação térmica e assim reduzir a condução. Deste modo, é necessário aumentar a tensão aplicada para que ocorra o fenómeno de avalanche, logo, V_z aumenta.

O modelo do diodo *Zener* quando diretamente polarizado, é idêntico ao diodo convencional (Fig. 3.12a), visto que ambas as curvas características são semelhantes. No caso da tensão aplicada ser superior ou igual à tensão de arranque (V_o), verifica-se um aumento da corrente, que é apenas limitado pelo valor da resistência interna do diodo, R_d .

Caso a tensão seja inferior à tensão de arranque e superior à tensão *Zener*, verifica-se que o valor da corrente é bastante reduzido, logo o comportamento do diodo assemelha-se a um circuito aberto (Fig. 3.12b).

Se a tensão aplicada for inferior ou igual à tensão *Zener* (V_z), verifica-se um aumento significativo da corrente inversa, sendo que o seu valor é limitado pela resistência de *Zener*, R_z . Desta forma, na região *Zener*, o modelo do diodo é composto por uma fonte de tensão, V_z , em série com uma resistência, R_z , cujo valor é inversamente proporcional ao declive da curva (Fig. 3.12c). O valor de R_z é inferior a R_d , pois o declive da curva na região *Zener* é superior ao declive da curva, quando a tensão é superior a V_o .

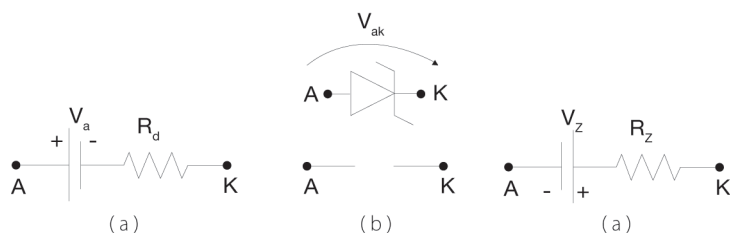


Fig. 3.12 Circuito equivalente do diodo Zener: (a) $V_{ak} \geq V_a$; (b) $V_z < V_{ak} < V_a$; (c) $V_{ak} \leq V_z$

3.8.2 Diodo Emissor de Luz (LED)

Um *LED* é um diodo especial capaz de emitir luz. Quando um *LED* se encontra diretamente polarizado, os elétrons livres pertencentes ao semicondutor do tipo *N* atravessam a junção, eliminando as lacunas existentes no semicondutor do tipo *P*. Ao eliminarem as lacunas, descem da banda de condução para a banda de valência libertando energia. Num diodo convencional, a libertação de energia é manifestada sob a forma de calor, no caso dos *LED*, manifesta-se essencialmente pela emissão de luz.

O diodo emissor de luz não é composto por silício como o diodo retificador, pois o silício é opaco. Em vez de silício, utiliza outros materiais semicondutores, como fosforeto de Gálio (*GaP*), cujo número de fótons de luz emitidos é suficiente para emitir uma luz visível de forma eficiente [5].

O símbolo usado para representar o *LED* pode ser observado na Fig. 3.13.



Fig. 3.13 Símbolo do diodo emissor de luz (*LED*)

O diodo emissor de luz apenas emite luz quando diretamente polarizado. A cor da luz emitida depende do semicondutor utilizado, assim como dos materiais dopantes. Os *LED* têm vindo a substituir as lâmpadas incandescentes em muitas aplicações devido à sua reduzida tensão, durabilidade e rápida resposta. Além disso, são muito utilizados em instrumentos como calculadoras e aparelhos de medida, em sistemas de alarme, leitores de *CD*, ratos óticos, etc.

A sua curva característica é semelhante à do diodo convencional (Fig. 3.7a), sendo que a sua tensão de arranque é aproximadamente 2 *Volts* [4]. A corrente no *LED* deve ser mantida entre 10 *mA* e 50 *mA*, sendo que o seu brilho aumenta à medida que a corrente aumenta. A tensão de disrupção pode variar entre algumas unidades e as dezenas de *Volts*, logo deve-se ter algum cuidado na implementação de circuitos com *LED*. Sempre que possível, deve-se desenvolver circuitos de proteção do *LED* que garantam que a tensão de disrupção e a corrente máxima não sejam ultrapassadas.

3.8.3 Fotodíodo

Um fotodíodo é um diodo sensível à luz, que pode ser utilizado para converter sinais luminosos em sinais elétricos. O seu princípio de funcionamento baseia-se no facto de a corrente de saturação variar de forma quase linear com a intensidade luminosa, quando o diodo se encontra inversamente polarizado.

Estes díodos são otimizados para produzir correntes de saturação maiores, assim, quando a luz incide sob a junção, os elétrons adquirem energia suficiente para saltarem da banda de valência para a banda de condução, produzindo pares elétron-lacuna e, como consequência, uma corrente de saturação que será tanto maior, quanto maior for a intensidade luminosa.

O símbolo usado para representar o fotodíodo pode ser observado na Fig. 3.14.



Fig. 3.14 Símbolo do fotodíodo

A Fig. 3.15 mostra a curva característica de um fotodíodo.

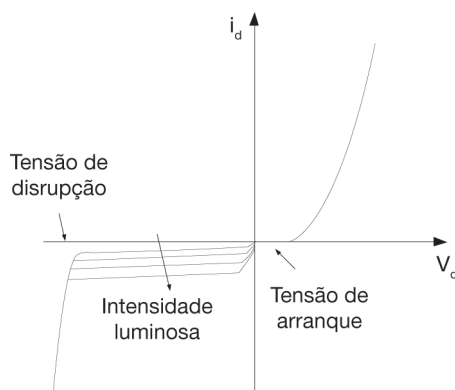


Fig. 3.15 Curva característica de um fotodíodo

O fotodíodo quando combinado com um *LED* permite criar um novo dispositivo designado por "*optocoupler*" ou opto-isolador (Fig. 3.16).

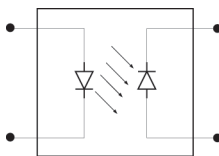


Fig. 3.16 Composição de um opto-isolador

Quando o *LED* à entrada é diretamente polarizado, emite uma luz que é absorvida pelo fotodíodo que se encontra inversamente polarizado. Esta luz permite criar pares elétron-lacuna e, assim, uma corrente inversa que é diretamente proporcional à intensidade de luz gerada pelo *LED*. Se o sinal elétrico à entrada variar ao longo do tempo, esta variação vai-se traduzir à saída da mesma forma.

Este dispositivo confere um isolamento elétrico entre a entrada e saída visto que, o sinal elétrico à entrada é, numa primeira fase, convertido em luz (*LED*); e, numa segunda fase, a luz é traduzida num sinal elétrico (fotodíodo) através da produção de uma corrente inversa. Este tipo de dispositivo é muito utilizado em aplicações de alta-tensão em que é necessário um isolamento elétrico, ou em circuitos de controlo de fontes de alimentação comutadas, com a finalidade de isolar a secção de potência do circuito de controlo.

3.9 Tensão da Rede

A grande maioria dos aparelhos eletrónicos requer uma tensão contínua para funcionar corretamente. No entanto, a fonte de alimentação mãe (rede elétrica) fornece uma tensão alternada (Fig. 3.17).

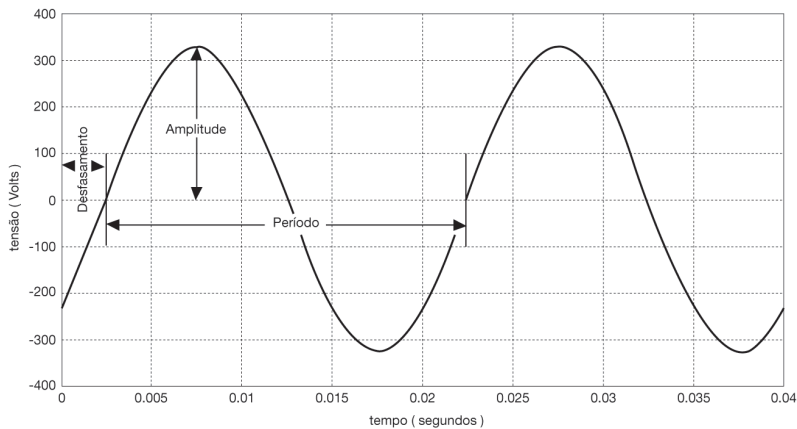


Fig. 3.17 Forma de onda sinusoidal

A forma de onda alternada da rede deve-se às máquinas que a produzem (Geradores) e possui uma forma aproximadamente sinusoidal (Fig. 3.17):

$$v(t) = V_M \times \sin(2 \times \pi \times f \times t + \theta) \quad (3.4)$$

em que V_M , f , t e θ representam a amplitude, a frequência, o tempo e o desfasamento.

O período corresponde ao tempo que o sinal demora a repetir-se e é igual ao inverso da frequência. A frequência, por sua vez, representa o número de repetições do sinal ao longo de um segundo.

As características da tensão da rede são diferentes entre alguns países. Por exemplo, na Europa a amplitude e a frequência da tensão da rede são de 325 Volts e 50 Hz, respetivamente, enquanto, nos Estados Unidos, os valores da amplitude e frequência são de 163 Volts e 60 Hz, respetivamente.

O valor de um sinal alternado pode ser expresso de diversas formas:

- Valor instantâneo – corresponde ao valor do sinal num instante de tempo específico.
- Valor médio – corresponde à média aritmética de todos os valores instantâneos ao longo de um período. No caso da tensão da rede, o seu valor deverá ser aproximadamente zero. O valor médio de um sinal $s(t)$ pode ser calculado através da equação matemática:

$$V_{Medio} = \frac{1}{T} \int_0^T s(t) dt \quad (3.5)$$

em que T representa o período.

- Valor máximo – corresponde ao valor da amplitude em módulo (caso o sinal possua um valor médio nulo).
- Valor eficaz – permite fazer a correspondência entre sinais alternados e contínuos. O valor eficaz de um sinal $s(t)$ pode ser calculado através da equação matemática:

$$V_{Eficaz} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (s(t))^2 dt} \quad (3.6)$$

No caso de sinais sinusoidais o valor eficaz é igual:

$$V_{Eficaz} = \frac{\text{Amplitude}}{\sqrt{2}} \quad (3.7)$$

3.10 Análise de Circuitos com Díodos

Como o diodo é um dispositivo não linear, com comportamento linear para cada estado (condução e não condução), quando se pretende analisar um circuito com díodos é necessário antes de mais identificar o seu estado.

Após identificar o estado do diodo, deve-se substituí-lo pelo seu circuito equivalente. Em seguida, recorre-se a um qualquer método de análise de circuitos (capítulos I e II), por forma a obter a informação pretendida (por exemplo, as formas de onda da tensão de saída do circuito ou da corrente no diodo).

Por vezes, a identificação do estado do diodo não é fácil, nesse caso, deve-se partir do pressuposto que o diodo conduz, considerando que o sentido da corrente no circuito respeita o sentido de condução do diodo (o símbolo do diodo deve ser substituído pelo seu circuito equivalente em condução – Fig. 3.10d). Seguidamente, deve-se efetuar o cálculo da corrente, este valor permite concluir se o diodo se encontra em condução ou não:

- a) Se o valor da corrente for positivo, então pode-se concluir que o sentido da corrente está correto, logo o diodo encontra-se em condução;
- b) Se pelo contrário, o valor da corrente for negativo, então pode-se concluir que o sentido da corrente está incorreto e o diodo encontra-se inversamente polarizado. Neste caso, deve-se substituir o símbolo do diodo pelo circuito equivalente quando este se encontra inversamente polarizado (Fig. 3.10b) e refazer os cálculos.

A metodologia apresentada no início desta secção será utilizada na análise do circuito da Fig. 3.18. O objetivo consiste no cálculo do valor da tensão de saída do circuito ($V_{AB'}$).

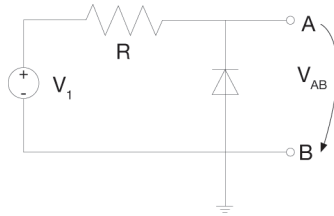


Fig. 3.18 Circuito 1

A primeira etapa passa por identificar o estado do diodo. Como o circuito possui apenas uma fonte de tensão contínua, é possível concluir que a corrente sai do seu terminal positivo (o sentido convencional da corrente é contrário ao movimento do elétrons, os quais seriam atraídos pelo terminal positivo). Como o diodo só pode conduzir se a corrente tiver o sentido do ânodo para o cátodo, conclui-se que este não conduz.

No entanto, é possível verificar o estado do diodo recorrendo à metodologia apresentada no terceiro parágrafo desta secção. Assim, primeiro considera-se que o diodo se encontra em condução e, desta forma, substitui-se o diodo pelo seu circuito equivalente em condução (Fig. 3.19), considerando-se simultaneamente que o sentido da corrente é igual ao sentido de condução do diodo.

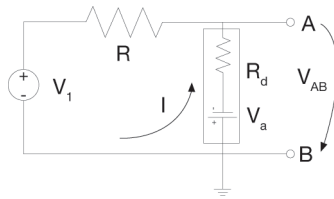


Fig. 3.19 Circuito 1 com o diodo substituído pelo seu circuito equivalente em condução

Recorrendo à lei das malhas, é possível escrever:

$$V_1 + V_a + R_d \times I + R \times I = 0 \Rightarrow I = - \left(\frac{V_1 + V_a}{R_d + R} \right) < 0 \quad (3.8)$$

Como a corrente é negativa, é possível concluir que o diodo não conduz.

Desta forma, é possível desenhar o circuito equivalente relativo ao circuito 1:

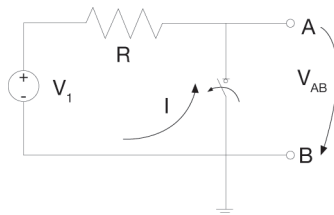


Fig. 3.20 Circuito equivalente ao circuito 1

Recorrendo à lei das malhas, é possível determinar o valor da tensão de saída:

$$\begin{cases} -V_{AB} + R \times i + V_1 = 0 \\ I = 0 \text{ (interruptor aberto)} \end{cases} \Rightarrow V_{AB} = V_1 \quad (3.9)$$

3.11 Alguns Circuitos com Díodos

Nesta secção, serão analisados alguns dos circuitos onde os díodos são mais utilizados, tais como:

- Limitador superior;
- Limitador inferior;
- Limitador inferior e superior;
- Retificador de meia onda;
- Retificador de onda completa;
- Retificador de onda completa com filtro capacitivo;
- Limitador inferior e superior com diodo Zener;
- Limitador inferior e superior com carga;
- Outras aplicações (tensão contínua): Portas lógicas.

3.11.1 Circuito Limitador Superior

O limitador superior é um circuito cuja principal função consiste em impedir que a tensão de saída ultrapasse um valor máximo pré-estabelecido.

Na Fig. 3.21 é possível observar como se pode construir um circuito deste tipo com um diodo.

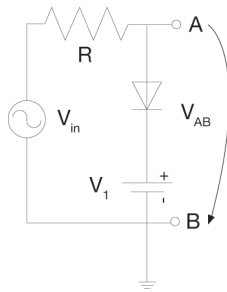


Fig. 3.21 Circuito limitador superior

Partindo do pressuposto que o diodo conduz, e, portanto, que a corrente possui o sentido do ânodo para o cátodo (sentido do ponteiro do relógio), é possível escrever a equação (Fig. 3.22).

$$-v_{in} + R \times i + V_a + R_d \times i + V_1 = 0 \Rightarrow i = \frac{v_{in} - V_a - V_1}{R + R_d} \quad (3.10)$$

Para que o diodo conduza, o valor da corrente definido por (3.10) tem que ser positivo. Logo, é possível obter a condição que define que valores de v_{in} permitem que o diodo conduza:

$$i > 0 \Rightarrow \frac{v_{in} - V_a - V_1}{R + R_d} > 0 \Rightarrow v_{in} > V_a + V_1 \quad (3.11)$$

Neste caso, substituindo o símbolo do diodo pelo seu circuito equivalente, obtém-se o circuito seguinte:

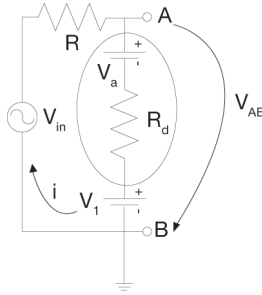


Fig. 3.22 Circuito equivalente de um limitador superior em condução

A tensão de saída (v_{AB}) pode ser obtida recorrendo à lei das malhas:

$$\begin{cases} v_{AB} = V_a + R_d \times i + V_1 \\ i = \frac{v_{in} - V_a - V_1}{R + R_d} \end{cases} \Rightarrow v_{AB} = V_a + V_1 + R_d \times \left(\frac{v_{in} - V_a - V_1}{R + R_d} \right), \text{ se } v_{in} > V_a + V_1 \quad (3.12)$$

Caso o diodo não conduza, obtém-se o circuito seguinte:

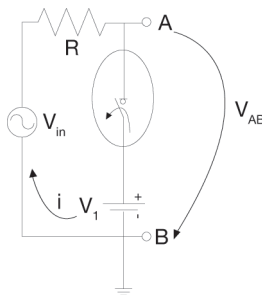


Fig. 3.23 Circuito equivalente de um limitador superior em não condução

A tensão de saída (v_{AB}) pode ser obtida recorrendo à lei das malhas:

$$\begin{cases} v_{AB} = v_{in} - R_d \times i \\ i = 0 \text{ (interruptor aberto)} \end{cases} \Rightarrow v_{AB} = v_{in}, \text{ se } v_{in} \leq V_a + V_1 \quad (3.13)$$

Deste modo, é possível representar a função que representa a tensão de saída do circuito limitador superior:

$$v_{out} = v_{AB} = \begin{cases} v_{in}, \text{ se } v_{in} \leq V_a + V_1 \\ V_a + V_1 + R_d \times \left(\frac{v_{in} - V_a - V_1}{R + R_d} \right), \text{ se } v_{in} > V_a + V_1 \end{cases} \quad (3.14)$$

Caso se despreze o efeito da resistência do diodo (R_d) e da tensão de arranque (V_a), é possível simplificar a equação (3.14):

$$v_{out} \text{ (simplificado)} = v_{AB} \text{ (simplificado)} = \begin{cases} v_{in}, \text{ se } v_{in} \leq V_1 \\ V_1, \text{ se } v_{in} > V_1 \end{cases} \quad (3.15)$$

A função anterior (3.15) revela que o valor da tensão de saída não ultrapassa V_1 , logo pode-se concluir que o circuito da Fig. 3.21 limita o valor máximo da tensão de saída a V_1 , pelo que se designa limitador superior.

A Fig. 3.24 mostra as formas de onda da tensão de entrada (sinusoidal) e saída (3.14 e 3.15).

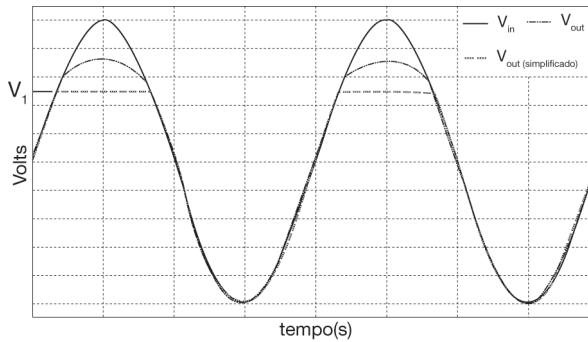


Fig. 3.24 Formas de onda da tensão de entrada, v_{in} , e saída, v_{out} , de um limitador superior

Outra informação que se revela muito importante na análise de circuitos elétricos com diodos é a sua função transferência. Para a obter é necessário relacionar as formas de onda da tensão de entrada e saída.

Deste modo, representam-se ambas as formas de onda em modo XY (Fig. 3.25):

- O eixo dos YY deve representar a tensão de saída (v_{out});
- O eixo dos XX deve representar a tensão de entrada (v_{in}).

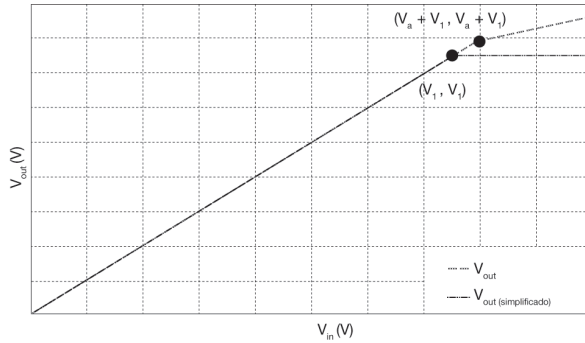


Fig. 3.25 Função transferência de um limitador superior

3.11.2 Circuito Limitador Inferior

O limitador inferior é um circuito cuja principal função consiste em impedir que a tensão de saída ultrapasse um valor mínimo pré-estabelecido (Fig. 3.26).

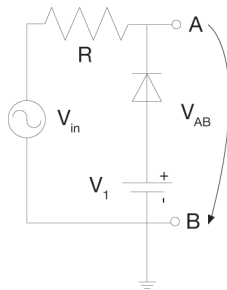


Fig. 3.26 Circuito limitador inferior

Partindo do pressuposto que o diodo conduz, portanto, que a corrente possui o sentido contrário ao ponteiro do relógio, é possível escrever a equação:

$$v_{in} - V_1 + V_a + R_d \times i + R \times i = 0 \Rightarrow i = \frac{-v_{in} - V_a + V_1}{R + R_d} \quad (3.16)$$

Para que o diodo conduza, a corrente tem que ter valor positivo, logo, utilizando (3.16), é possível obter a condição:

$$i > 0 \Rightarrow \frac{-v_{in} - V_a + V_1}{R + R_d} > 0 \Rightarrow v_{in} < -V_a + V_1 \quad (3.17)$$

Neste caso, substituindo o símbolo do díodo pelo seu circuito equivalente, obtém-se o circuito seguinte:

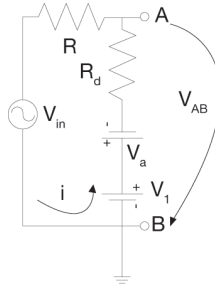


Fig. 3.27 Circuito equivalente de um limitador inferior em condução

A tensão de saída (v_{AB}) pode ser obtida recorrendo à lei das malhas:

$$\begin{cases} v_{AB} = -R_d \times i - V_a + V_1 \\ i = \frac{-v_{in} - V_a + V_1}{R + R_d} \end{cases} \Rightarrow v_{AB} = -R_d \times \left(\frac{-v_{in} - V_a + V_1}{R + R_d} \right) - V_a + V_1, \text{ se } v_{in} < -V_a + V_1 \quad (3.18)$$

Caso o díodo não conduza obtém-se o circuito da Fig. 3.23, logo a tensão de saída é definida pela equação (3.13).

Deste modo é possível representar a função que representa a tensão de saída:

$$v_{out} = v_{AB} = \begin{cases} v_{in}, \text{ se } v_{in} \geq -V_a + V_1 \\ -R_d \times \left(\frac{-v_{in} - V_a + V_1}{R + R_d} \right) - V_a + V_1, \text{ se } v_{in} < -V_a + V_1 \end{cases} \quad (3.19)$$

Caso se despreze o efeito da resistência do díodo (R_d) e da tensão de arranque (V_a), é possível simplificar a equação (3.19):

$$v_{out} \text{ (simplificado)} = v_{AB} \text{ (simplificado)} = \begin{cases} v_{in}, \text{ se } v_{in} \geq V_1 \\ V_1, \text{ se } v_{in} < V_1 \end{cases} \quad (3.20)$$

A função anterior (3.20) revela que o valor mínimo da tensão de saída é igual a V_1 , logo pode concluir-se que o circuito da Fig. 3.26 limita o valor mínimo da tensão de saída a V_1 , pelo que se designa limitador inferior.

A Fig. 3.28 mostra as formas de onda da tensão de entrada (sinusoidal) e saída (3.19 e 3.20).

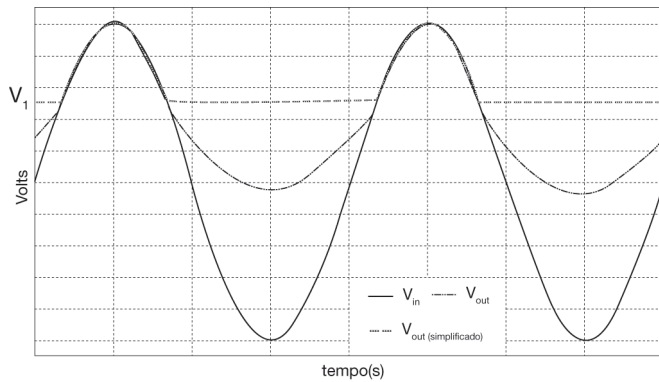


Fig. 3.28 Formas de onda da tensão de entrada e saída de um limitador inferior

A Fig. 3.29 mostra a função transferência de um circuito limitador inferior.

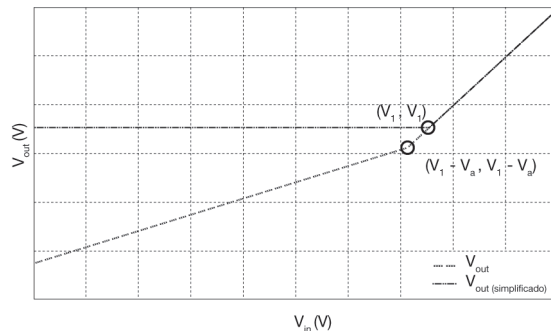


Fig. 3.29 Função transferência de um limitador inferior

3.11.3 Circuito Limitador Inferior e Superior

Como a própria designação o indica, a função de um limitador inferior e superior consiste em limitar o valor da tensão de saída do circuito a uma gama de valores (um limite superior e um limite inferior).

Para construir um circuito deste tipo com díodos convencionais são necessários dois díodos (Fig. 3.30).

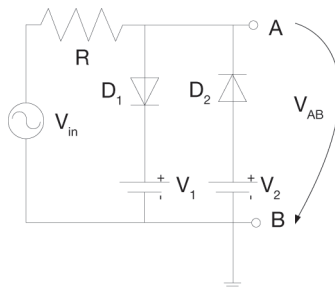


Fig. 3.30 Circuito limitador inferior e superior

Através da análise dos circuitos limitador superior e limitador inferior é possível concluir que o valor da tensão de saída é limitado quando os díodos entram em condução.

Assim, pode-se concluir que, para um limitador inferior e superior funcionar corretamente, os díodos D_1 e D_2 não deverão conduzir em simultâneo.

Assim podem-se considerar três situações:

- O díodo D_1 conduz, mas D_2 não conduz, logo estamos na presença do circuito da Fig. 3.22, cuja equação que traduz a evolução da tensão de saída é dada pela equação (3.12);
- O díodo D_2 conduz, mas D_1 não conduz, logo estamos na presença do circuito da Fig. 3.27, cuja equação que traduz a evolução da tensão de saída é dada pela equação (3.18);
- Nenhum dos díodos conduz, logo estamos na presença do circuito da Fig. 3.23, cuja equação que traduz a evolução da tensão de saída é dada pela equação (3.13).

Deste modo, é possível obter a função que representa a tensão de saída:

$$v_{out} = v_{AB} = \begin{cases} V_a + V_1 + R_d \times \left(\frac{v_{in} - V_a - V_1}{R + R_d} \right), & \text{se } v_{in} > V_a + V_1 \\ v_{in}, & \text{se } -V_a + V_2 \leq v_{in} \leq V_a + V_1 \\ -R_d \times \left(\frac{-v_{in} - V_a + V_2}{R + R_d} \right) - V_a + V_2, & \text{se } v_{in} < -V_a + V_2 \end{cases} \quad (3.21)$$

Caso se despreze o efeito da resistência do díodo (R_d) e da tensão de arranque (V_d), é possível simplificar a equação (3.21):

$$v_{out} \text{ (simplificado)} = v_{AB} \text{ (simplificado)} = \begin{cases} V_1, & \text{se } v_{in} > V_1 \\ v_{in}, & \text{se } V_2 \leq v_{in} \leq V_1 \\ V_2, & \text{se } v_{in} < V_2 \end{cases} \quad (3.22)$$

Através da análise da equação (3.22), é possível concluir que para que os díodos não conduzam em simultâneo é necessário que:

$$V_2 < V_1 \quad (3.23)$$

Logo, a condição (3.23) deve ser respeitada para que o circuito limitador superior e inferior funcione corretamente.

As Figs. 3.31 e 3.32 mostram as formas de onda da tensão de entrada (sinusoidal) e saída (3.21 e 3.22) e a função transferência do circuito, respetivamente.

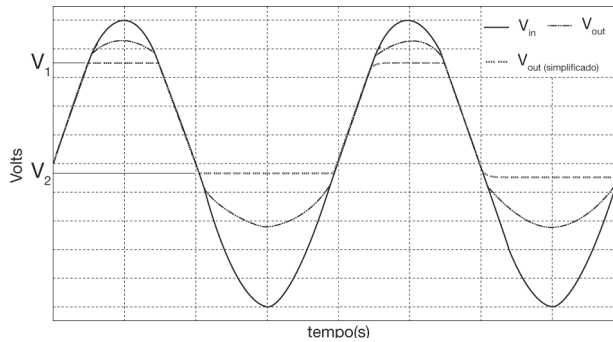


Fig. 3.31 Formas de onda da tensão de entrada e saída de um circuito limitador inferior e superior

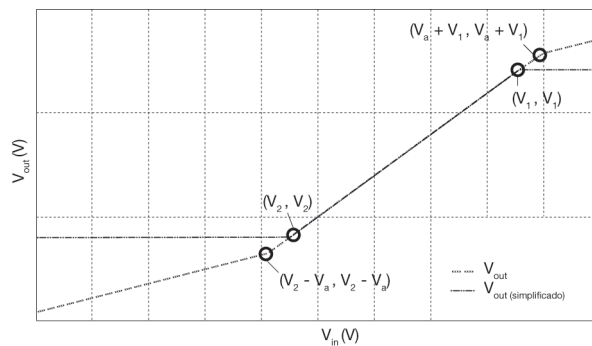


Fig. 3.32 Função transferência de um circuito limitador inferior e superior

3.11.4 Circuito Retificador de Meia Onda

A grande maioria dos aparelhos de eletrônica requer tensões contínuas. Todavia, na maioria das situações, a fonte primária produz uma tensão alternada, logo é necessário um circuito que permita converter a tensão alternada em contínua, como por exemplo, o retificador de meia onda (Fig. 3.33).

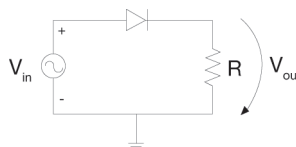


Fig. 3.33 Retificador de meia onda

O diodo apenas conduz quando a tensão aos seus terminais é superior a V_a , logo, no caso do retificador de meia-onda:

- Se $v_{in} \leq V_a$, o diodo não conduz, logo a tensão de saída é nula;
- Se $v_{in} > V_a$, o diodo conduz, permitindo a passagem corrente. Neste caso, a tensão de saída é aproximadamente igual à tensão de entrada.

O raciocínio anterior foi possível visto que, no instante em que o diodo inicia a condução, a corrente que o atravessa é nula, logo a tensão na resistência R é nula. Deste modo, é possível considerar, neste instante exato, que $v_{in} = V_d = V_a$.

A Fig. 3.34 mostra o circuito equivalente do retificador de meia onda, quando o diodo se encontra em condução:

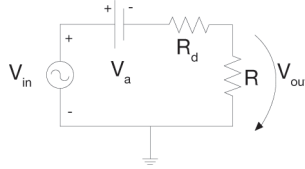


Fig. 3.34 Circuito equivalente do retificador de meia onda em condução

Aplicando a lei das malhas é possível determinar, quer a corrente, i , quer a tensão de saída, v_{out} :

$$\begin{cases} -v_{in} + V_a + R_d \times i + R \times i = 0 \Rightarrow i = \frac{(v_{in} - V_a)}{R + R_d} \Rightarrow v_{out} = \frac{R}{R + R_d} \times (v_{in} - V_a) \\ v_{out} = i \times R \end{cases} \quad (3.24)$$

Caso a tensão de entrada seja inferior V_a , o diodo não conduz, logo pode ser substituído por um circuito aberto. Neste caso, a corrente não chega à carga (R) e $v_{out} = 0$ Volts.

Pode-se, então, definir v_{out} de acordo com a função:

$$v_{out} = \begin{cases} \frac{R}{R + R_d} \times (v_{in} - V_a), & \text{se } v_{in} > V_a \\ 0, & \text{se } v_{in} \leq V_a \end{cases} \quad (3.25)$$

As Figs. 3.35 e 3.36 mostram as formas de onda da tensão de entrada e saída, assim como a função transferência de um retificador de $\frac{1}{2}$ onda, respectivamente.

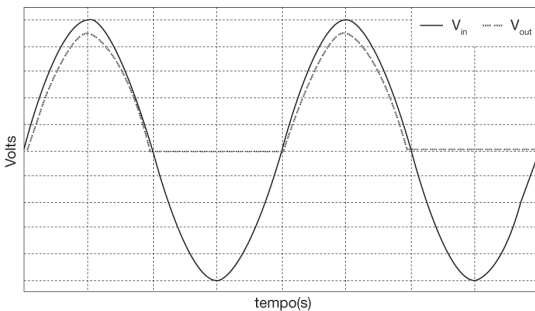


Fig. 3.35 Formas de onda da tensão de entrada e saída de um retificador de $\frac{1}{2}$ onda

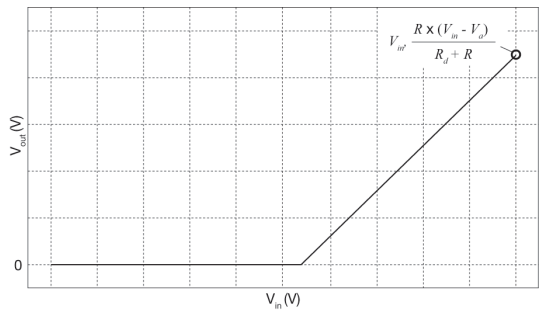


Fig. 3.36 Função transferência de um retificador de $\frac{1}{2}$ onda

A forma de onda da tensão de saída é contínua, visto que a corrente possui apenas um sentido.

3.11.5 Circuito Retificador de Onda Completa

Apesar de o retificador de meia onda converter uma tensão alternada em contínua, não permite a passagem da corrente no semiciclo negativo da tensão de entrada, o que se traduz em menor quantidade de energia fornecida à carga (R).

Deste modo, concebeu-se um novo circuito capaz de converter ambos os semiciclos da onda de entrada: o retificador de onda completa (Fig. 3.37).

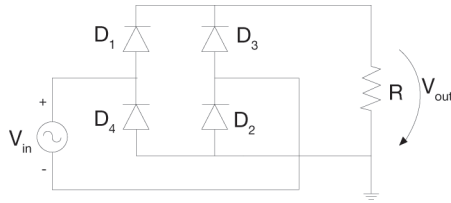


Fig. 3.37 Retificador de onda completa

O princípio de funcionamento é bastante simples, e baseia-se no facto de um par de díodos se encontrar em condução.

Através da análise da Fig. 3.37 pode-se concluir que caso a tensão de entrada, v_{in} , seja superior a zero, apenas dois díodos poderão entrar em condução (D_1 e D_2), pois a corrente sai do terminal positivo da fonte (v_{in}). Logo, pode-se desenhar o circuito equivalente apresentado na figura seguinte:

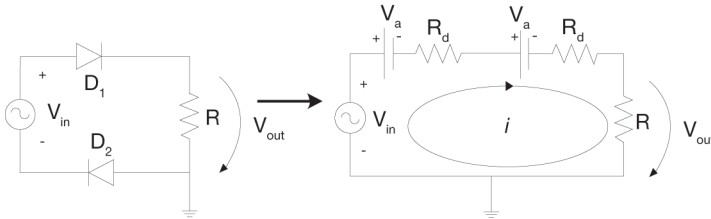


Fig. 3.38 Circuito equivalente de um retificador de onda completa em condução (D_1 e D_2 conduzem)

Aplicando a lei das malhas é possível obter o valor da corrente no circuito (o sentido da corrente escolhido parte do pressuposto que os díodos conduzem).

$$-v_{in} + V_a + R_d \times i + V_a + R_d \times i + R \times i = 0 \Rightarrow i = \frac{v_{in} - 2 \times V_a}{2 \times R_d + R} \quad (3.26)$$

Para que os díodos conduzam é necessário que a corrente seja superior a zero, logo:

$$i = \frac{v_{in} - 2 \times V_a}{2 \times R_d + R} > 0 \Rightarrow v_{in} - 2 \times V_a > 0 \Rightarrow v_{in} > 2 \times V_a \quad (3.27)$$

Nestas condições, a tensão de saída pode ser calculada através da equação:

$$v_{out} = R \times i \Rightarrow v_{out} = R \times \frac{v_{in} - 2 \times V_a}{2 \times R_d + R} \quad (3.28)$$

No entanto, caso $v_{in} > 0$ e $v_{in} < 2 \times V_a$, nenhum dos díodos conduz, logo $v_{out} = 0$.

Caso a tensão de entrada seja negativa ($v_{in} < 0$), então, apenas os díodos D_3 e D_4 poderão conduzir, visto que a corrente sai do terminal negativo da fonte. Neste caso, o circuito equivalente que traduz o funcionamento do circuito pode ser representado da seguinte forma:

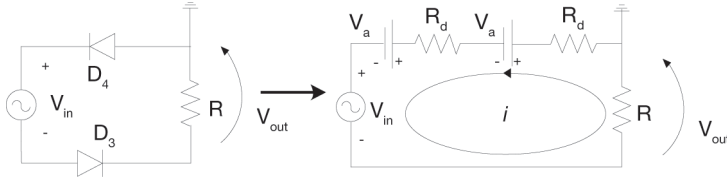


Fig. 3.39 Circuito equivalente de um retificador de onda completa em condução (D_3 e D_4 conduzem)

Aplicando a lei das malhas é possível obter o valor da corrente no circuito (o sentido da corrente escolhido parte do pressuposto que os díodos conduzem).

$$v_{in} + V_a + R_d \times i + V_a + R_d \times i + R \times i = 0 \Rightarrow i = \frac{-v_{in} - 2 \times V_a}{2 \times R_d + R} \quad (3.29)$$

Para que os díodos conduzam é necessário que a corrente seja superior a zero, logo:

$$i = \frac{-v_{in} - 2 \times V_a}{2 \times R_d + R} > 0 \Rightarrow -v_{in} - 2 \times V_a > 0 \Rightarrow v_{in} + 2 \times V_a < 0 \Rightarrow v_{in} < -2 \times V_a \quad (3.30)$$

Nestas condições, a tensão de saída pode ser calculada através da equação:

$$v_{out} = R \times i \Rightarrow v_{out} = R \times \frac{-v_{in} - 2 \times V_a}{2 \times R_d + R} \Rightarrow v_{out} = -R \times \frac{v_{in} + 2 \times V_a}{2 \times R_d + R} \quad (3.31)$$

No entanto, caso $v_{in} < 0$ e $v_{in} > -2 \times V_a$ nenhum dos díodos conduz, logo, $v_{out} = 0$.

Deste modo, pode-se definir v_{out} através da função:

$$v_{out} = \begin{cases} \frac{-R}{R + 2 \times R_d} \times (v_{in} + 2 \times V_a), & v_{in} \in [-V_{in}, -2 \times V_a] \\ \frac{R}{R + 2 \times R_d} \times (v_{in} - 2 \times V_a), & v_{in} \in [2 \times V_a, V_{in}] \\ 0, & v_{in} \in [-2 \times V_a, 2 \times V_a] \end{cases} \quad (3.32)$$

em que V_{in} representa a amplitude da tensão de entrada, v_{in} .

Como tipicamente o valor de $R_d \ll R$, então a função anterior pode ser simplificada:

$$v_{out} = \begin{cases} -(v_{in} + 2 \times V_a), & v_{in} \in [-V_m, -2 \times V_a] \\ (v_{in} - 2 \times V_a), & v_{in} \in [2 \times V_a, V_m] \\ 0, & v_{in} \in [-2 \times V_a, 2 \times V_a] \end{cases} \quad (3.33)$$

A Fig. 3.40 mostra as formas de onda da tensão de entrada e saída num retificador de onda completa.

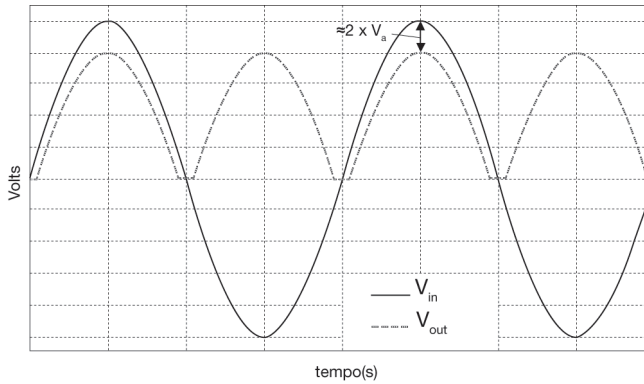


Fig. 3.40 Formas de onda da tensão de entrada e saída de um retificador de onda completa

A Fig. 3.41 mostra a função transferência de um retificador de onda completa.

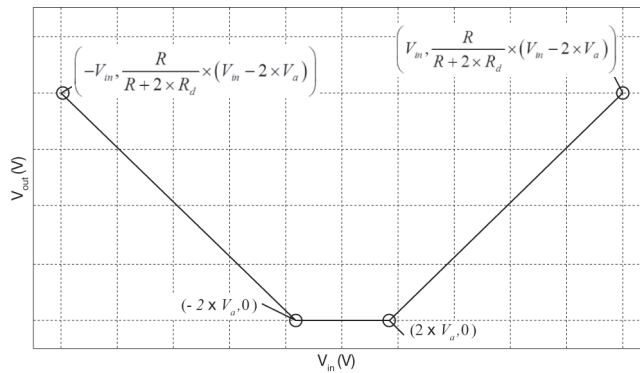


Fig. 3.41 Função transferência de um retificador de onda completa

3.11.6 Retificador de Onda Completa com Filtro Capacitivo

A utilização de um filtro capacitivo permite aumentar a energia fornecida à carga (Fig. 3.42). O filtro capacitivo pode ser igualmente utilizado num retificador de meia onda sendo, no entanto, mais eficiente no retificador de onda completa, pois o tempo de descarga do condensador é reduzido para metade, o que permite por um lado que a tensão de saída possua menor oscilação ou *ripple*, Δv_{out} e que o seu valor médio seja superior, V_{out} .

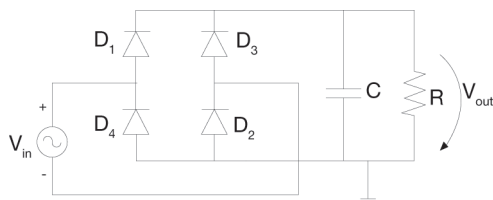


Fig. 3.42 Retificador de onda completa com filtro capacitivo

O princípio de funcionamento deste circuito é bastante simples, quando a tensão aos terminais dos díodos for superior à sua tensão de arranque (V_a), os díodos conduzem, permitindo que o condensador (C) carregue e a carga (R) seja alimentada em simultâneo. Caso a tensão, nos díodos, seja inferior à tensão de arranque, então os díodos não conduzem, sendo o condensador responsável por alimentar a carga.

A Fig. 3.43 mostra os circuitos equivalentes relativos à condução e não condução dos díodos.

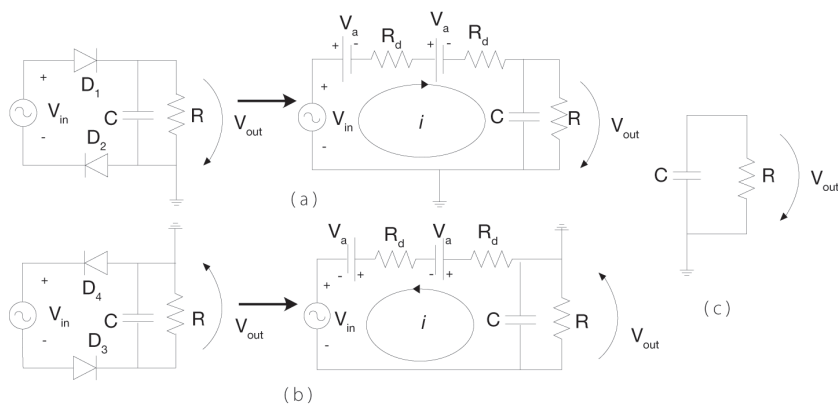


Fig. 3.43 Circuitos equivalentes de um retificador de onda completa com filtro capacitivo:

(a) D_1 e D_2 conduzem, (b) D_3 e D_4 conduzem e (c) nenhum diodo conduz

Já na Fig. 3.44 pode-se observar a forma de onda de saída de um retificador de onda completa com e sem filtro capacitivo.

A forma de onda da tensão de saída pode ser linearizada se a constante de tempo $R \times C$ for elevada ($\Delta v_{out} < 0.1 \times V_{out}$), nesse caso, obtém-se uma forma de onda triangular, que pode ser observada na Fig. 3.44.

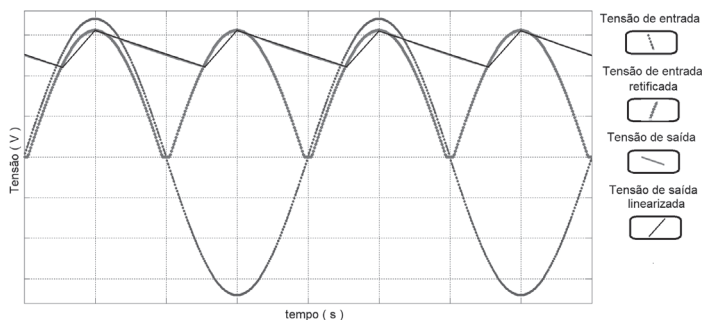


Fig. 3.44 Formas de onda da tensão de entrada e tensão de saída de um retificador de onda completa com e sem filtro capacitivo

Entretanto se considerarmos que o condensador carrega instantaneamente (Fig. 3.45) é possível obter o *ripple*, Δv_{out} , da tensão de saída, v_{out} .

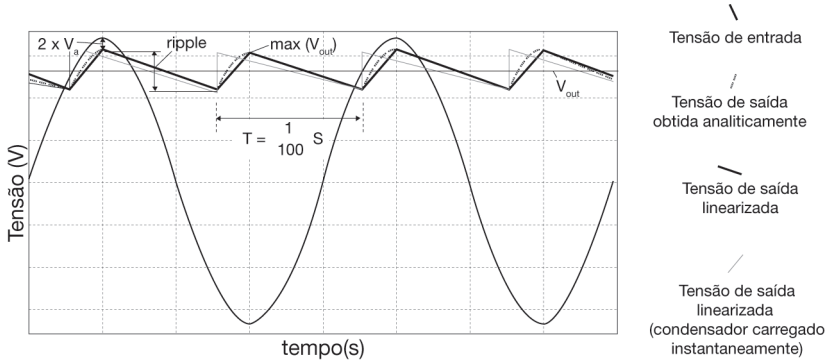


Fig. 3.45 Forma de onda da tensão de saída de um retificador de onda completa com filtro capacitivo, obtida analiticamente e linearizada

Se considerarmos que o condensador carrega instantaneamente, o circuito equivalente do retificador de onda completa com filtro capacitivo pode ser aproximado ao circuito da Fig. 3.43c. Deste modo, é possível obter as seguintes relações:

$$\begin{cases} i_C = C \times \frac{dv_{out}}{dt} \\ i_C = \frac{V_{out}}{R} \end{cases} \Rightarrow \frac{V_{out}}{R} = C \times \frac{\Delta v_{out}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta v_{out} = \frac{V_{out} \times \Delta t}{R \times C} \quad (3.34)$$

em que V_{out} representa o valor médio da tensão de saída.

Como Δt é igual ao período da forma de onda da tensão de saída, que por sua vez é metade do período do sinal de entrada, logo:

$$\Delta v_{out} = \frac{V_{out} \times \frac{T}{2}}{R \times C} = \frac{V_{out}}{2 \times f \times R \times C} \quad (3.35)$$

em que T e f representam o período e a frequência da tensão de entrada.

Se considerarmos a frequência da onda de tensão na rede elétrica na Europa ($f=50 \text{ Hz}$), é possível calcular o *ripple* da tensão de saída de um retificador de onda completa com filtro capacitivo através da equação:

$$\Delta v_{out} = \frac{\left(\frac{V_{out}}{R} \right)}{C \times 100} = \frac{V_{out}}{C \times R \times 100} \quad (3.36)$$

O valor médio da tensão de saída, V_{out} , pode ser obtido através da equação:

$$\begin{cases} V_{out} = \max(v_{out}) - \frac{\Delta v_{out}}{2} \\ \max(v_{out}) = (V_{in} - 2 \times V_d) \end{cases} \Rightarrow V_{out} = \frac{C \times R \times 100 \times (V_{in} - 2 \times V_d)}{(C \times R \times 100 + 0.5)} \quad (3.37)$$

3.11.7 Circuito Limitador Superior e Inferior com Díodo Zener

O díodo Zener pode ser igualmente utilizado para construir circuitos limitadores superior e inferior (Fig. 3.46).

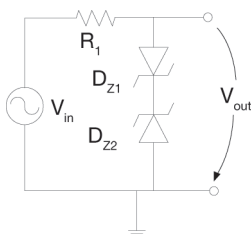


Fig. 3.46 Diagrama esquemático de um limitador superior e inferior com díodos Zener

A função dos díodos Zener consiste em limitar o valor máximo e mínimo da tensão de saída. Assim, o valor máximo de v_{out} está limitado pela tensão Zener do díodo D_{Z2} , enquanto, o valor mínimo de v_{out} está limitado pela tensão Zener do díodo D_{Z1} .

Para poder fazer a análise do circuito anterior é necessário identificar previamente cada um dos estados do circuito. Em seguida, deve-se identificar para que valores de v_{in} surge um determinado estado e, finalmente, deve-se proceder à análise individual de cada um dos estados.

Podemos então definir três estados de funcionamento:

- **Estado 1:** ambos os díodos conduzem: D_{Z1} encontra-se diretamente polarizado e D_{Z2} inversamente polarizado (Fig. 3.47 a), logo $i_z > 0$.
- **Estado 2:** ambos os díodos conduzem: D_{Z1} encontra-se inversamente polarizado e D_{Z2} diretamente polarizado (Fig. 3.47 b), logo $i_z < 0$.
- **Estado 3:** nenhum dos díodos conduz (Fig. 3.47 c), logo $i_z = 0$.

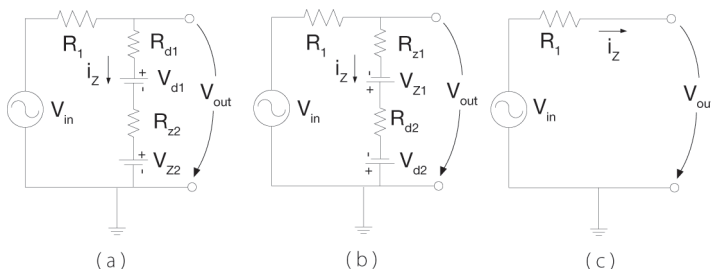


Fig. 3.47 Diagrama esquemático de cada um dos estados do limitador superior e inferior com díodos Zener: (a) estado 1, (b) estado 2 e (c) estado 3

Em seguida, identifica-se quais os valores de v_{in} que permitem que o circuito esteja a operar em cada um dos estados.

Assim, no caso do estado 1 (Fig. 3.47a), pode-se escrever a equação:

$$-v_{in} + R_1 \times i_Z + R_{d1} \times i_Z + V_{d1} + R_{Z2} \times i_Z + V_{Z2} = 0 \Rightarrow i_Z = \frac{v_{in} - V_{d1} - V_{Z2}}{R_1 + R_{d1} + R_{Z2}} \quad (3.38)$$

Para que se verifique a condução $i_Z > 0$, logo a condição que garante o estado 1 é:

$$i_Z > 0 \Rightarrow \frac{v_{in} - V_{d1} - V_{Z2}}{R_1 + R_{d1} + R_{Z2}} > 0 \Rightarrow v_{in} > V_{d1} + V_{Z2} \quad (3.39)$$

Finalmente analisa-se o circuito equivalente relativo ao estado 1, por forma a obter o valor de v_{out} . Assim, no caso do estado 1, obtém-se:

$$v_{out} = (R_{d1} + R_{Z2}) \times i_Z + V_{d1} + V_{Z2} \Rightarrow v_{out} = (R_{d1} + R_{Z2}) \times \frac{v_{in} - V_{d1} - V_{Z2}}{R_1 + R_{d1} + R_{Z2}} + V_{d1} + V_{Z2} \quad (3.40)$$

No caso do estado 2 (Fig. 3.47b) pode-se escrever a equação:

$$-v_{in} + R_1 \times i_Z + R_{Z1} \times i_Z - V_{Z1} + R_{d2} \times i_Z - V_{d2} = 0 \Rightarrow i_Z = \frac{v_{in} + V_{d2} + V_{Z1}}{R_1 + R_{d2} + R_{Z1}} \quad (3.41)$$

Para que se verifique a condução $i_Z < 0$, logo a condição que garante o estado 2 é:

$$i_Z < 0 \Rightarrow \frac{v_{in} + V_{d2} + V_{Z1}}{R_1 + R_{d2} + R_{Z1}} < 0 \Rightarrow v_{in} < -V_{d2} - V_{Z1} \quad (3.42)$$

O valor de v_{out} pode ser obtido através da equação:

$$v_{out} = (R_{Z1} + R_{d2}) \times i_Z - V_{d2} - V_{Z1} \Rightarrow v_{out} = (R_{Z1} + R_{d2}) \times \frac{v_{in} + V_{d2} + V_{Z1}}{R_1 + R_{d2} + R_{Z1}} - V_{d2} - V_{Z1} \quad (3.43)$$

Finalmente para o estado 3 (Fig. 3.47c) pode-se concluir que só ocorre quando as condições relativas aos estados 1 e 2 forem ambas falsas. Nesse caso, o valor da tensão de saída é igual à tensão de entrada, pois a corrente é nula.

Deste modo obtém-se a seguinte função:

$$v_{out} = \begin{cases} (R_{d1} + R_{Z2}) \times \frac{v_{in} - V_{d1} - V_{Z2}}{R_1 + R_{d1} + R_{Z2}} + V_{d1} + V_{Z2}, & \text{se } v_{in} > V_{d1} + V_{Z2} \\ (R_{Z1} + R_{d2}) \times \frac{v_{in} + V_{d2} + V_{Z1}}{R_1 + R_{d2} + R_{Z1}} - V_{d2} - V_{Z1}, & \text{se } v_{in} < -V_{d2} - V_{Z1} \\ v_{in}, & \text{se } -V_{d2} - V_{Z1} \leq v_{in} \leq V_{d1} + V_{Z2} \end{cases} \quad (3.44)$$

A função anterior pode ser simplificada caso se desprezem os valores de V_{d1} , R_{d1} e R_{Z2} de ambos os díodos Zener:

$$v_{out} \text{ (simplificada)} = \begin{cases} V_{Z2}, & \text{se } v_{in} > V_{Z2} \\ -V_{Z1}, & \text{se } v_{in} < -V_{Z1} \\ v_{in}, & \text{se } -V_{Z1} \leq v_{in} \leq V_{Z2} \end{cases} \quad (3.45)$$

A forma de onda da tensão de saída é similar à de um limitador superior e inferior (Fig. 3.31). Todavia, o valor máximo e mínimo da tensão de saída são definidos por:

$$\begin{cases} \max(v_{out}) = (R_{d1} + R_{Z2}) \times \frac{V_{in} - V_{d1} - V_{Z2}}{R_1 + R_{d1} + R_{Z2}} + V_{d1} + V_{Z2} \\ \min(v_{out}) = (R_{Z1} + R_{d2}) \times \frac{-V_{in} + V_{d2} + V_{Z1}}{R_1 + R_{d2} + R_{Z1}} - V_{d2} - V_{Z1} \end{cases} \quad (3.46)$$

em que V_{in} representa a amplitude da tensão de entrada.

3.11.8 Circuito Limitador Superior e Inferior com Carga

A análise de circuitos limitadores com carga é um pouco mais complexa, pois o número total de malhas e de nós aumenta.

O circuito seguinte representa um limitador superior e inferior com carga (R).

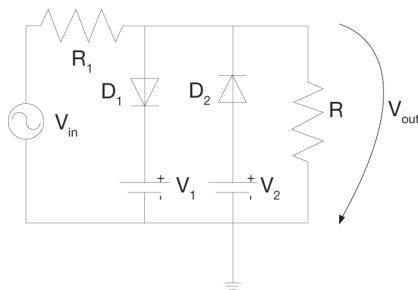


Fig. 3.48 Circuito limitador inferior e superior com carga

Antes de se proceder à análise do circuito convém recordar a condição (3.23) utilizada na análise do circuito limitador superior e inferior sem carga (secção 3.11.3). Caso esta condição não seja respeitada, o circuito não funcionará corretamente: $V_2 < V_1$.

O primeiro passo na análise do circuito passa por identificar quantos estados possui o circuito. Podemos definir três estados de funcionamento:

- **Estado 1:** o díodo D_1 conduz e D_2 encontra-se inversamente polarizado.
- **Estado 2:** o díodo D_2 conduz e D_1 encontra-se inversamente polarizado.
- **Estado 3:** nenhum dos díodos conduz.

Caso o circuito esteja a funcionar no estado 1, então o seu circuito equivalente pode ser representado da seguinte forma (Fig. 3.49).

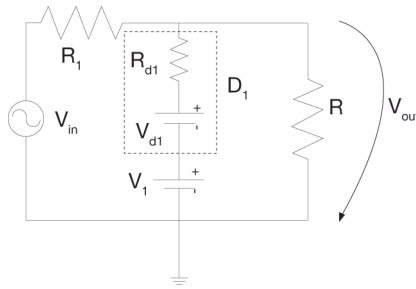


Fig. 3.49 Circuito equivalente do limitador inferior e superior com carga, durante o estado 1

Para que o díodo D_1 conduza a tensão aos seus terminais deverá ser superior a V_{d1} (tensão de arranque de D_1). Logo, é possível concluir que D_1 conduz se:

$$v_{out} > V_{d1} + V_1 \quad (3.47)$$

No entanto, a condição que determina a condução dos díodos deve ser obtida em função de v_{in} .

Como no instante imediatamente anterior à condução de D_1 , nenhum dos díodos conduz, a tensão de saída pode ser representada por:

$$v_{out} = \frac{R \times v_{in}}{R + R_1} \quad (3.48)$$

Utilizando ambas as condições (3.47) e (3.48), é possível obter a condição que determina o início da condução de D_1 em função de v_{in} .

$$v_{in} > \frac{(V_{d1} + V_1) \times (R + R_1)}{R} \quad (3.49)$$

Recorrendo ao teorema da sobreposição e analisando o circuito da Fig. 3.49, é possível obter o valor da tensão de saída (v_{out}) em função da tensão de entrada (v_{in}).

Deste modo, primeiro calcula-se a contribuição da fonte v_{in} . Para o efeito, eliminam-se as restantes fontes, ficando então, o circuito da Fig. 3.50.

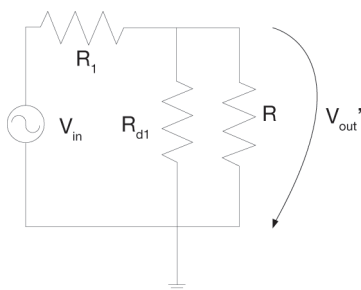


Fig. 3.50 Circuito equivalente do limitador inferior e superior com carga, durante o estado 1, considerando apenas a contribuição da fonte v_{in}

Através da análise do circuito anterior e recorrendo à fórmula do divisor de tensão é possível calcular a contribuição de v_{in} para a tensão de saída:

$$v_{out}' = \frac{R_{d1} // R}{R_{d1} // R + R_1} \times v_{in} \quad (3.50)$$

Em seguida, será calculada a contribuição das restantes fontes, sendo possível representar o seguinte circuito:

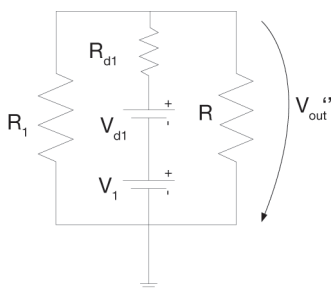


Fig. 3.51 Circuito equivalente do limitador inferior e superior com carga, durante o estado 1, considerando apenas a contribuição das fontes V_{d1} e V_1

Através da análise do circuito anterior e recorrendo à fórmula do divisor de tensão, é possível calcular a contribuição de V_{d1} e V_1 para a tensão de saída:

$$v_{out}'' = \frac{R_1 // R}{R_1 // R + R_{d1}} \times (V_{d1} + V_1) \quad (3.51)$$

Recorrendo ao teorema da sobreposição, é possível calcular a contribuição de todas as fontes:

$$v_{out} = v_{out}'' + v_{out}' = \frac{R_1 // R}{R_1 // R + R_{d1}} \times (V_{d1} + V_1) + \frac{R_{d1} // R}{R_{d1} // R + R_1} v_{in} \quad (3.52)$$

Caso se verifique que apenas o diodo D_2 conduz (estado 2), então o seu circuito equivalente pode ser representado da seguinte forma (Fig. 3.52):

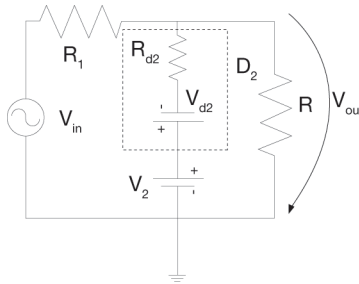


Fig. 3.52 Circuito equivalente do limitador inferior e superior com carga, durante o estado 2

Para que o diodo D_2 conduza a tensão aos seus terminais deverá ser superior a V_{d2} (tensão de arranque de D_2). Logo é possível concluir que D_2 conduz se:

$$v_{out} < V_2 - V_{d2} \quad (3.53)$$

Representando a condição anterior em função de v_{in} obtém-se:

$$v_{in} < \frac{(V_2 - V_{d2}) \times (R + R_1)}{R} \quad (3.54)$$

Recorrendo ao teorema da sobreposição e analisando o circuito da Fig. 3.52, é possível obter o valor da tensão de saída (v_{out}):

$$v_{out} = \frac{R_1 // R}{R_1 // R + R_{d2}} \times (V_2 - V_{d2}) + \frac{R_{d2} // R}{R_{d2} // R + R_1} v_{in} \quad (3.55)$$

No caso de nenhum dos diodos conduzir, então:

$$v_{out} = \frac{R}{R_1 + R} \times v_{in} \quad (3.56)$$

Pode-se, então, representar a tensão de saída através da função:

$$v_{out} = \begin{cases} \frac{R_1 // R}{R_1 // R + R_{d1}} \times (V_{d1} + V_1) + \frac{R_{d1} // R}{R_{d1} // R + R_1} v_{in}, & \text{se } v_{in} > \frac{(V_{d1} + V_1) \times (R + R_1)}{R} \\ \frac{R}{R_1 + R} \times v_{in}, & \text{se } \frac{(V_2 - V_{d2}) \times (R + R_1)}{R} \leq v_{in} \leq \frac{(V_{d1} + V_1) \times (R + R_1)}{R} \\ \frac{R_1 // R}{R_1 // R + R_{d2}} \times (V_2 - V_{d2}) + \frac{R_{d2} // R}{R_{d2} // R + R_1} v_{in}, & \text{se } v_{in} < \frac{(V_2 - V_{d2}) \times (R + R_1)}{R} \end{cases} \quad (3.57)$$

A Fig. 3.53 mostra as formas de onda da tensão de entrada (sinusoidal) e saída do limitador superior e inferior com carga.

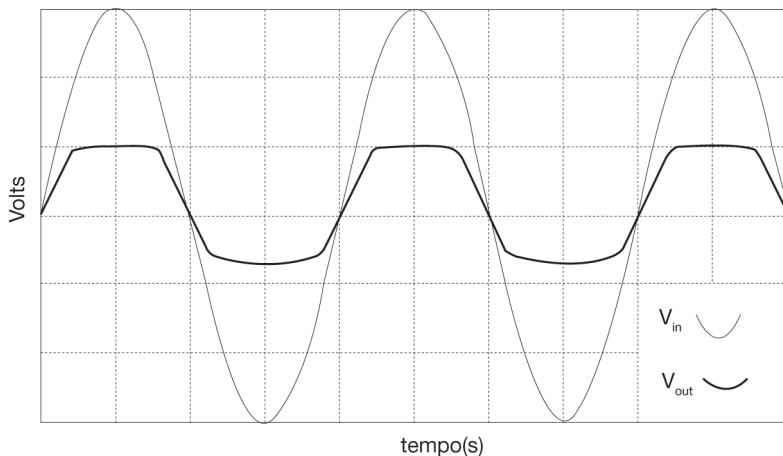


Fig. 3.53 Formas de onda da tensão de entrada e saída de um limitador superior e inferior com carga

3.11.9 Portas Lógicas

Os díodos são dispositivos semicondutores muito utilizados em equipamentos de informática, como por exemplo em portas lógicas.

Os díodos, conjuntamente com resistências, podem ser usados para construir portas lógicas: *AND* e *OR*.

Nos sistemas digitais a informação é representada por tensões (ou correntes) que se encontram nas entradas e saídas dos dispositivos. Um *bit* pode ser representado por dois valores binários: '0' e '1'. Estes valores binários correspondem a uma gama possível de valores analógicos de tensão, visto que os dispositivos analógicos (díodos, transístores e resistências), que são a base de construção dos dispositivos digitais, não permitem obter valores exatos de tensão. Deste modo, o valor binário '0' pode ser representado pela gama de tensões analógica que varia de 0 Volts até 0.8 Volts, já o valor binário '1' pode ser representado pela gama de valores analógicos de tensão que podem variar desde 2 Volts até 5 Volts.

Na Fig. 3.54 é possível observar como se pode obter uma porta *OR* (OU) com díodos.

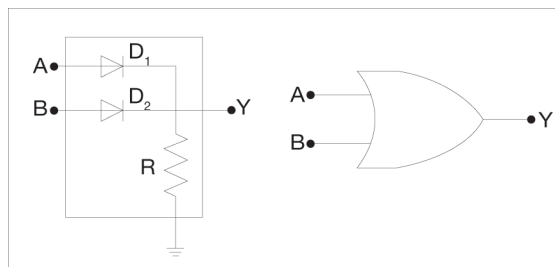


Fig. 3.54 Construção de uma porta OU com díodos

Através da análise do circuito anterior, facilmente se consegue compreender o seu princípio de funcionamento:

- Se a tensão $V_A = V_B = 0\text{ V}$, então quer D_1 quer D_2 não conduzem (a tensão aos seus terminais é inferior à tensão de arranque), logo não se verifica a condução. Nesse caso, a resistência R não é percorrida por corrente e a tensão em Y é igual a Zero Volts, o que corresponde ao valor binário '0'.
- Se a tensão em A ou em B for 5 Volts, então um dos díodos (D_1 ou D_2) encontra-se em condução, pois a tensão aos seus terminais é superior à tensão de arranque. Como a queda de tensão nos díodos, quando conduzem, é sensivelmente igual à sua tensão de arranque (0.7 Volts), a tensão de saída é igual a $5 - 0.7 = 4.3\text{ Volts}$. Este valor encontra-se na gama de valores analógicos correspondente ao valor '1' em binário.

Deste modo obtém-se a tabela funcional da porta lógica OU.

| Entradas | | Saída |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| V_A (Binário/Analogico) | V_B (Binário/Analogico) | V_Y (Binário/Analogico) |
| '0' / [0 V~0.8 V] | '0' / [0 V~0.8 V] | '0' / [0 V~0.8 V] |
| '1' / [2 V~5 V] | '0' / [0 V~0.8 V] | '1' / [2 V~5 V] |
| '0' / [0 V~0.8 V] | '1' / [2 V~5 V] | '1' / [2 V~5 V] |
| '1' / [2 V~5 V] | '1' / [2 V~5 V] | '1' / [2 V~5 V] |

Tabela 3.1 Tabela funcional da porta OU

Na Fig. 3.55 é possível observar como se pode obter uma porta AND (E) com díodos.

Através da análise do circuito da Fig. 3.55 facilmente se consegue compreender o seu princípio de funcionamento:

- Se a tensão $V_A = V_B = 5\text{ V}$, então nenhum dos díodos (D_1 e D_2) conduz (pois a tensão aos seus terminais é inferior à tensão de arranque). Nesse caso, a resistência R não é percorrida por corrente e a tensão em Y é igual a 5 Volts, logo corresponde ao valor binário '1'.
- Se a tensão em A ou em B for igual a 0 Volts, então pelo menos um dos dois díodos encontra-se em condução, pois a tensão aos seus terminais é superior à tensão de arranque do diodo. Neste caso, como a queda

de tensão no díodo em condução é aproximadamente igual à tensão de arranque, a tensão em Y é aproximadamente igual a 0.7 Volts (tensão de arranque do díodo). O valor binário correspondente corresponde a '0' (pois 0.7 Volts pertence à gama de valores correspondente ao '0' binário).

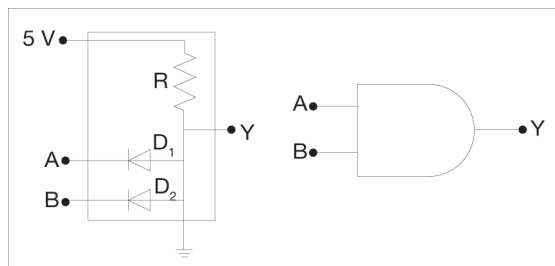


Fig. 3.55 Construção de uma porta AND com díodos

Deste modo obtém-se a tabela funcional da porta lógica E.

| Entradas | | Saída |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| V_A (Binário/Analgógico) | V_B (Binário/Analgógico) | V_Y (Binário/Analgógico) |
| '0' / [0 V~0.8 V] | '0' / [0 V~0.8 V] | '0' / [0 V~0.8 V] |
| '1' / [2 V~5 V] | '0' / [0 V~0.8 V] | '0' / [0 V~0.8 V] |
| '0' / [0 V~0.8 V] | '1' / [2 V~5 V] | '0' / [0 V~0.8 V] |
| '1' / [2 V~5 V] | '1' / [2 V~5 V] | '1' / [2 V~5 V] |

Tabela 3.2 Tabela funcional da porta E

3.12 Análise de Circuitos com Díodos recorrendo ao Teorema de Thevenin

Na secção 3.11.8 recorreu-se ao teorema da sobreposição para analisar o circuito limitador superior e inferior com carga representado na Figura 3.48. Este teorema pode ser utilizado frequentemente na análise de circuitos com díodos, permitindo muitas vezes uma simplificação significativa nos cálculos. Outro teorema que pode ser utilizado igualmente na análise de circuitos com díodos é o teorema de Thevenin.

Por exemplo, considere-se o circuito da Fig. 3.56.

O circuito anterior pode ser analisado recorrendo ao método das malhas ou ao teorema de Thevenin (pretende-se obter a tensão de saída, v_{out}).

Nesta secção será demonstrado que a utilização do teorema de Thevenin permitirá simplificar significativamente o circuito e desta forma os cálculos.

Deste modo iremos começar por analisar o circuito recorrendo ao método das malhas.

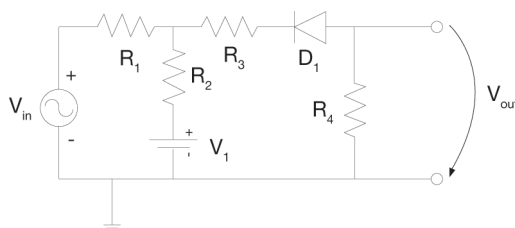


Fig. 3.56 Circuito 2

Assim, considere-se que o diodo se encontra em condução, é possível desenhar o seguinte circuito equivalente:

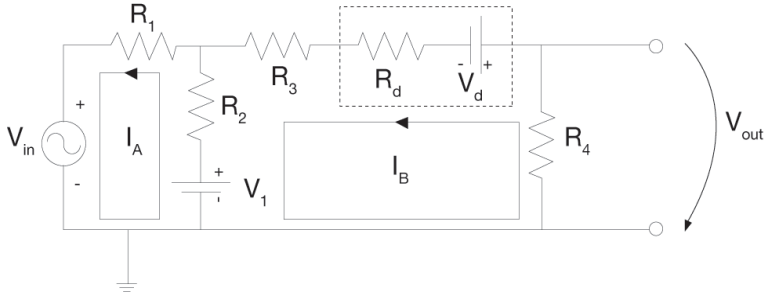


Fig. 3.57 Esquema elétrico equivalente relativo ao circuito 2, quando o diodo se encontra em condução

Recorrendo ao método das malhas é possível escrever:

$$\begin{aligned}
 &\begin{cases} m_A : R_1 \times I_A + v_{in} - V_1 + R_2 \times (I_A - I_B) = 0 \\ m_B : V_d + (R_3 + R_d) \times I_B + R_2 \times (I_B - I_A) + V_1 + R_4 \times I_B = 0 \end{cases} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \begin{cases} I_A \times (R_1 + R_2) + I_B \times (-R_2) = V_1 - v_{in} \\ I_A \times (-R_2) + I_B \times (R_2 + R_3 + R_4 + R_d) = -(V_d + V_1) \end{cases} \Rightarrow \\
 &\begin{bmatrix} R_1 + R_2 & -R_2 \\ -R_2 & R_2 + R_3 + R_4 + R_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 - v_{in} \\ -(V_d + V_1) \end{bmatrix} \Rightarrow \quad (3.58) \\
 &I_B = \frac{\begin{vmatrix} R_1 + R_2 & V_1 - v_{in} \\ -R_2 & -(V_d + V_1) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_1 + R_2 & -R_2 \\ -R_2 & R_2 + R_3 + R_4 + R_d \end{vmatrix}} = \frac{-(V_d + V_1) \times (R_1 + R_2) + (V_1 - v_{in}) \times R_2}{(R_1 + R_2) \times (R_2 + R_3 + R_4 + R_d) - R_2^2}
 \end{aligned}$$

Para que o diodo conduza é necessário que I_B seja maior ou igual a zero, logo:

$$\begin{aligned}
 &\frac{-(V_d + V_1) \times (R_1 + R_2) + (V_1 - v_{in}) \times R_2}{(R_1 + R_2) \times (R_2 + R_3 + R_4 + R_d) - R_2^2} > 0 \Rightarrow \\
 &-(V_d + V_1) \times (R_1 + R_2) > (-V_1 + v_{in}) \times R_2 \Rightarrow \\
 &(-V_1 + v_{in}) \times R_2 < -(V_d + V_1) \times (R_1 + R_2) \Rightarrow \\
 &v_{in} < V_1 - \frac{(R_1 + R_2)}{R_2} \times (V_d + V_1)
 \end{aligned} \quad (3.59)$$

Se o diodo conduzir, a tensão de saída v_{out} pode ser representada pela equação:

$$v_{out} = -R_4 \times I_B = R_4 \times \left(\frac{(v_{in} - V_1) \times R_2 + (V_1 + V_d) \times (R_1 + R_2)}{(R_1 + R_2) \times (R_2 + R_3 + R_4 + R_d) - R_2^2} \right) \quad (3.60)$$

A Fig. 3.58 representa o circuito equivalente, no caso do diodo não conduzir.

Analisando o circuito da Fig. 3.58 é possível concluir que não existe corrente em R_4 , logo a tensão de saída é nula.

Em síntese, é possível representar a tensão de saída, v_{out} , através da função:

$$v_{out} = \begin{cases} 0, & v_{in} \geq V_1 - \frac{(R_1 + R_2)}{R_2} \times (V_d + V_1) \\ R_4 \times \left(\frac{(v_{in} - V_1) \times R_2 + (V_1 + V_d) \times (R_1 + R_2)}{(R_1 + R_2) \times (R_2 + R_3 + R_4 + R_d) - R_2^2} \right), & v_{in} < V_1 - \frac{(R_1 + R_2)}{R_2} \times (V_d + V_1) \end{cases} \quad (3.61)$$

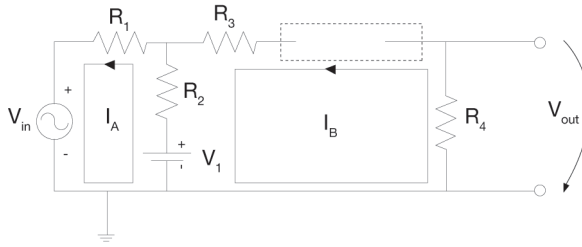


Fig. 3.58 Esquema elétrico equivalente relativo ao circuito 2, quando o diodo não conduz

Recorrendo agora ao teorema de *Thevenin*, é possível simplificar consideravelmente o circuito em análise (Fig. 3.59).

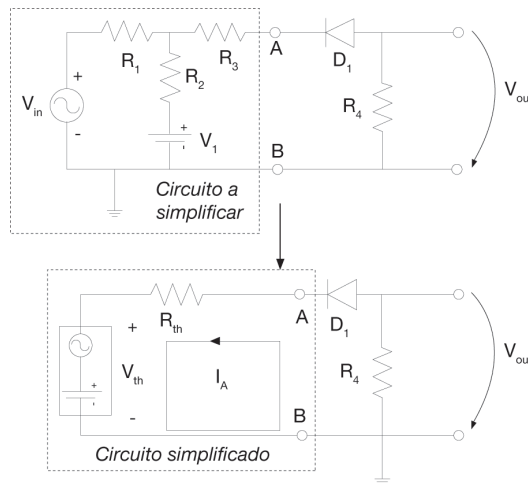


Fig. 3.59 Circuito 2 simplificado, recorrendo ao teorema de *Thevenin*

Os terminais escolhidos para a simplificação do circuito foram o A e o B, visto que os elementos que fazem parte do circuito a simplificar são todos lineares (resistências, fontes de tensão ou de corrente).

A análise do circuito simplificado apresentado na Fig. 3.59 torna-se bem mais simples do que o circuito inicial, visto que estamos na presença de apenas uma malha.

No entanto, antes de mais é necessário calcular o equivalente de *Thevenin*, ou seja, é necessário determinar quer a tensão quer a resistência de *Thevenin*.

Assim, no que respeita à tensão de *Thevenin*, pode-se utilizar o circuito seguinte:

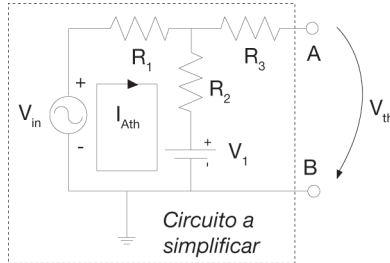


Fig. 3.60 Cálculo da tensão de *Thevenin*

Através da observação do circuito anterior é possível calcular v_{th} .

$$\begin{cases} v_{th} = R_2 \times I_{Ath} + V_1 \\ -v_{in} + R_1 \times I_{Ath} + R_2 \times I_{Ath} + V_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow v_{th} = R_2 \times \frac{v_{in} - V_1}{R_1 + R_2} + V_1 \quad (3.62)$$

A resistência de *Thevenin* pode ser obtida através do circuito seguinte:

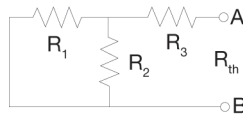


Fig. 3.61 Cálculo da resistência de *Thevenin*

A resistência de *Thevenin* é igual a:

$$R_{th} = R_3 + R_1 // R_2 = R_3 + \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} \quad (3.63)$$

Após calcular o equivalente de *Thevenin* é possível iniciar a análise do circuito simplificado da Fig. 3.59. Partindo do pressuposto que o díodo conduz, é possível escrever a equação:

$$V_{th} + (R_{th} + R_4) \times I_A + V_d + R_d \times I_A = 0 \Rightarrow I_A = -\frac{V_{th} + V_d}{(R_{th} + R_4 + R_d)} \quad (3.64)$$

Para que o díodo conduza:

$$\begin{aligned}
 I_A > 0 &\Rightarrow -\frac{V_{th} + V_d}{(R_{th} + R_4 + R_d)} > 0 \Rightarrow -\frac{\left(R_2 \times \frac{v_{in} - V_1}{R_1 + R_2} + V_1\right) + V_d}{(R_{th} + R_4 + R_d)} > 0 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \left(R_2 \times \frac{v_{in} - V_1}{R_1 + R_2} + V_1\right) + V_d < 0 \Rightarrow R_2 \times (v_{in} - V_1) + (V_d + V_1) \times (R_1 + R_2) < 0 \Rightarrow \quad (3.65) \\
 &\Rightarrow R_2 \times v_{in} + V_d \times (R_1 + R_2) + V_1 \times R_1 < 0 \Rightarrow v_{in} < -\left(V_1 \times \frac{R_1}{R_2} + V_d \times \frac{R_1 + R_2}{R_2}\right)
 \end{aligned}$$

A tensão de saída pode ser representada pela equação:

$$\begin{aligned}
 v_{out} &= -R_4 \times I_A = -R_4 \times \left(-\frac{V_{th} + V_d}{(R_{th} + R_4 + R_d)}\right) = R_4 \times \frac{\left(R_2 \times \frac{v_{in} - V_1}{R_1 + R_2} + V_1\right) + V_d}{\left(\left(R_3 + \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2}\right) + R_4 + R_d\right)} \Rightarrow \quad (3.66) \\
 &\Rightarrow v_{out} = R_4 \times \frac{R_2 \times (v_{in} - V_1) + (V_d + V_1) \times (R_1 + R_2)}{(R_1 \times R_2 + (R_3 + R_4 + R_d) \times (R_1 + R_2))}
 \end{aligned}$$

No caso de o díodo não conduzir, a corrente I_A é nula, logo a tensão de saída é igualmente nula. Pode-se, então, definir a tensão de saída através da função:

$$v_{out} = \begin{cases} R_4 \times \frac{R_2 \times (v_{in} - V_1) + (V_d + V_1) \times (R_1 + R_2)}{(R_1 \times R_2 + (R_3 + R_4 + R_d) \times (R_1 + R_2))}, & v_{in} < -\left(V_1 \times \frac{R_1}{R_2} + V_d \times \frac{R_1 + R_2}{R_2}\right) \\ 0, & v_{in} \geq -\left(V_1 \times \frac{R_1}{R_2} + V_d \times \frac{R_1 + R_2}{R_2}\right) \end{cases} \quad (3.67)$$

Os sistemas de equações (3.61) e (3.67) são iguais, como será demonstrado em seguida. Relativamente às condições que determinam o estado do díodo, partindo da condição (3.59) é possível chegar à condição (3.65).

$$V_1 - \frac{(R_1 + R_2)}{R_2} \times (V_d + V_1) = \frac{V_1 \times R_2}{R_2} - \frac{(R_1 + R_2)}{R_2} \times (V_d + V_1) = -\frac{V_1 \times R_1}{R_2} - \frac{(R_1 + R_2)}{R_2} \times V_d$$

Da mesma forma, é possível demonstrar que as equações (3.60) e (3.66) são iguais.

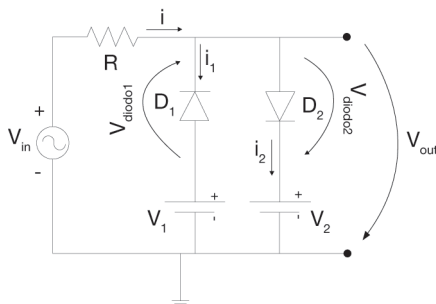
$$\begin{aligned}
 & R_4 \times \left(\frac{(v_{in} - V_1) \times R_2 + (V_1 + V_d) \times (R_1 + R_2)}{(R_1 + R_2) \times (R_2 + R_3 + R_4 + R_d) - R_2^2} \right) \\
 &= R_4 \times \frac{R_2 \times (v_{in} - V_1) + (V_d + V_1) \times (R_1 + R_2)}{(R_1 \times R_2 + (R_3 + R_4 + R_d) \times (R_1 + R_2))}
 \end{aligned}$$

Como os numeradores são iguais, basta provar que ambos os denominadores são igualmente iguais:

$$\begin{aligned}
 & \left[(R_1 + R_2) \times (R_2 + R_3 + R_4 + R_d) - R_2^2 \right] - \left[R_1 \times R_2 + (R_3 + R_4 + R_d) \times (R_1 + R_2) \right] = 0 \Rightarrow \\
 & \left[(R_1 + R_2) \times (R_3 + R_4 + R_d) + R_2 \times (R_1 + R_2) - R_2^2 \right] - \left[R_1 \times R_2 + (R_3 + R_4 + R_d) \times (R_1 + R_2) \right] = 0 \Rightarrow \\
 & \left[(R_1 + R_2) \times (R_3 + R_4 + R_d) + R_2 \times R_1 + R_2^2 - R_2^2 \right] - \left[R_1 \times R_2 + (R_3 + R_4 + R_d) \times (R_1 + R_2) \right] = 0 \Rightarrow \\
 & \left[(R_1 + R_2) \times (R_3 + R_4 + R_d) + R_2 \times R_1 \right] - \left[R_1 \times R_2 + (R_3 + R_4 + R_d) \times (R_1 + R_2) \right] = 0
 \end{aligned}$$

Exercício 1

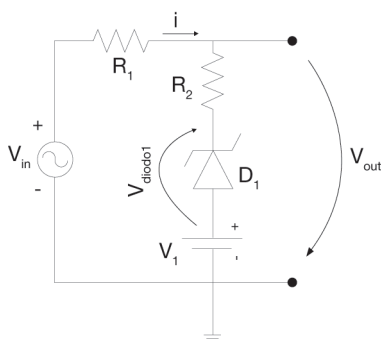
Considere o circuito da figura seguinte com as seguintes características: a forma de onda da tensão de entrada é sinusoidal com uma amplitude 10 V e frequência 50 Hz, $R=100\ \Omega$, $V_1=2\text{ V}$, $V_2=3\text{ V}$, $V_{d1}=V_{d2}=0.8\text{ V}$ e $R_{d1}=R_{d2}=50\ \Omega$.



- Indique para que valores de v_{in} o diodo D_1 conduz.
- Indique para que valores de v_{in} o diodo D_2 conduz.
- Represente graficamente a função transferência do circuito.
- Represente a evolução temporal de v_{in} e v_{out} ao longo de um período.
- Considere que V_1 é ajustado para -5 V, determine novamente os valores de v_{in} que permitem que D_1 conduza.
- Determine a nova curva característica do circuito.

Exercício 2

Considere o circuito da figura seguinte com as seguintes características: a forma de onda da tensão de entrada é sinusoidal com uma amplitude 20 V e frequência 50 Hz, $R_1=R_2=1000\ \Omega$, $V_1=5\text{ V}$, $V_z=4.8\text{ V}$, $R_z=100\ \Omega$, $V_d=0.8\text{ V}$, $R_d=100\ \Omega$.

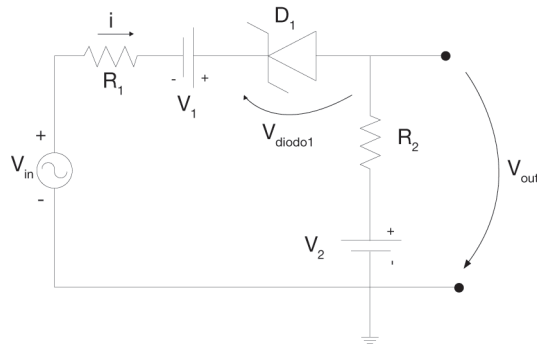


- Indique para que valores de v_{in} o diodo D_1 conduz.
- Represente graficamente a função transferência do circuito.
- Represente a evolução temporal de v_{in} e v_{out} ao longo de um período.
- Substitua D_1 por um diodo convencional ($V_d=0.8\text{ V}$, $R_d=100\ \Omega$), represente a nova curva característica do circuito.

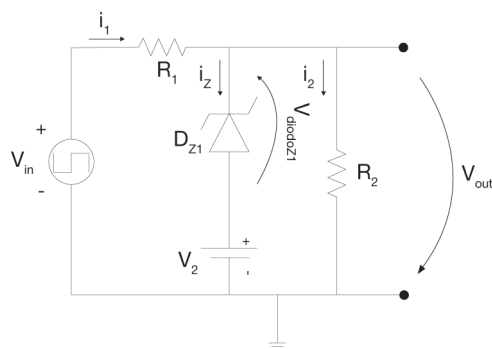
Exercício 3

Considere o circuito da figura seguinte com as seguintes características: a forma de onda da tensão de entrada é sinusoidal com uma amplitude 20 V e frequência 50 Hz , $R_1=500\ \Omega$, $R_2=1000\ \Omega$, $V_1=15\text{ V}$, $V_2=5\text{ V}$, $V_{d1}=0.8\text{ V}$, $R_{d1}=50\ \Omega$, $V_{Z1}=4.8\text{ V}$ e $R_{Z1}=50\ \Omega$.

- Indique para que valores de v_{in} o diodo D_1 conduz.
- Represente graficamente a função transferência do circuito.
- Represente a evolução temporal de v_{in} e v_{out} ao longo de um período.
- Substitua D_1 por um diodo convencional, represente a nova função transferência circuito.

**Exercício 4**

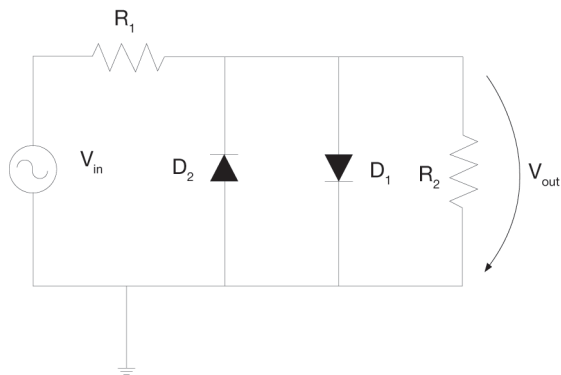
Considere o circuito da figura seguinte com as seguintes características: a forma de onda da tensão de entrada é quadrada com uma amplitude 20 V , frequência 50 Hz e em que a duração temporal do pulso positivo é igual à do pulso negativo. Considere igualmente que: $R_1=100\ \Omega$, $R_2=400\ \Omega$, $V_2=2\text{ V}$, $V_{d1}=0.8\text{ V}$, $R_{d1}=50\ \Omega$, $V_{Z1}=4.8\text{ V}$, $R_{Z1}=50\ \Omega$.



- Indique para que valores de v_{in} o diodo D_1 conduz.
- Represente graficamente a função transferência do circuito.
- Represente a evolução temporal de v_{in} e v_{out} ao longo de um período.
- Substitua a forma de onda de entrada v_{in} por uma onda sinusoidal com frequência 100 Hz e amplitude 25 V , represente a evolução temporal das formas da tensão de entrada e saída do novo circuito.

Exercício 5

Considere o circuito da figura seguinte com as seguintes características: a forma de onda da tensão de entrada é sinusoidal com uma amplitude 30 V e frequência 50 Hz , $R_1=500\ \Omega$, $R_2=1000\ \Omega$, $V_{d1}=V_{d2}=0.8\text{ V}$ e $R_{d1}=R_{d2}=100\ \Omega$.



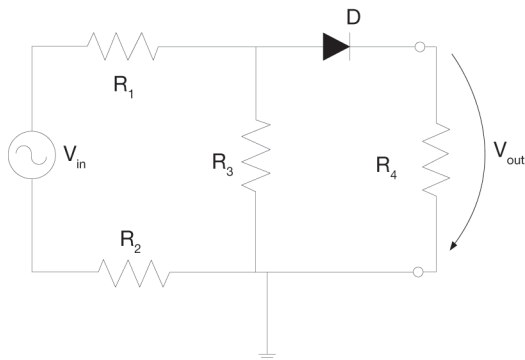
- Indique para que valores de v_{in} o diodo D_1 conduz.
- Indique para que valores de v_{in} o diodo D_2 conduz.
- Represente graficamente a função transferência do circuito.
- Represente a evolução temporal de v_{in} e v_{out} ao longo de um período.
- Pretende-se que o circuito limite a tensão de saída entre os valores de tensão -10 V e 10 V , que solução propõe?
- Represente graficamente a função transferência do novo circuito.

Exercício 6

Considere o circuito referente ao exercício 1, em que a tensão de entrada possui uma forma de onda sinusoidal com uma amplitude 30 V e frequência 50 Hz . Considere igualmente que: $R=100\ \Omega$, $V_1=15\text{ V}$, $V_2=3\text{ V}$, $V_{d1}=V_{d2}=0.8\text{ V}$ e $R_{d1}=R_{d2}=50\ \Omega$. Represente graficamente a função transferência do circuito.

Exercício 7

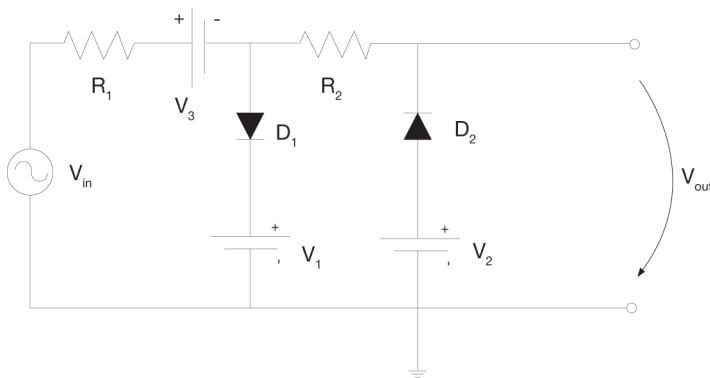
Considere o circuito da figura seguinte, onde $V_d=0.7\text{ V}$, $R_d=30\ \Omega$, $R_1=R_2=R_4=500\ \Omega$ e $R_3=1\text{ k}\Omega$.



- Determine o valor de v_{out} para $v_{in}=1.4\text{ V}$.
- Obtenha a função que permite representar v_{out} em função v_{in} (Utilize o método das malhas).
- Obtenha a função que permite representar v_{out} em função v_{in} (Recorra ao teorema de *Thevenin* para simplificar o circuito em análise).
- Representa graficamente a função transferência do circuito.
- Considere que v_{in} é uma onda sinusoidal de amplitude 5 V e frequência 50 Hz , represente a evolução temporal dos sinais v_{in} e v_{out} .

Exercício 8

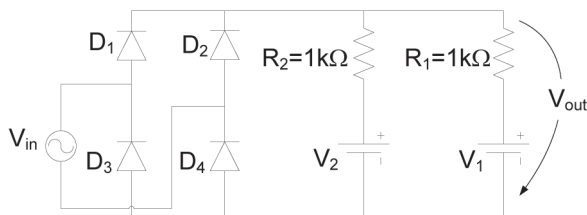
Considere o circuito da figura seguinte, onde $V_T=0.7\text{ V}$, $R_d=100\ \Omega$, $R_1=1\text{ k}\Omega$, $R_2=2\text{ k}\Omega$, $V_1=5\text{ V}$, $V_2=-5\text{ V}$ e $V_3=10\text{ V}$.



- Determine os valores de v_{in} que permitem que o diodo D_1 conduza.
- Determine os valores de v_{in} que permitem que o diodo D_2 conduza.
- Conclua quanto à possibilidade dos dois diodos poderem conduzir em simultâneo, justifique analiticamente.
- Represente graficamente a função transferência do circuito.

Exercício 9

Considere o circuito da figura seguinte:



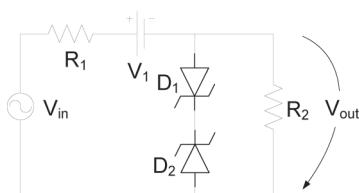
Em que as características:

- Dos diodos são: $V_d=0.8\text{ V}$ e $R_d=100\ \Omega$.
- Da tensão entrada, v_{in} , são: Amplitude 163 Volts e frequência 60 Hz .

Considere que $V_1=100\text{ V}$ e $V_2=-50\text{ V}$. Represente a característica de transferência do circuito.

Exercício 10

Considere o circuito da figura seguinte:



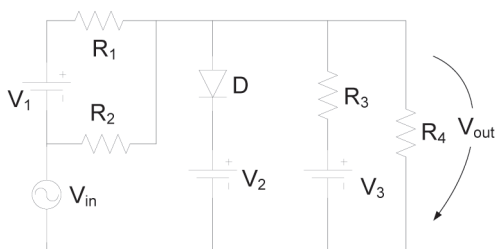
Em que as características:

- Dos díodos são: $V_d=0.8\text{ V}$, $R_d=75\ \Omega$, $V_z=5\text{ V}$ e $R_z=25\ \Omega$.
- Da tensão entrada, v_{in} , são: Amplitude 24 Volts e frequência 50 Hz.
- $R_1=R_2=0.3\text{ k}\Omega$ e $V_1=5\text{ V}$.

Represente a característica de transferência do circuito.

Exercício 11

Considere o circuito da figura seguinte:



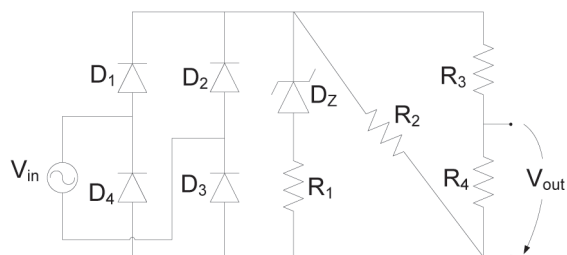
Em que:

- As características dos díodos são: $V_d=0.8\text{ V}$ e $R_d=50\ \Omega$.
- As características da tensão entrada, v_{in} , são: Amplitude 20 Volts e frequência 60 Hz.
- $R_1=R_2=R_3=R_4=1\text{ k}\Omega$
- $V_1=5\text{ V}$, $V_2=10\text{ V}$ e $V_3=15\text{ V}$,

Represente a característica de transferência do circuito.

Exercício 12

Considere o circuito da figura seguinte:



Em que:

- As características dos díodos (D_1 , D_2 , D_3 e D_4) são: $V_d = 0.8\text{ V}$ e $R_d = 100\ \Omega$.
- As características do diodo zener (D_Z) são: $V_d = 0.8\text{ V}$, $R_d = 100\ \Omega$, $V_Z = 15\text{ V}$, $R_Z = 10\ \Omega$,
- As características da tensão entrada, v_{in} , são: Amplitude 24 Volts e frequência 100 Hz.
- $R_1 = 200\ \Omega$, $R_2 = 10\text{ k}\Omega$, $R_3 = 3\text{ k}\Omega$, $R_4 = 7\text{ k}\Omega$.

Represente a característica de transferência do circuito.

Exercício 1

a) Para que o diodo D_1 conduza é necessário que $V_{diodo1} > V_d$, logo:

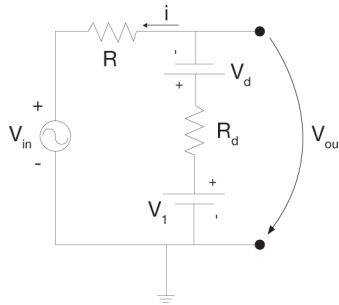
$$V_1 - v_{out} > V_d \Rightarrow v_{out} < V_1 - V_d \Rightarrow v_{out} < 2 - 0.8 \Rightarrow v_{out} < 1.2 \text{ V}$$

Para que o diodo D_2 conduza é necessário que $V_{diodo2} > V_d$, logo:

$$v_{out} - V_2 > V_d \Rightarrow v_{out} > V_2 + V_d \Rightarrow v_{out} > 3 + 0.8 \Rightarrow v_{out} > 3.8 \text{ V}$$

Como as condições anteriores não têm elementos em comum, é possível concluir que os diodos não conduzem em simultâneo.

Assim, quando D_1 inicia a condução, obtém-se o seguinte circuito equivalente:



Através da análise do circuito anterior é possível escrever a seguinte equação:

$$R \times i + v_{in} - V_1 + R_d \times i + V_d = 0 \Rightarrow i = \frac{V_1 - v_{in} - V_d}{R_d + R}$$

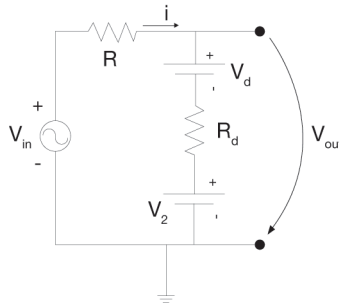
Se o diodo conduzir então o sentido da corrente está correto, ou seja, $(i > 0)$, deste modo pode-se obter a condição que determina quando é que o diodo D_1 conduz:

$$i > 0 \Rightarrow \frac{V_1 - v_{in} - V_d}{R_d + R} > 0 \Rightarrow V_1 - v_{in} - V_d > 0 \Rightarrow v_{in} < -V_d + V_1$$

A condição anterior define os valores de v_{in} que garantem a condução de D_1 .



b) Se D_2 conduz o circuito equivalente será:



Através da análise do circuito anterior é possível escrever:

$$R \times i + V_d + R_d \times i + V_2 - v_{in} = 0 \Rightarrow i = \frac{-V_2 + v_{in} - V_d}{R_d + R}$$

Se o diodo conduzir então o sentido da corrente está correto, logo:

$$i > 0 \Rightarrow \frac{-V_2 + v_{in} - V_d}{R_d + R} > 0 \Rightarrow -V_2 + v_{in} - V_d > 0 \Rightarrow v_{in} > V_d + V_2$$

A condição anterior determina os valores de v_{in} que garantem a condução de D_2 .

c) A função transferência permite relacionar v_{in} (tensão de entrada) com v_{out} (tensão de saída), desta forma, é necessário antes de mais representar v_{out} em função de v_{in} e para tal serão utilizadas as alíneas anteriores.

Caso D_1 conduza:

$$\begin{cases} i = \frac{V_1 - v_{in} - V_d}{R_d + R} \\ v_{out} = -V_d - R_d \times i + V_1 \end{cases} \Rightarrow v_{out} = -V_d - R_d \times \left(\frac{V_1 - v_{in} - V_d}{R_d + R} \right) + V_1$$

Caso D_2 conduza:

$$\begin{cases} i = \frac{-V_2 + v_{in} - V_d}{R_d + R} \\ v_{out} = V_d + R_d \times i + V_2 \end{cases} \Rightarrow v_{out} = V_d + R_d \times \left(\frac{-V_2 + v_{in} - V_d}{R_d + R} \right) + V_2$$

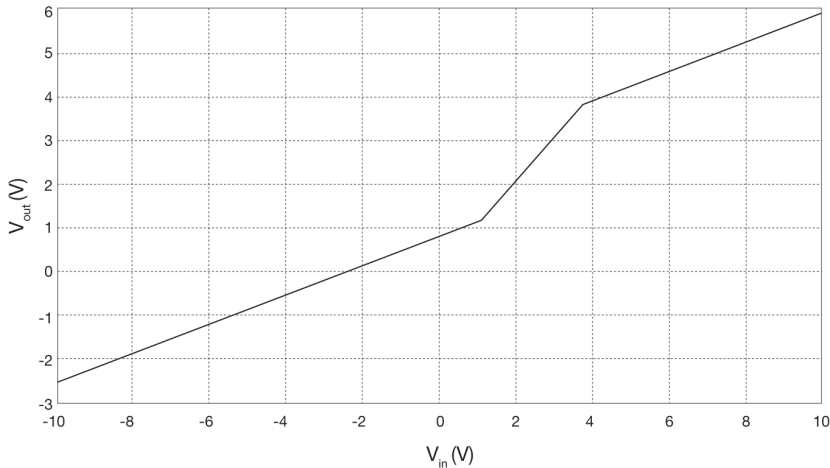
Se nenhum dos díodos conduz, então:

$$v_{out} = v_{in}$$

Em síntese, pode-se representar analiticamente a tensão de saída, v_{out} , em função de tensão de entrada, v_{in} , através da função:

$$v_{out} = \begin{cases} \frac{R_d}{R_d + R} \times (v_{in} - V_1 + V_d) + V_1 - V_d, & \text{se } v_{in} < -V_d + V_1 \\ \frac{R_d}{R_d + R} \times (v_{in} - V_2 - V_d) + V_2 + V_d, & \text{se } v_{in} > V_d + V_2 \\ v_{in}, & \text{se } -V_d + V_1 < v_{in} < V_d + V_2 \end{cases}$$

A função transferência do circuito pode ser representada graficamente através da apresentação de um gráfico em modo XY. O eixo dos XX deve representar a tensão de entrada (v_{in}) e o eixo dos YY a tensão de saída (v_{out}), como se pode observar na figura seguinte:



- d) A frequência do sinal de entrada é igual à frequência do sinal de saída, deste modo como o período é igual ao inverso da frequência pode-se concluir que o período de ambos os sinais é de 0.02 s. Para auxiliar o desenho da figura seguinte, é conveniente calcular alguns pontos referentes à tensão de saída, tais como:

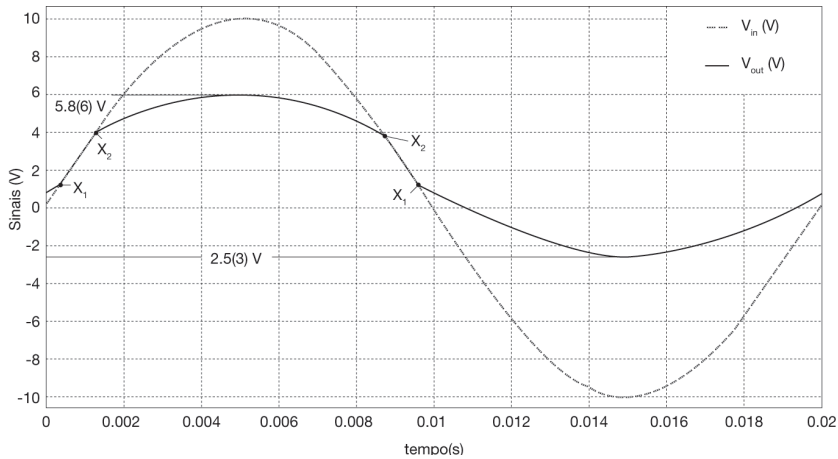
$$\max(v_{out}) = \frac{R_d}{R_d + R} \times (\max(v_{in}) - V_2 - V_d) + V_2 + V_d = 5.8(6) V$$

$$\min(v_{out}) = \frac{R_d}{R_d + R} \times (\min(v_{in}) - V_1 + V_d) + V_1 - V_d = -2.5(3) V$$

Pontos de intersecção:

$$\text{se } v_{in} = (V_1 - V_d) \Rightarrow v_{out} = V_1 - V_d \Rightarrow X_1 \rightarrow (+1.2 V, +1.2 V)$$

$$\text{se } v_{in} = (V_2 + V_d) \Rightarrow v_{out} = V_2 + V_d \Rightarrow X_2 \rightarrow (+3.8 V, +3.8 V)$$



e) Para que o diodo D_1 conduza é necessário que $V_{diodo1} > V_d$, logo:

$$V_1 - v_{out} > V_d \Rightarrow v_{out} < V_1 - V_d \Rightarrow v_{out} < -5 - 0.8 \Rightarrow v_{out} < -5.8 \text{ V}$$

Para que o diodo D_2 conduza é necessário que $V_{diodo2} > V_d$, logo:

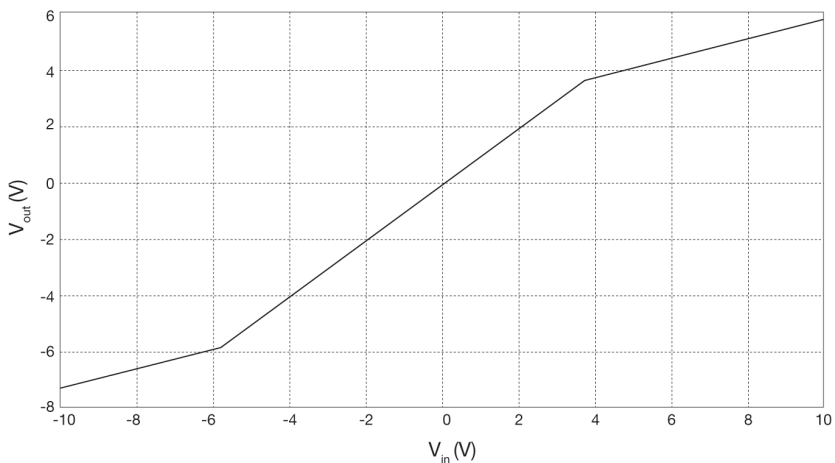
$$v_{out} - V_2 > V_d \Rightarrow v_{out} > V_2 + V_d \Rightarrow v_{out} > 3 + 0.8 \Rightarrow v_{out} > 3.8 \text{ V}$$

Como as condições anteriores não se interseitam, é possível concluir que os diodos não conduzem em simultâneo.

Logo, D_1 conduz se:

$$i > 0 \Rightarrow \frac{V_1 - v_{in} - V_d}{R_d + R} > 0 \Rightarrow V_1 - v_{in} - V_d > 0 \Rightarrow v_{in} < -5.8$$

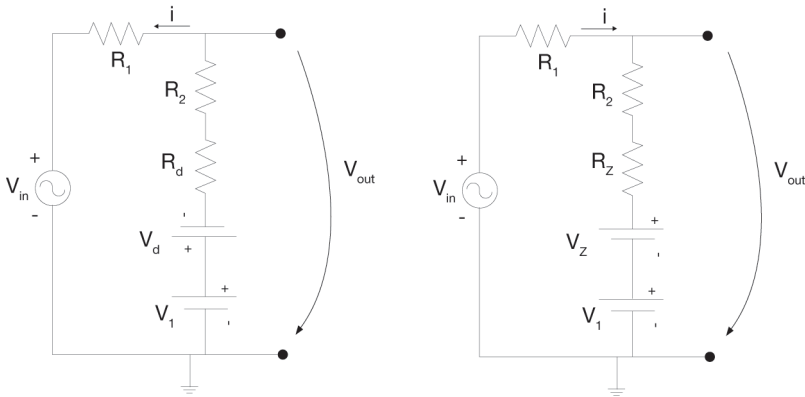
f) Relativamente à função transferência é semelhante à função apresentada na alínea c, verificando-se apenas uma modificação da condição que determina a condução de D_1 .



Exercício 2

- a) O diodo D_1 é um diodo *Zener*, logo pode conduzir diretamente polarizado se $V_{diodo1} > V_d$ ou inversamente polarizado se $V_{diodo1} < -V_Z$.

A figura seguinte mostra o circuito equivalente com o diodo D_1 diretamente polarizado (figura da esquerda) e com o diodo D_1 inversamente polarizado (figura da direita):



No caso de D_1 estar diretamente polarizado, é possível escrever:

$$R_1 \times i + v_{in} - V_1 + V_d + (R_d + R_2) \times i = 0 \Rightarrow i = \frac{-v_{in} + V_1 - V_d}{R_1 + R_d + R_2}$$

Para o diodo conduzir (diretamente polarizado):

$$i > 0 \Rightarrow \frac{-v_{in} + V_1 - V_d}{R_1 + R_d + R_2} > 0 \Rightarrow -v_{in} + V_1 - V_d > 0 \Rightarrow v_{in} < V_1 - V_d$$

No caso de D_1 estar inversamente polarizado, é possível escrever:

$$R_1 \times i + (R_Z + R_2) \times i + V_Z + V_1 - v_{in} = 0 \Rightarrow i = \frac{v_{in} - V_1 - V_Z}{R_1 + R_Z + R_2}$$

Para o diodo conduzir (inversamente polarizado):

$$i > 0 \Rightarrow \frac{v_{in} - V_1 - V_Z}{R_1 + R_Z + R_2} > 0 \Rightarrow v_{in} - V_1 - V_Z > 0 \Rightarrow v_{in} > V_1 + V_Z$$

- b) Para obter a função transferência do circuito é necessário representar v_{out} em função de v_{in} e para tal serão utilizadas as alíneas anteriores.

Caso D_1 conduza (diretamente polarizado):

$$\begin{cases} i = \frac{-v_{in} + V_1 - V_d}{R_1 + R_d + R_2} \\ v_{out} = -(R_2 + R_d) \times i - V_d + V_1 \end{cases} \Rightarrow v_{out} = -(R_2 + R_d) \times \left(\frac{-v_{in} + V_1 - V_d}{R_1 + R_d + R_2} \right) - V_d + V_1$$

Caso D_1 conduza (inversamente polarizado):

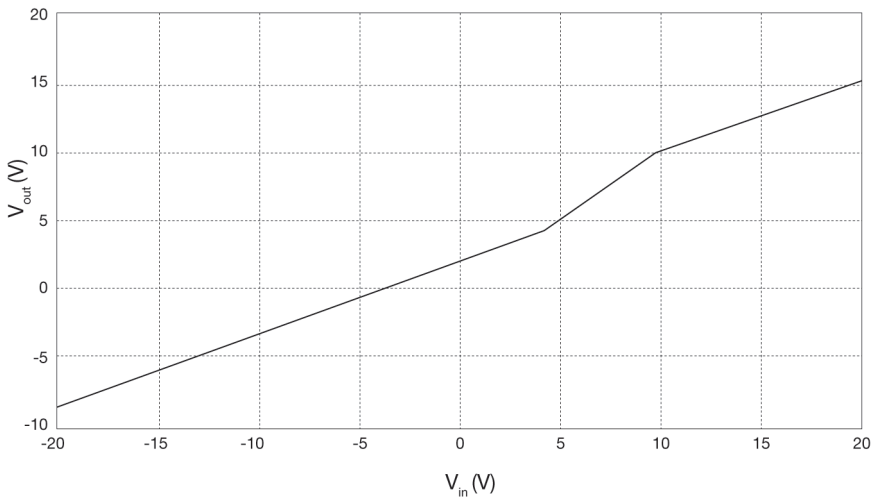
$$\begin{cases} i = \frac{v_{in} - V_1 - V_Z}{R_1 + R_Z + R_2} \\ v_{out} = (R_2 + R_Z) \times i + V_Z + V_1 \end{cases} \Rightarrow v_{out} = (R_2 + R_Z) \times \left(\frac{v_{in} - V_1 - V_Z}{R_1 + R_Z + R_2} \right) + V_Z + V_1$$

Se D_1 não conduz, então:

$$v_{out} = v_{in}$$

Em síntese:

$$v_{out} = \begin{cases} (R_2 + R_d) \times \left(\frac{v_{in} - V_1 + V_d}{R_1 + R_d + R_2} \right) - V_d + V_1, & \text{se } v_{in} < V_1 - V_d \\ (R_2 + R_Z) \times \left(\frac{v_{in} - V_1 - V_Z}{R_1 + R_Z + R_2} \right) + V_Z + V_1, & \text{se } v_{in} > V_1 + V_Z \\ v_{in}, & \text{se } V_1 - V_d \leq v_{in} \leq V_1 + V_Z \end{cases}$$



- c) Como a frequência do sinal de entrada é igual à frequência do sinal de saída e o período é igual ao inverso da frequência, o período de ambos os sinais é de 0.02 s. Para auxiliar o desenho da figura seguinte, é conveniente calcular alguns pontos referentes à tensão de saída, tais como:

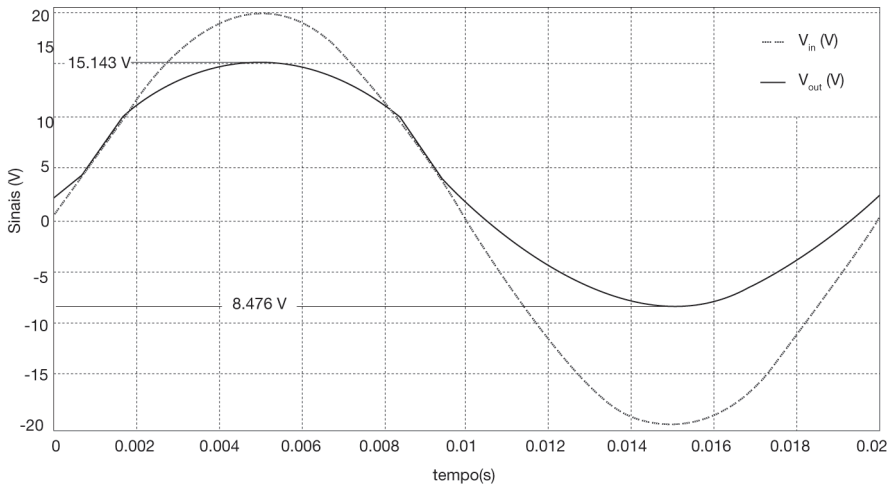
$$\max(v_{out}) = (R_2 + R_z) \times \left(\frac{\max(v_{in}) - V_1 - V_z}{R_1 + R_z + R_2} \right) + V_z + V_1 = 15.143 \text{ V}$$

$$\min(v_{out}) = (R_2 + R_d) \times \left(\frac{\min(v_{in}) - V_1 + V_d}{R_1 + R_d + R_2} \right) - V_d + V_1 = -8.476 \text{ V}$$

Pontos de intersecção:

$$\text{se } v_{in} = (V_1 - V_d) \Rightarrow v_{out} = V_1 - V_d \Rightarrow X_1 \rightarrow (+4.2 \text{ V}, +4.2 \text{ V})$$

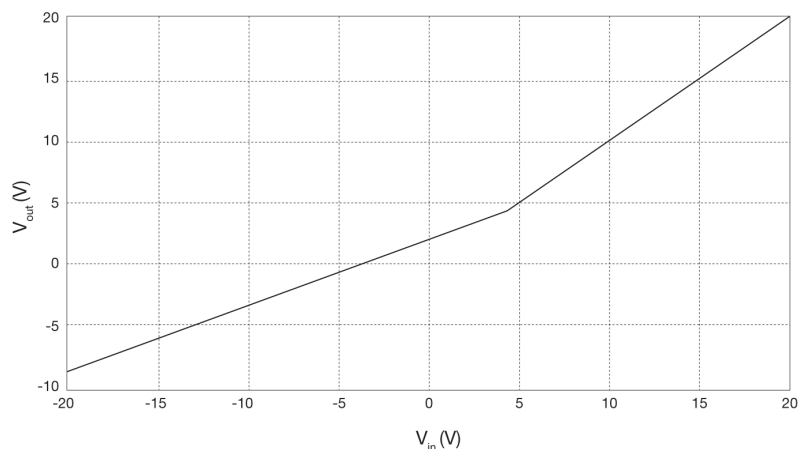
$$\text{se } v_{in} = (V_1 + V_z) \Rightarrow v_{out} = V_1 + V_z \Rightarrow X_2 \rightarrow (+9.8 \text{ V}, +9.8 \text{ V})$$



- d) Se o díodo D_1 for substituído por um díodo convencional o díodo apenas conduz diretamente polarizado, logo a função transferência seria simplificada:

$$v_{out} = \begin{cases} (R_2 + R_d) \times \left(\frac{v_{in} - V_1 + V_d}{R_1 + R_d + R_2} \right) - V_d + V_1, & \text{se } v_{in} < V_1 - V_d \\ v_{in}, & \text{se } v_{in} \geq V_1 - V_d \end{cases}$$

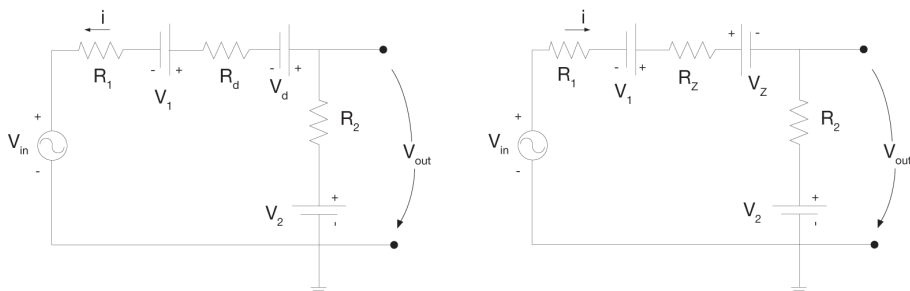
A figura seguinte representa a função transferência do novo circuito:



Exercício 3

- a) O diodo D_1 é um diodo Zener, logo pode conduzir diretamente polarizado se $V_{diodo1} > V_d$, ou inversamente polarizado se $V_{diodo1} < -V_Z$.

A figura seguinte mostra o circuito equivalente, caso o diodo D_1 esteja diretamente polarizado (figura da esquerda) ou inversamente polarizado (figura da direita):



No caso D_1 estar diretamente polarizado, é possível escrever:

$$R_1 \times i + v_{in} - V_2 + R_2 \times i + V_d + R_d \times i + V_1 = 0 \Rightarrow i = \frac{-v_{in} + V_2 - V_d - V_1}{R_1 + R_d + R_2}$$

Para o diodo conduzir (diretamente polarizado):

$$i > 0 \Rightarrow \frac{-v_{in} + V_2 - V_d - V_1}{R_1 + R_d + R_2} > 0 \Rightarrow -v_{in} + V_2 - V_d - V_1 > 0 \Rightarrow v_{in} < V_2 - V_d - V_1$$

No caso D_1 estar inversamente polarizado, é possível escrever:

$$R_1 \times i - V_1 + R_Z \times i + V_Z + R_2 \times i + V_2 - v_{in} = 0 \Rightarrow i = \frac{v_{in} - V_2 - V_Z + V_1}{R_1 + R_Z + R_2}$$

Para o diodo conduzir (inversamente polarizado):

$$i > 0 \Rightarrow \frac{v_{in} - V_2 - V_Z + V_1}{R_1 + R_Z + R_2} > 0 \Rightarrow v_{in} - V_2 - V_Z + V_1 > 0 \Rightarrow v_{in} > V_2 + V_Z - V_1$$

b) Para obter a função transferência do circuito é necessário representar v_{out} em função de v_{in} e para tal serão utilizadas as alíneas anteriores.

Caso D_1 conduza (diretamente polarizado):

$$\begin{cases} i = \frac{-v_{in} + V_2 - V_d - V_1}{R_1 + R_d + R_2} \Rightarrow v_{out} = V_2 - \left(\frac{-v_{in} + V_2 - V_d - V_1}{R_1 + R_d + R_2} \right) \times R_2 \\ v_{out} = V_2 - i \times R_2 \end{cases}$$

$$v_{out} = V_2 + \left(\frac{R_2}{R_1 + R_d + R_2} \right) \times (v_{in} + V_d + V_1 - V_2), \quad \text{se } v_{in} < V_2 - V_d - V_1$$

Caso D_1 conduza (inversamente polarizado):

$$\begin{cases} i = \frac{v_{in} - V_2 - V_Z + V_1}{R_1 + R_Z + R_2} \Rightarrow v_{out} = V_2 + \left(\frac{v_{in} - V_2 - V_Z + V_1}{R_1 + R_Z + R_2} \right) \times R_2 \\ v_{out} = V_2 + i \times R_2 \end{cases}$$

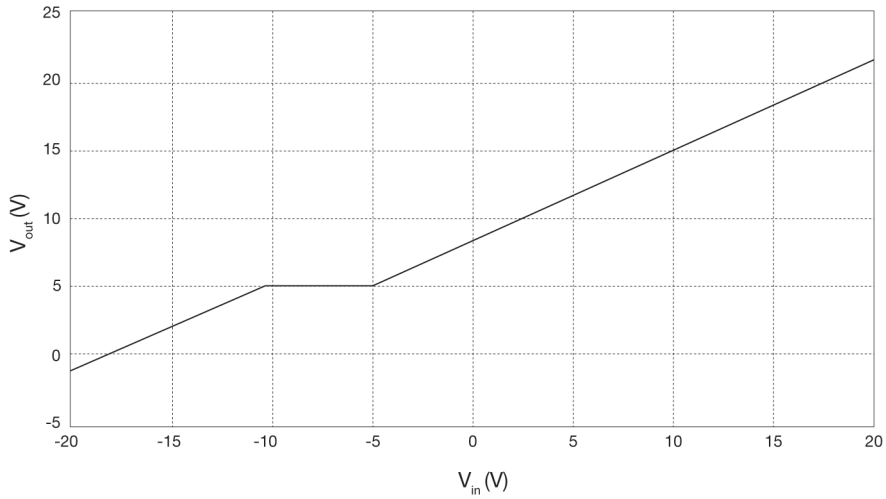
$$v_{out} = V_2 + \left(\frac{R_2}{R_1 + R_Z + R_2} \right) \times (v_{in} + V_1 - V_2 - V_Z), \quad \text{se } v_{in} > V_2 + V_Z - V_1$$

Se D_1 não conduz:

$$v_{out} = V_2, \quad \text{se } V_2 - V_d - V_1 < v_{in} < V_2 + V_Z - V_1$$

Em síntese:

$$v_{out} = \begin{cases} 5 + 0.645 \times (v_{in} + 10.8), & \text{se } v_{in} < -10.8 \\ 5 + 0.645 \times (v_{in} + 5.2), & \text{se } v_{in} > -5.2 \\ 5, & \text{se } -10.8 \leq v_{in} \leq -5.2 \end{cases}$$



- c) A frequência do sinal de entrada e saída é de 50 Hz, logo o período é igual a 0.02 s. Para auxiliar o desenho da figura seguinte, é conveniente calcular alguns pontos referentes à tensão de saída, tais como:

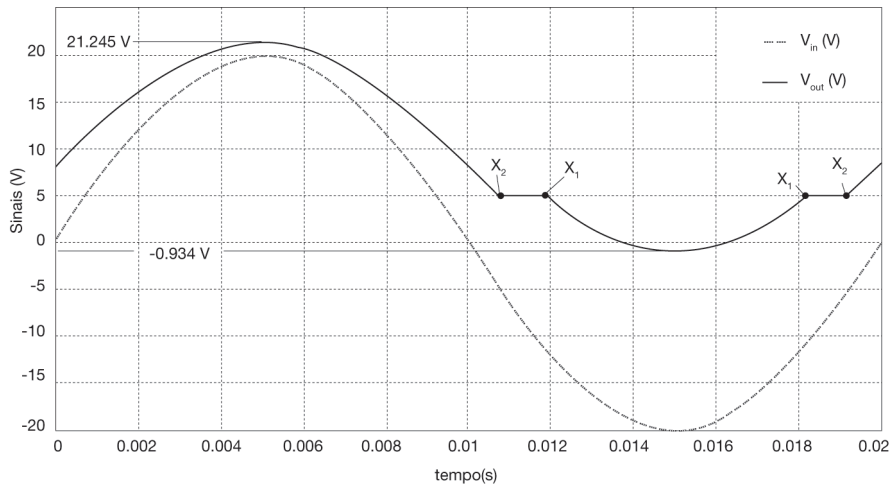
$$\max(v_{out}) = 5 + 0.645 \times (20 + 5.2) = 21.254V$$

$$\min(v_{out}) = 5 + 0.645 \times (-20 + 10.8) = -0.934V$$

Pontos de intersecção:

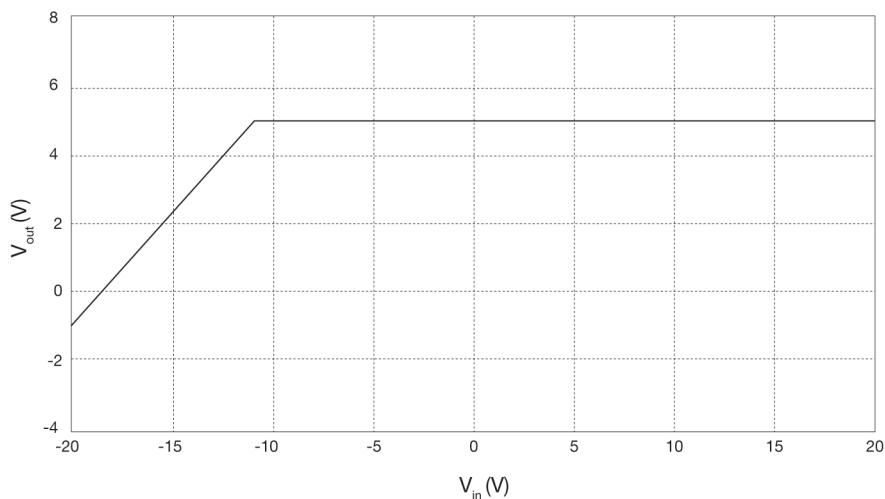
$$\text{se } v_{in} = -10.8V \Rightarrow v_{out} = 5 \Rightarrow X_1 \rightarrow (-10.8V, +5V)$$

$$\text{se } v_{in} = -5.2V \Rightarrow v_{out} = 5 \Rightarrow X_2 \rightarrow (-5.2V, +5V)$$



- d) Ao substituir o diodo *Zener* por um diodo convencional, o diodo passa apenas a conduzir diretamente polarizado, logo:

$$v_{out} = \begin{cases} 5 + 0.645 \times (v_{in} + 10.8), & \text{se } v_{in} < -10.8 \text{ V} \\ 5, & \text{se } v_{in} > -10.8 \text{ V} \end{cases}$$



Exercício 4

- a) Como a forma de onda de entrada é quadrada, apenas poderá assumir dois valores: +20 V ou -20 V. Como o diodo utilizado é um diodo *Zener* pode conduzir quer diretamente quer inversamente polarizado. Assim sendo, caso do diodo esteja diretamente polarizado e a conduzir:

$$V_{Diodo1} > V_d \Rightarrow V_2 - v_{out} > V_d \Rightarrow v_{out} < V_2 - V_d$$

No início da condução a corrente no diodo é nula, logo:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} v_{out} < V_2 - V_d \\ v_{out} = \frac{R_2}{R_2 + R_1} \times v_{in} \end{cases} \Rightarrow \frac{R_2}{R_2 + R_1} \times v_{in} < V_2 - V_d \Rightarrow v_{in} < \frac{(V_2 - V_d) \times (R_2 + R_1)}{R_2} \\ & \Rightarrow v_{in} < \frac{(2 - 0.8) \times (400 + 100)}{400} \Rightarrow v_{in} < 1.5 \text{ V} \end{aligned}$$

Se o diodo se encontra inversamente polarizado e a conduzir:

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{Diodo1} < -V_Z \Rightarrow -v_{out} + V_2 < -V_Z \Rightarrow v_{out} > V_2 + V_Z \\ v_{out} = \frac{R_2}{R_2 + R_1} \times v_{in} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{R_2}{R_2 + R_1} \times v_{in} > V_2 + V_Z$$

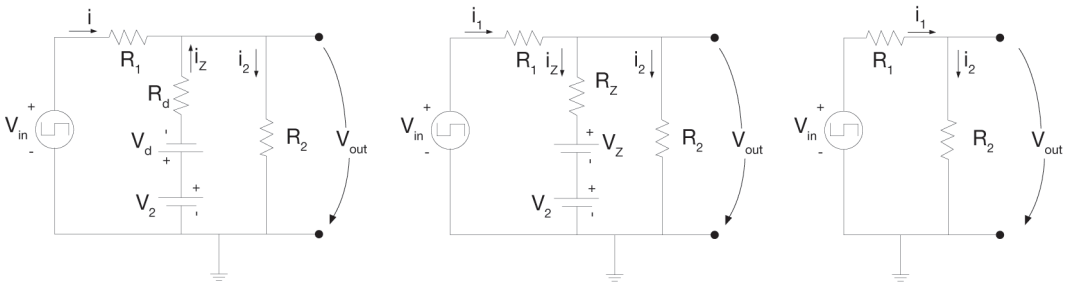
$$\Rightarrow v_{in} > \frac{(V_2 + V_Z) \times (R_2 + R_1)}{R_2} \Rightarrow v_{in} > \frac{(2 + 4.8) \times (400 + 100)}{400} \Rightarrow v_{in} > 8.5 \text{ V}$$

Se o diodo não conduz:

$$\frac{(V_2 - V_d) \times (R_2 + R_1)}{R_2} < v_{in} < \frac{(V_2 + V_Z) \times (R_2 + R_1)}{R_2} \Rightarrow 1.5 \text{ V} < v_{in} < 8.5 \text{ V}$$

Pode-se então concluir que o diodo se encontra sempre em condução. Caso $v_{in} = -20 \text{ V}$ o diodo encontra-se diretamente polarizado, no entanto, quando $v_{in} = 20 \text{ V}$ o diodo encontra-se inversamente polarizado.

- b)** Para calcular a função transferência é necessário antes de mais identificar os circuitos equivalentes para as três situações descritas na alínea anterior.



O circuito da esquerda representa o circuito equivalente quando o diodo se encontra a conduzir diretamente polarizado.

Recorrendo ao teorema da sobreposição e ao conceito de divisor de tensão é possível determinar a tensão de saída:

$$v_{out} = v_{in} \times \frac{(R_d // R_2)}{(R_d // R_2) + R_1} + (V_2 - V_d) \times \frac{(R_1 // R_2)}{(R_1 // R_2) + R_d}, \text{ se } v_{in} < \frac{(V_2 - V_d) \times (R_2 + R_1)}{R_2}$$

$$v_{out} = v_{in} \times \frac{\left(\frac{1}{50} + \frac{1}{400}\right)^{-1}}{\left(\frac{1}{50} + \frac{1}{400}\right)^{-1} + 100} + (2 - 0.8) \times \frac{\left(\frac{1}{100} + \frac{1}{400}\right)^{-1}}{\left(\frac{1}{100} + \frac{1}{400}\right)^{-1} + 50}$$

$$v_{out} \cong 0.3077 \times v_{in} + 0.7385$$

Como $v_{in} = -20\text{ V}$, então:

$$v_{out} \cong -5.4155\text{ V, se } v_{in} = -20\text{ V} (v_{in} < 1.5\text{ V})$$

O circuito do meio representa o circuito equivalente quando o diodo se encontra a conduzir inversamente polarizado.

Recorrendo novamente ao teorema da sobreposição e ao conceito de divisor de tensão é possível determinar a tensão de saída:

$$v_{out} = v_{in} \times \frac{(R_z // R_2)}{(R_z // R_2) + R_1} + (V_2 + V_Z) \times \frac{(R_1 // R_2)}{(R_1 // R_2) + R_z}, \text{ se } v_{in} > \frac{(V_2 + V_Z) \times (R_2 + R_1)}{R_2}$$

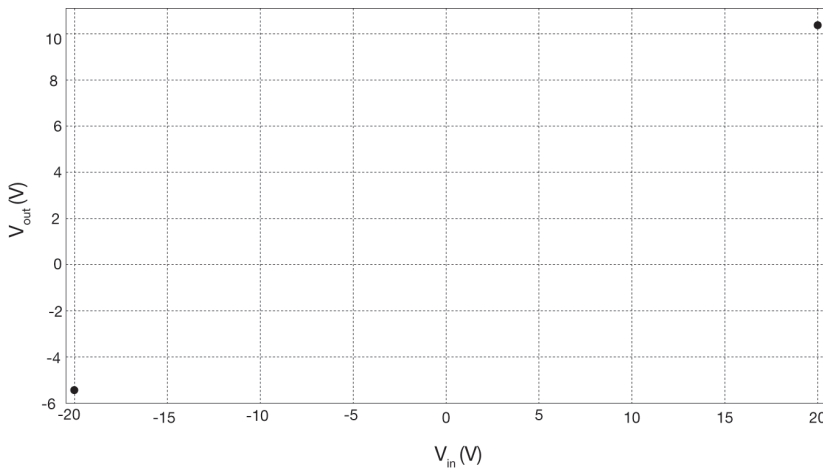
$$v_{out} = v_{in} \times \frac{\left(\frac{1}{50} + \frac{1}{400}\right)^{-1}}{\left(\frac{1}{50} + \frac{1}{400}\right)^{-1} + 100} + (2 + 4.8) \times \frac{\left(\frac{1}{100} + \frac{1}{400}\right)^{-1}}{\left(\frac{1}{100} + \frac{1}{400}\right)^{-1} + 50}$$

$$v_{out} \cong 0.3077 \times v_{in} + 4.1846$$

Como $v_{in} = 20\text{ V}$, então:

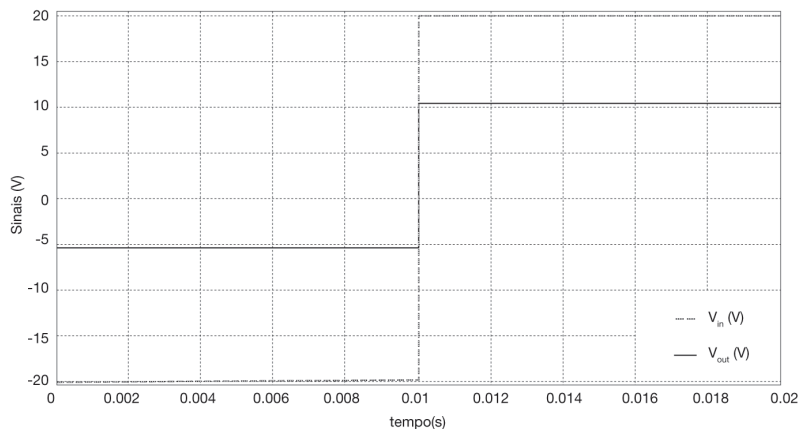
$$v_{out} \cong 10.3386\text{ V, se } v_{in} = 20\text{ V} (v_{in} > 8.5\text{ V})$$

O circuito da direita representa o circuito equivalente quando o diodo não conduz. Partindo do pressuposto que as transições do pulso negativo para positivo e vice-versa são instantâneas, então este estado não irá ocorrer. A figura seguinte representa a função transferência do circuito.



- c) A frequência do sinal de entrada e saída é de 50 Hz, logo o período é igual a 0.02 s. A tensão de saída pode ser representada pela função:

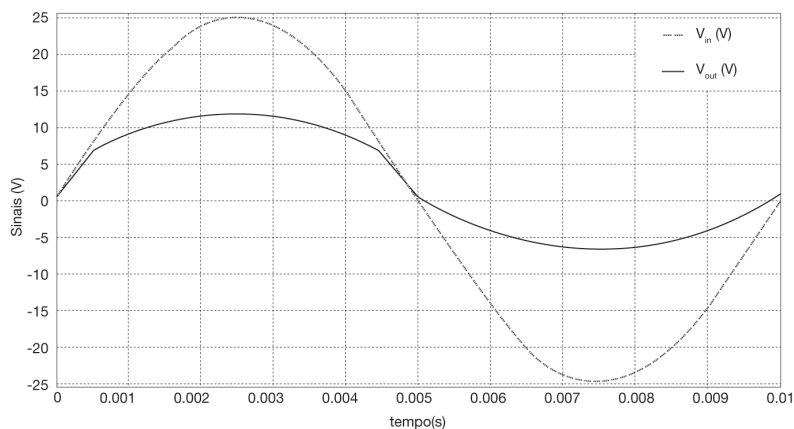
$$v_{out} \cong \begin{cases} 10.3386 \text{ V}, & \text{se } v_{in} = 20 \text{ V} \\ -5.4155 \text{ V}, & \text{se } v_{in} = -20 \text{ V} \end{cases}$$



- d) Ao substituir o sinal de entrada por uma onda sinusoidal de frequência de 100 Hz e amplitude 25 V, a tensão de saída é alterada. Neste caso iremos recorrer às equações e condições definidas na alínea a e b (teorema da sobreposição):

$$v_{out} = \begin{cases} 0.3077 \times v_{in} + 0.7385, & \text{se } v_{in} < 1.5 \text{ V} \\ 0.3077 \times v_{in} + 4.1846, & \text{se } v_{in} > 8.5 \text{ V} \\ 0.8 \times v_{in}, & \text{se } 1.5 \text{ V} < v_{in} < 8.5 \text{ V} \end{cases}$$

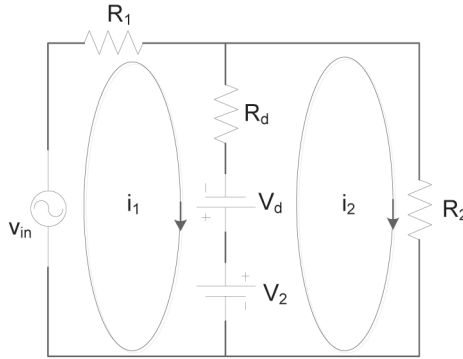
Como a frequência duplicou então o período cai para metade (0.01 s). A figura seguinte mostra as formas de onda de entrada v_{in} e saída v_{out} :



A função que permite representar a tensão de saída, v_{out} , pode ser obtida recorrendo ao teorema da sobreposição (alínea b).

$$v_{out} = \begin{cases} v_{in} \times \frac{(R_d // R_2)}{(R_d // R_2) + R_1} + (V_2 - V_d) \times \frac{(R_1 // R_2)}{(R_1 // R_2) + R_d}, & \text{se } v_{in} < \frac{(V_2 - V_d) \times (R_2 + R_1)}{R_2} \\ v_{in} \times \frac{(R_z // R_2)}{(R_z // R_2) + R_1} + (V_2 + V_z) \times \frac{(R_1 // R_2)}{(R_1 // R_2) + R_z}, & \text{se } v_{in} > \frac{(V_2 + V_z) \times (R_2 + R_1)}{R_2} \\ \frac{v_{in} \times R_2}{R_2 + R_1}, & \text{se } \frac{(V_2 - V_d) \times (R_2 + R_1)}{R_2} \leq v_{in} \leq \frac{(V_2 + V_z) \times (R_2 + R_1)}{R_2} \end{cases}$$

Poderia, no entanto, recorrer-se ao método das malhas para obter a mesma função. Assim, caso o díodo se encontre diretamente polarizado e a conduzir, o circuito equivalente poderia ser representado da seguinte forma:

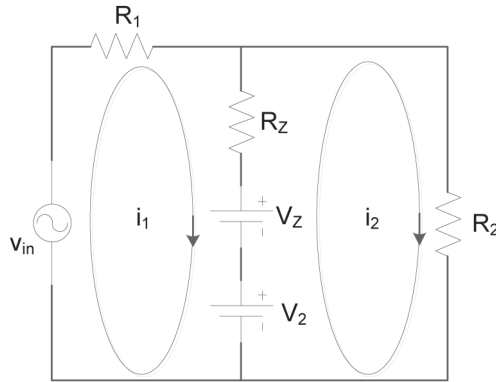


Usando a lei das malhas é possível obter as equações:

$$\begin{aligned} \begin{cases} -v_{in} + R_1 \times i_1 + R_d \times (i_1 - i_2) - V_d + V_2 = 0 \\ R_2 \times i_2 - V_2 + V_d + R_d \times (i_2 - i_1) = 0 \end{cases} & \Rightarrow \\ \begin{cases} (R_1 + R_d) \times i_1 - R_d \times i_2 = v_{in} + V_d - V_2 \\ -R_d \times i_1 + (R_d + R_2) \times i_2 = V_2 - V_d \end{cases} & \Rightarrow \\ \begin{cases} (R_1 + R_d) \times i_1 - R_d \times i_2 = v_{in} + V_d - V_2 \\ \frac{(R_1 + R_d)}{R_d} \times (-R_d \times i_1 + (R_d + R_2) \times i_2) = \frac{(R_1 + R_d)}{R_d} \times (V_2 - V_d) \end{cases} & \Rightarrow \\ \begin{cases} (R_1 + R_d) \times i_1 - R_d \times i_2 = v_{in} + V_d - V_2 \\ -(R_1 + R_d) \times i_1 + \frac{(R_d + R_2) \times (R_1 + R_d)}{R_d} \times i_2 = \frac{(V_2 - V_d) \times (R_1 + R_d)}{R_d} \end{cases} & \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -R_d \times i_2 + \frac{(R_d + R_2) \times (R_1 + R_d)}{R_d} \times i_2 &= \frac{(V_2 - V_d)(R_1 + R_d)}{R_d} + v_{in} + V_d - V_2 \Rightarrow \\
 \Rightarrow i_2 \times (-R_d^2 + R_d \times R_1 + R_d^2 + R_2 \times R_1 + R_d \times R_2) &= (V_2 - V_d) \times (R_1 + R_d) + (v_{in} + V_d - V_2) \times R_d \\
 \Rightarrow i_2 &= \frac{(V_2 - V_d) \times R_1 + v_{in} \times R_d}{(R_d \times R_1 + R_2 \times R_1 + R_d \times R_2)} \\
 \Rightarrow v_{out} = i_2 \times R_2 &= \frac{(V_2 - V_d) \times R_1 + v_{in} \times R_d}{(R_d \times R_1 + R_2 \times R_1 + R_d \times R_2)} \times R_2, \text{ se } v_{in} < \frac{(V_2 - V_d) \times (R_2 + R_1)}{R_2}
 \end{aligned}$$

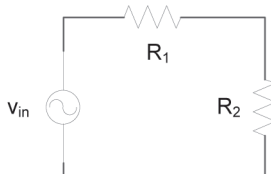
Caso o diodo se encontre inversamente polarizado e a conduzir o circuito equivalente pode ser representado da seguinte forma:



Usando a lei das malhas, é possível obter as equações:

$$\begin{aligned}
 \begin{cases} -v_{in} + R_1 \times i_1 + R_Z \times (i_1 - i_2) + V_Z + V_2 = 0 \\ R_2 \times i_2 - V_2 - V_Z + R_Z \times (i_2 - i_1) = 0 \end{cases} &\Rightarrow i_2 = \frac{(V_2 + V_Z) \times R_1 + v_{in} \times R_Z}{(R_2 \times R_1 + R_2 \times R_Z + R_Z \times R_1)} \\
 \Rightarrow v_{out} = i_2 \times R_2 &= \frac{(V_2 + V_Z) \times R_1 + v_{in} \times R_Z}{(R_2 \times R_1 + R_2 \times R_Z + R_Z \times R_1)} \times R_2, \text{ se } v_{in} > \frac{(V_2 + V_Z) \times (R_2 + R_1)}{R_2}
 \end{aligned}$$

Caso o diodo não conduza o circuito equivalente pode ser representado da seguinte forma:



Logo, utilizando a fórmula do divisor de tensão, é possível escrever:

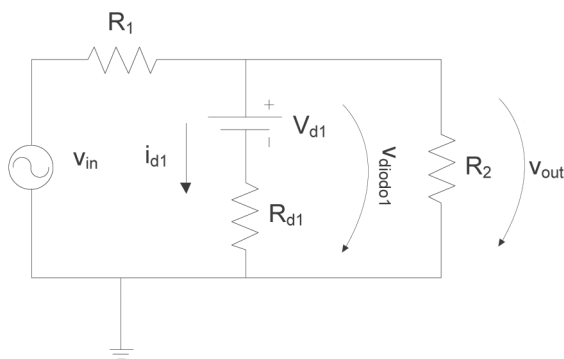
$$v_{out} = \frac{v_{in} \times R_2}{R_1 + R_2}, \text{ se } \frac{(V_2 - V_d) \times (R_2 + R_1)}{R_2} < v_{in} < \frac{(V_2 + V_Z) \times (R_2 + R_1)}{R_2}$$

Em síntese:

$$v_{out} = \begin{cases} \frac{(V_2 - V_d) \times R_1 + v_{in} \times R_d}{(R_d \times R_1 + R_2 \times R_1 + R_d \times R_2)} \times R_2, & \text{se } v_{in} < \frac{(V_2 - V_d) \times (R_2 + R_1)}{R_2} \\ \frac{(V_2 + V_Z) \times R_1 + v_{in} \times R_Z}{(R_2 \times R_1 + R_2 \times R_Z + R_Z \times R_1)} \times R_2, & \text{se } v_{in} > \frac{(V_2 + V_Z) \times (R_2 + R_1)}{R_2} \\ \frac{v_{in} \times R_2}{R_1 + R_2}, & \text{se } \frac{(V_2 - V_d) \times (R_2 + R_1)}{R_2} \leq v_{in} \leq \frac{(V_2 + V_Z) \times (R_2 + R_1)}{R_2} \end{cases}$$

Exercício 5

- a) Para que o circuito funcione corretamente os díodos não poderão conduzir em simultâneo. Logo, se D_1 conduz, D_2 não poderá conduzir. O circuito equivalente correspondente à condução de D_1 pode ser representado da seguinte forma:



Da análise do circuito anterior é possível concluir que:

$$v_{diodo1} = v_{out}$$

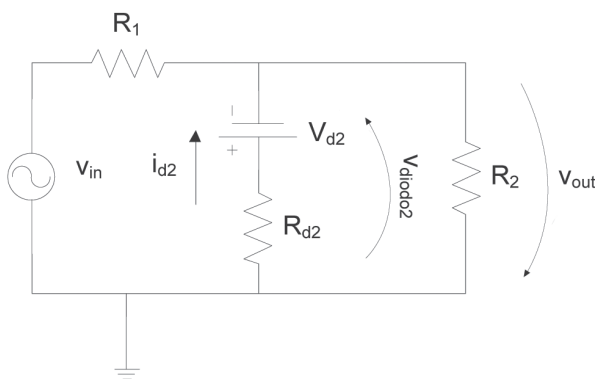
Por outro lado, quando o díodo inicia a condução a corrente é aproximadamente nula, logo, nesse instante:

$$v_{out} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \times v_{in}$$

Logo,

$$\begin{cases} v_{out} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \times v_{in} \\ v_{diodo1} > V_{d1} \Rightarrow v_{out} > V_{d1} \end{cases} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1 + R_2} \times v_{in} > V_{d1} \Rightarrow v_{in} > \frac{(R_1 + R_2) \times V_{d1}}{R_2}$$

b) Se apenas D_2 conduz, então o circuito equivalente pode ser representado da seguinte forma:



Da análise do circuito anterior é possível concluir que:

$$v_{diodo2} = -v_{out}$$

Por outro lado, quando o díodo inicia a condução, a corrente é aproximadamente nula, logo, nesse instante:

$$v_{out} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \times v_{in}$$

Assim pode-se obter a condição:

$$\begin{cases} v_{out} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \times v_{in} \\ v_{diodo2} > V_{d2} \Rightarrow v_{out} < -V_{d2} \end{cases} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1 + R_2} \times v_{in} < -V_{d2} \Rightarrow v_{in} < -\frac{(R_1 + R_2) \times V_{d2}}{R_2}$$

c) Para obter a função transferência do circuito é necessário analisar individualmente três situações:

- Apenas D_1 conduz;
- Apenas D_2 conduz;
- Nenhum díodo conduz.

Se D_1 conduz, e analisando o circuito equivalente representado na alínea a , é possível obter a função que descreve a tensão v_{out} recorrendo ao teorema da sobreposição:

$$v_{out} = v_{in} \times \frac{R_{d1} // R_2}{R_{d1} // R_2 + R_1} + V_{d1} \times \frac{R_2 // R_1}{R_2 // R_1 + R_{d1}}$$

Se D_2 conduz, e analisando o circuito equivalente representado na alínea b , é possível obter a função que descreve a tensão v_{out} recorrendo ao teorema da sobreposição:

$$v_{out} = v_{in} \times \frac{R_{d2} // R_2}{R_{d2} // R_2 + R_1} - V_{d2} \times \frac{R_2 // R_1}{R_2 // R_1 + R_{d2}}$$

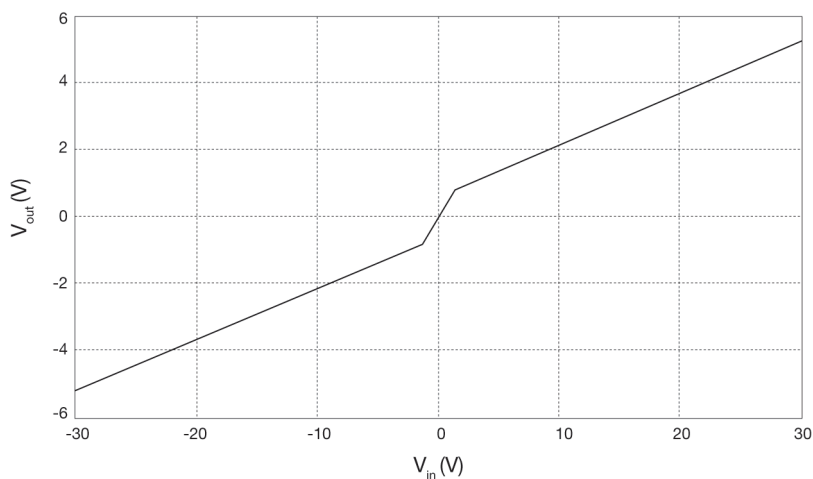
Se nenhum diodo conduz, ficamos na presença de um divisor de tensão (V_{in} , R_1 e R_2), então:

$$v_{out} = v_{in} \times \frac{R_2}{R_2 + R_1}$$

Logo:

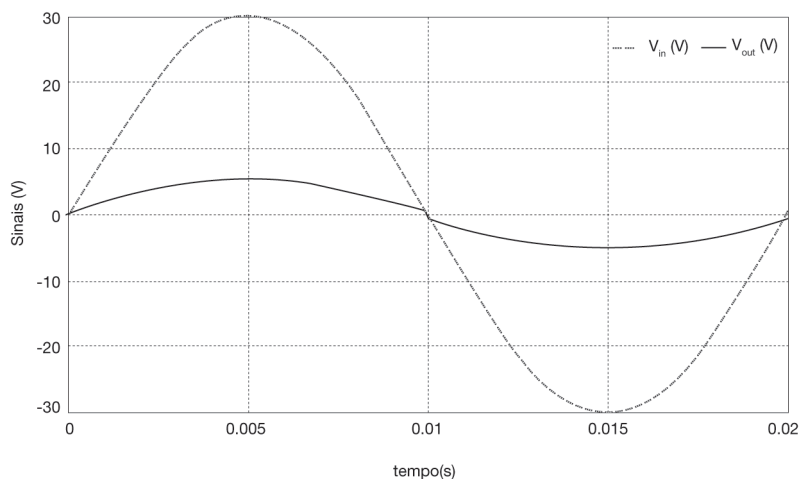
$$v_{out} = \begin{cases} v_{in} \times \frac{R_{d1} // R_2}{R_{d1} // R_2 + R_1} + V_{d1} \times \frac{R_2 // R_1}{R_2 // R_1 + R_{d1}}, & \text{se } v_{in} > \frac{(R_1 + R_2) \times V_{d1}}{R_2} \\ v_{in} \times \frac{R_{d2} // R_2}{R_{d2} // R_2 + R_1} - V_{d2} \times \frac{R_2 // R_1}{R_2 // R_1 + R_{d2}}, & \text{se } v_{in} < -\frac{(R_1 + R_2) \times V_{d2}}{R_2} \\ v_{in} \times \frac{R_2}{R_2 + R_1}, & \text{se } -\frac{(R_1 + R_2) \times V_{d2}}{R_2} < v_{in} < \frac{(R_1 + R_2) \times V_{d1}}{R_2} \end{cases}$$

A figura seguinte representa a função transferência do circuito:

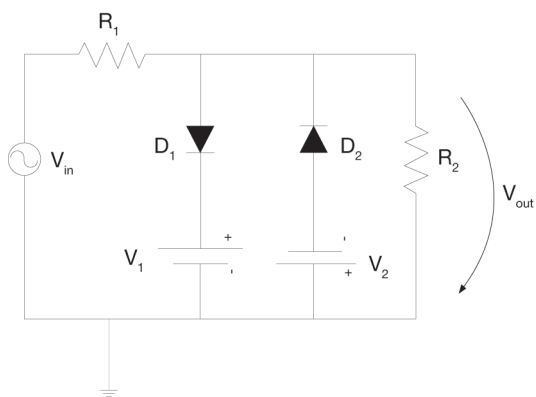




d) A figura seguinte representa a evolução temporal de v_{in} e v_{out} ao longo de um período.



e) Para que o circuito limite a tensão de saída entre -10 V e 10 V, é necessário introduzir uma fonte de tensão em cada um dos ramos dos díodos, como é proposto no circuito seguinte:



Se D_1 conduz, então:

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{diodo1} > V_{d1} \\ v_{out} = V_1 + v_{diodo1} \Rightarrow v_{diodo1} = v_{out} - V_1 \\ v_{out} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \times v_{in} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{R_2}{R_1 + R_2} \times v_{in} - V_1 > V_{d1}$$

$$\Rightarrow v_{in} > (R_1 + R_2) \times \left(\frac{V_{d1} + V_1}{R_2} \right)$$

e:

$$v_{out} = v_{in} \times \frac{R_{d1} // R_2}{R_{d1} // R_2 + R_1} + (V_{d1} + V_1) \times \frac{R_2 // R_1}{R_2 // R_1 + R_{d1}}$$

Como o valor máximo de v_{out} é de 10 V, então:

$$\max(v_{out}) = \max(v_{in}) \times \frac{R_{d1} // R_2}{R_{d1} // R_2 + R_1} + (V_{d1} + V_1) \times \frac{R_2 // R_1}{R_2 // R_1 + R_{d1}} = 10 \text{ V} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 30 \times \frac{90.(90)}{90.(90) + 500} + (0.8 + V_1) \times \frac{333.(3)}{333.(3) + 100} = 10 \Rightarrow V_1 \cong 6.2 \text{ V}$$

em que D_1 conduz quando: $V_{in} > 10.5 \text{ V}$.

Se D_2 conduz então:

$$\begin{cases} v_{diodo2} > V_{d2} \\ v_{out} = -V_2 - v_{diodo2} \Rightarrow v_{diodo2} = -v_{out} - V_2 \\ v_{out} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \times v_{in} \end{cases} \Rightarrow -\frac{R_2}{R_1 + R_2} \times v_{in} - V_2 > V_{d2}$$

$$\Rightarrow v_{in} < -(R_1 + R_2) \times \left(\frac{V_{d2} + V_2}{R_2} \right)$$

e:

$$v_{out} = v_{in} \times \frac{R_{d2} // R_2}{R_{d2} // R_2 + R_1} - (V_{d2} + V_2) \times \frac{R_2 // R_1}{R_2 // R_1 + R_{d2}}$$

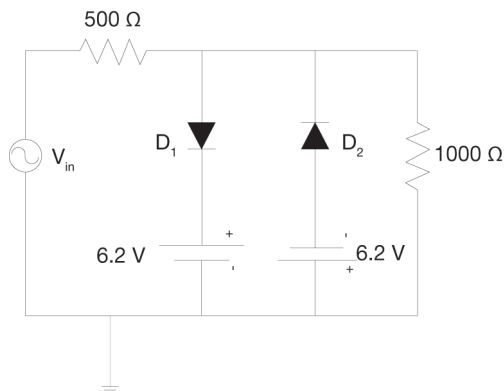
Como o valor mínimo de v_{out} é de -10 V, então:

$$\min(v_{out}) = \min(v_{in}) \times \frac{R_{d2} // R_2}{R_{d2} // R_2 + R_1} - (V_{d2} + V_2) \times \frac{R_2 // R_1}{R_2 // R_1 + R_{d2}} = -10 \text{ V} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -30 \times \frac{90.(90)}{90.(90) + 500} - (0.8 + V_2) \times \frac{333.(3)}{333.(3) + 100} = -10 \Rightarrow V_2 \cong 6.2 \text{ V}$$

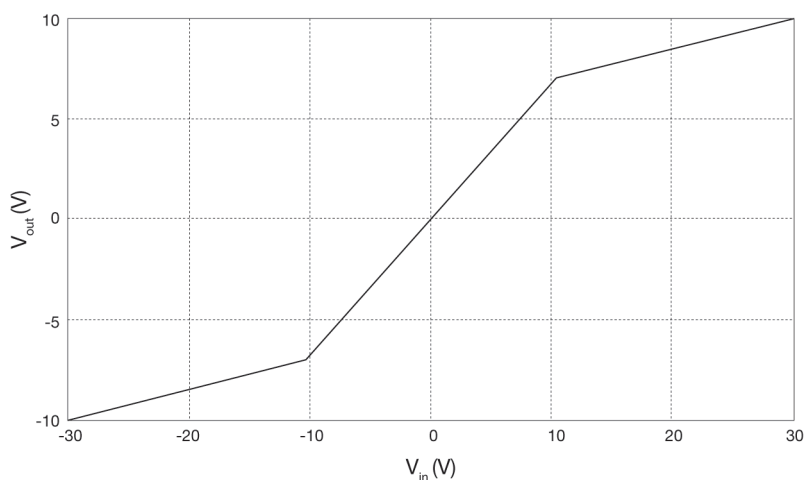
em que D_2 conduz quando: $V_{in} < -10.5 \text{ V}$.

Logo, a solução proposta seria:



f) A função transferência do circuito anterior pode ser representada pela função e figura seguintes:

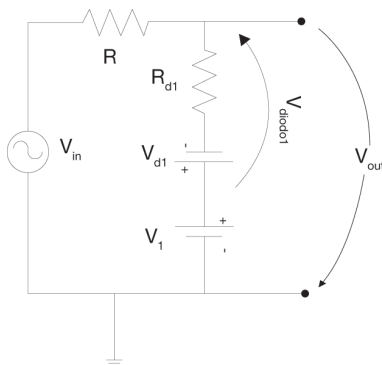
$$v_{out} = \begin{cases} v_{in} \times \frac{R_{d1} // R_2}{R_{d1} // R_2 + R_1} + (V_{d1} + V_1) \times \frac{R_2 // R_1}{R_2 // R_1 + R_{d1}}, & \text{se } v_{in} > (R_1 + R_2) \times \left(\frac{V_{d1} + V_1}{R_2} \right) \\ v_{in} \times \frac{R_{d2} // R_2}{R_{d2} // R_2 + R_1} - (V_{d2} + V_2) \times \frac{R_2 // R_1}{R_2 // R_1 + R_{d2}}, & \text{se } v_{in} < -(R_1 + R_2) \times \left(\frac{V_{d2} + V_2}{R_2} \right) \\ \frac{v_{in} \times R_2}{R_2 + R_1}, & \text{se } -(R_1 + R_2) \times \left(\frac{V_{d2} + V_2}{R_2} \right) \leq v_{in} \leq (R_1 + R_2) \times \left(\frac{V_{d1} + V_1}{R_2} \right) \end{cases}$$



Exercício 6

Importa antes de mais verificar se ambos os díodos conduzem em simultâneo. Assim, parte-se do pressuposto que os díodos não conduzem em simultâneo. Nesse caso, quando D_1 conduz, D_2 não conduz, e vice-versa.

Assim, caso D_1 conduza, o circuito equivalente pode ser representado da seguinte forma:

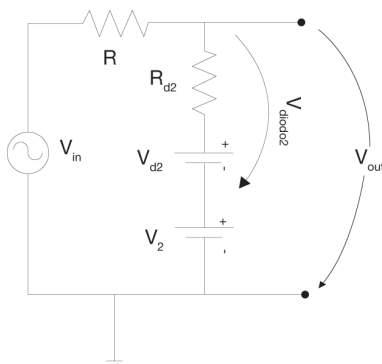


Logo,

$$\begin{cases} v_{\text{diodo1}} > V_{d1} \\ v_{\text{out}} = V_1 - V_{\text{diodo1}} \\ v_{\text{out}} = v_{\text{in}} \text{ (se díodos não conduzem)} \end{cases} \Rightarrow V_{\text{diodo1}} = V_1 - v_{\text{out}} \Rightarrow V_{\text{diodo1}} = V_1 - v_{\text{in}} > V_{d1}$$

$$\Rightarrow v_{\text{in}} < (V_1 - V_{d1}) \Rightarrow v_{\text{in}} < 14.2 \text{ V}$$

No caso de apenas D_2 conduzir o circuito equivalente será:



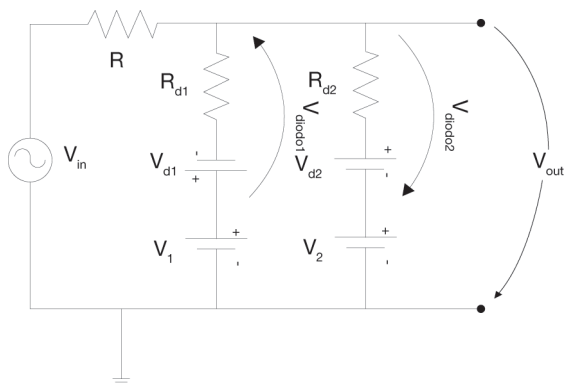
Logo,

$$\begin{cases} v_{\text{diodo2}} > V_{d2} \\ v_{\text{out}} = V_2 + V_{\text{diodo2}} \\ v_{\text{out}} = v_{\text{in}} \text{ (se díodos não conduzem)} \end{cases} \Rightarrow V_{\text{diodo2}} = -V_2 + v_{\text{out}}$$

$$\Rightarrow V_{\text{diodo2}} = v_{\text{in}} - V_2 > V_{d2} \Rightarrow v_{\text{in}} > (V_2 + V_{d2}) \Rightarrow v_{\text{in}} > 3.8 \text{ V}$$

Pode-se então concluir que ambos os díodos vão conduzir em simultâneo, pois as condições que determinam a sua condução interseitam-se.

Deste modo, deve-se começar por analisar o estado em que ambos os díodos conduzem, cujo circuito equivalente se apresenta de seguida:



Recorrendo ao teorema da sobreposição, é possível obter a tensão de saída:

$$\begin{aligned}
 v_{out} &= \frac{v_{in} \times (R_{d1} // R_{d2})}{(R_{d1} // R_{d2}) + R} + \frac{(V_1 - V_{d1}) \times (R // R_{d2})}{(R // R_{d2}) + R_{d1}} + \frac{(V_2 + V_{d2}) \times (R // R_{d1})}{(R // R_{d1}) + R_{d2}} \Rightarrow \\
 \Rightarrow v_{out} &= \frac{v_{in} \times (50 // 50)}{(50 // 50) + 100} + \frac{(15 - 0.8) \times (100 // 50)}{(100 // 50) + 50} + \frac{(3 + 0.8) \times (100 // 50)}{(100 // 50) + 50} \\
 \Rightarrow v_{out} &= \frac{v_{in} \times (50 // 50)}{(50 // 50) + 100} + \frac{(15 - 0.8) \times (100 // 50)}{(100 // 50) + 50} + \frac{(3 + 0.8) \times (100 // 50)}{(100 // 50) + 50} \\
 \Rightarrow v_{out} &= 0.2 \times v_{in} + 7.2
 \end{aligned}$$

Assim, recorrendo à equação anterior, é possível verificar quando é que D_1 conduz:

$$\begin{cases} v_{diodo1} > V_{d1} \\ v_{out} = V_1 - V_{diodo1} \Rightarrow V_{diodo1} = V_1 - v_{out} \Rightarrow V_{diodo1} = V_1 - (0.2 \times v_{in} + 7.2) > V_{d1} \\ v_{out} = 0.2 \times v_{in} + 7.2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_{in} < \frac{(V_1 - V_{d1} - 7.2)}{0.2} = 35 \text{ V}$$

A condição indica que o díodo D_1 se encontra sempre em condução visto que a amplitude do sinal de entrada está limitada a 30 V.

Analisaremos em seguida quando é que D_2 poderá conduzir:

$$\begin{cases} v_{\text{diodo2}} > V_{d2} \\ v_{\text{out}} = V_2 + V_{\text{diodo2}} \Rightarrow V_{\text{diodo2}} = -V_2 + v_{\text{out}} \Rightarrow V_{\text{diodo2}} = 0.2 \times v_{\text{in}} + 7.2 - V_2 > V_{d2} \\ v_{\text{out}} = 0.2 \times v_{\text{in}} + 7.2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_{\text{in}} > \frac{(V_2 + V_{d2} - 7.2)}{0.2} \Rightarrow v_{\text{in}} > -17 \text{ V}$$

Pode-se então concluir que o circuito possui dois estados:

- Estado 1: em que $V_{\text{in}} > -17 \text{ V}$ e ambos os díodos conduzem. A tensão de saída pode ser representada pela função:

$$v_{\text{out}} = 0.2 \times v_{\text{in}} + 7.2$$

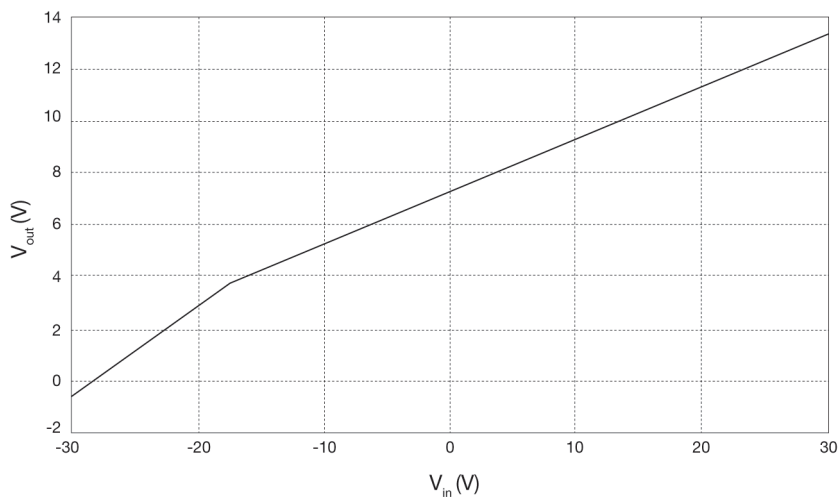
- Estados 2: em que: $V_{\text{in}} \leq -17 \text{ V}$ e apenas D_1 conduz. A tensão de saída pode ser representada pela função:

$$v_{\text{out}} = v_{\text{in}} \times R_{d1} / (R_{d1} + R) + (V_1 - V_{d1}) \times R / (R_{d1} + R)$$

Logo, a função transferência pode ser representada pela função:

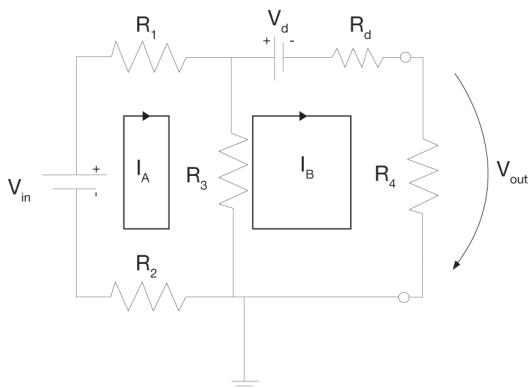
$$v_{\text{out}} = \begin{cases} v_{\text{in}} \times 0.3 + 9.4, & \text{se } v_{\text{in}} < -17 \text{ V} \\ 0.2 \times v_{\text{in}} + 7.2, & \text{se } v_{\text{in}} \geq -17 \text{ V} \end{cases}$$

Na figura seguinte é possível observar a representação gráfica da função transferência do circuito.



Exercício 7

- a) Num primeiro passo deve-se substituir a tensão de entrada por $v_{in}=1.4\text{ V}$. Obtém-se então o circuito da figura seguinte:



Recorrendo ao método das malhas é possível escrever as seguintes equações:

$$\begin{cases} -1.4 + R_T \times I_A + R_3 \times (I_A - I_B) = 0 \\ R_T = R_1 + R_2 \\ R_3 \times (I_B - I_A) + V_d + I_B \times (R_d + R_4) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_A \times (R_3 + R_T) + I_B \times (-R_3) = 1.4 \\ I_A \times (-R_3) + I_B \times (R_3 + R_d + R_4) = -V_d \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 2000 \times I_A - 1000 \times I_B = 1.4 \\ -1000 \times I_A + 1530 \times I_B = -0.7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2000 \times I_A - 1000 \times I_B = 1.4 \\ -2000 \times I_A + 3060 \times I_B = -1.4 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} 0 & + 2060 \times I_B = 0 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow I_B = 0 \Rightarrow V_{out} = 0\text{ V}$$

- b) Utilizando o sistema de equações da alínea anterior:

$$\begin{cases} 2000 \times i_A - 1000 \times i_B = v_{in} \\ -2000 \times i_A + 3060 \times i_B = -1.4 \end{cases}$$

$$0 \quad + 2060 \times i_B = v_{in} - 1.4 \Rightarrow i_B = \frac{v_{in} - 1.4}{2060}$$

Para que o díodo conduza é necessário que o sentido da corrente esteja correto ($i_B > 0$), logo:

$$i_B = \frac{v_{in} - 1.4}{2060} > 0 \Rightarrow v_{in} > 1.4$$

Neste caso, a tensão de saída é igual a:

$$v_{out} = R_4 \times i_B = R_4 \times \frac{v_{in} - 1.4}{2060} = 500 \times \frac{v_{in} - 1.4}{2060} \cong 0.243 \times (v_{in} - 1.4)$$

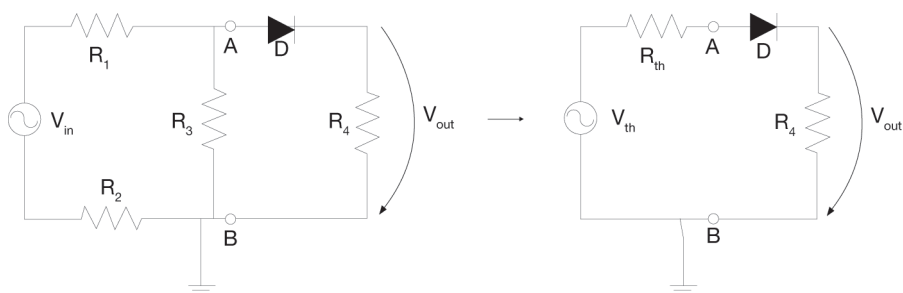
Caso o diodo não conduza, então a corrente à saída é nula, logo:

$$v_{out} = 0 \text{ V}$$

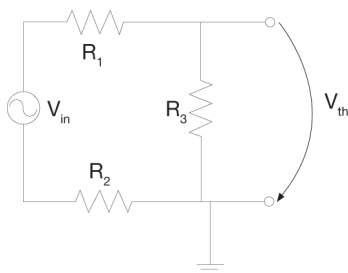
Podemos então representar a função transferência através da função:

$$v_{out} \cong \begin{cases} 0.243 \times (v_{in} - 1.4), & v_{in} > 1.4 \\ 0, & v_{in} \leq 1.4 \end{cases}$$

c) Utilizando o teorema de *Thevenin* é possível simplificar o circuito em análise.

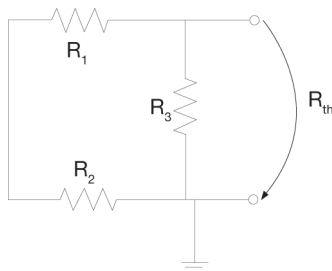


Em seguida, obtêm-se os parâmetros equivalentes relativos ao circuito simplificado (equivalente de *Thevenin*). No que diz respeito à tensão de *Thevenin*, pode-se utilizar o circuito seguinte para efetuar o cálculo.



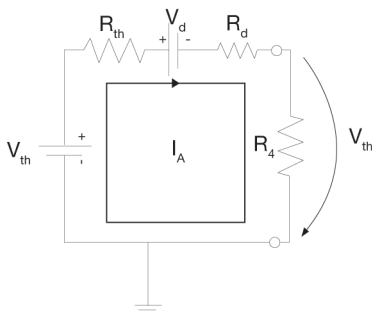
$$v_{th} = \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \times v_{in} = 0.5 \times v_{in} \text{ (Divisor de tensão)}$$

No que diz respeito à resistência de *Thevenin*, pode-se utilizar o circuito seguinte para efetuar o cálculo.



$$R_{th} = (R_1 + R_2) // R_3 = 0.5 \text{ k}\Omega$$

Deste modo, pode-se representar o circuito simplificado:



Através da análise da figura anterior é possível calcular a corrente no circuito:

$$-v_{th} + (R_{th} + R_d + R_4) \times I_A + V_d = 0 \Rightarrow I_A = \frac{v_{th} - V_d}{R_{th} + R_d + R_4}$$

Para que o díodo conduza:

$$I_A = \frac{v_{th} - V_d}{R_{th} + R_d + R_4} > 0 \Rightarrow v_{th} > V_d \Rightarrow \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \times v_{in} > V_d$$

$$\Rightarrow v_{in} > V_d \times \frac{(R_1 + R_2 + R_3)}{R_3} \Rightarrow v_{in} > 1.4 \text{ V}$$

Neste caso, a tensão de saída, v_{out} , pode ser obtida através da equação:

$$v_{out} = I_A \times R_4 = \frac{v_{th} - V_d}{R_{th} + R_d + R_4} \times R_4 = \frac{(0.5 \times v_{in} - V_d)}{R_{th} + R_d + R_4} \times R_4 = \frac{(0.5 \times v_{in} - 0.7)}{500 + 30 + 500} \times 500 \Rightarrow$$

$$v_{out} = 0.4854 \times (0.5 \times v_{in} - 0.7) \Rightarrow v_{out} = \frac{0.4854}{2} \times (v_{in} - 1.4) \cong 0.243 \times (v_{in} - 1.4)$$

Se o diodo não conduzir, então a corrente à saída será nula, logo:

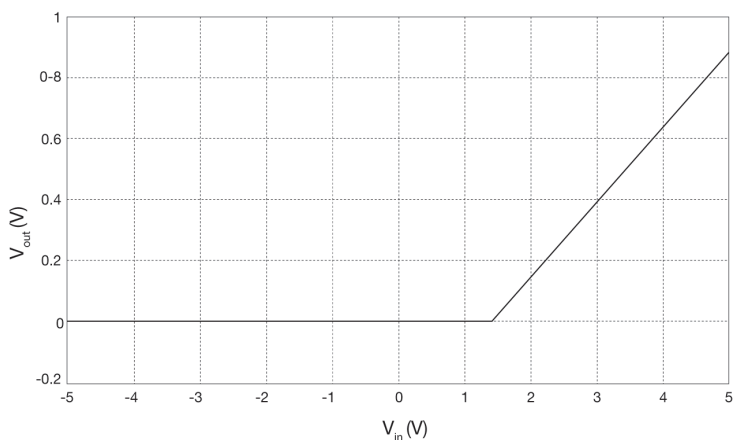
$$v_{out} = 0 \text{ V}$$

Podemos então representar a função transferência através da função:

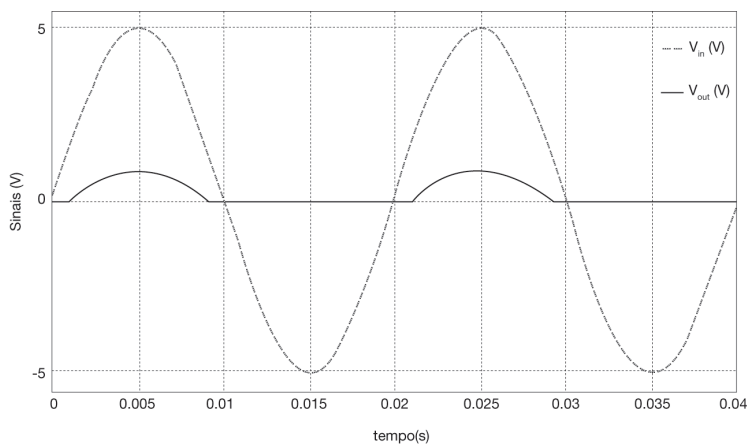
$$v_{out} \cong \begin{cases} 0.243 \times (v_{in} - 1.4), & v_{in} > 1.4 \\ 0, & v_{in} \leq 1.4 \end{cases}$$

Como era de esperar as funções obtidas na alínea b e c são iguais.

d) A figura seguinte apresenta a função transferência do circuito.

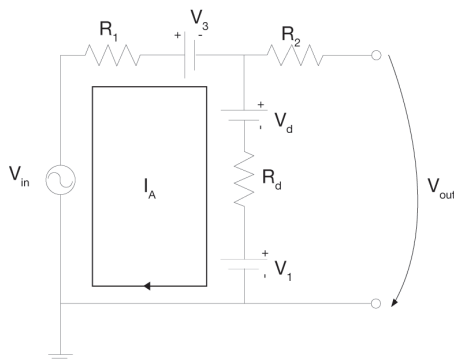


e) A figura seguinte representa a evolução temporal dos sinais v_{in} e v_{out}



Exercício 8

- a) Partindo do pressuposto que apenas o díodo D_1 conduz, então é possível desenhar o seguinte circuito equivalente relativo a este estado.



Através da análise do circuito anterior é possível escrever a equação:

$$-v_{in} + (R_1 + R_d) \times I_A + V_3 + V_d + V_1 = 0$$

A partir da qual se obtém a corrente i_A :

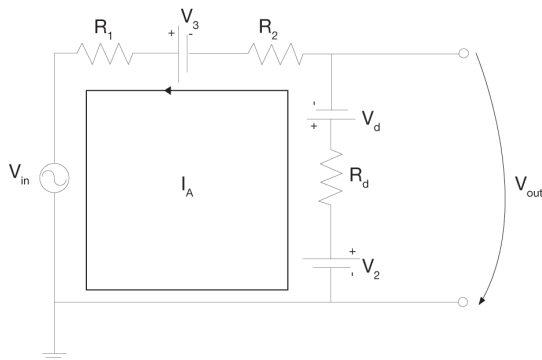
$$I_A = \frac{v_{in} - (V_3 + V_d + V_1)}{(R_1 + R_d)}$$

Para que o díodo D_1 conduza é necessário que:

$$I_A > 0 \Rightarrow \frac{v_{in} - (V_3 + V_d + V_1)}{(R_1 + R_d)} > 0 \Rightarrow v_{in} > (V_3 + V_d + V_1) \Rightarrow v_{in} > 15.7 \text{ V}$$

A condição anterior pressupõe que apenas o díodo D_1 conduz.

- b) Partindo do pressuposto que apenas o díodo D_2 conduz, então é possível desenhar o seguinte circuito equivalente relativo a este estado.



Através da análise do circuito anterior é possível escrever a equação:

$$v_{in} - V_2 + V_d - V_3 + (R_1 + R_2 + R_d) \times I_A = 0$$

A partir da qual se obtém a corrente i_A :

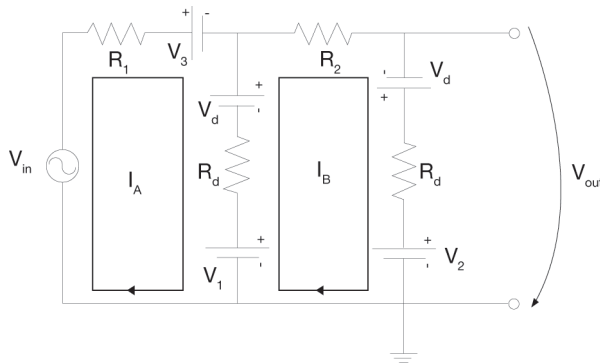
$$I_A = \frac{-v_{in} - V_d + V_2 + V_3}{(R_1 + R_2 + R_d)}$$

Para que o diodo D_2 conduza é necessário que:

$$I_A > 0 \Rightarrow \frac{-v_{in} - V_d + V_2 + V_3}{(R_1 + R_2 + R_d)} > 0 \Rightarrow -v_{in} > (-V_3 - V_2 + V_d) \Rightarrow v_{in} < 4.3 \text{ V}$$

A condição anterior pressupõe que apenas o diodo D_2 conduz.

- c) Partindo do pressuposto que ambos os diodos conduzem (D_1 e D_2 conduzem em simultâneo), então, o circuito equivalente referente a este estado pode ser representado de acordo com a figura seguinte:



Através da análise do circuito anterior é possível escrever as equações:

$$\begin{cases} -v_{in} + R_1 \times I_A + V_3 + V_d + V_1 + R_d \times (I_A - I_B) = 0 \\ R_2 \times I_B + R_d \times I_B - V_d + V_2 - V_1 + R_d \times (I_B - I_A) - V_d = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} I_A \times (R_1 + R_d) + I_B \times (-R_d) = v_{in} - V_3 - V_d - V_1 \\ I_A \times (-R_d) + I_B \times (R_2 + R_d + R_d) = V_d + V_1 - V_2 + V_d \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} I_A \times 1100 - I_B \times 100 = v_{in} - 15.7 \\ -I_A \times 100 + I_B \times 2200 = 11.4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{aligned} I_A &= \frac{\begin{vmatrix} (v_{in} - 15.7) & -100 \\ 11.4 & 2200 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1100 & -100 \\ -100 & 2200 \end{vmatrix}} = \frac{2200 \times (v_{in} - 15.7) + 1140}{2410000} = \frac{2200 \times v_{in} - 33400}{2410000} \\ I_B &= \frac{\begin{vmatrix} 1100 & (v_{in} - 15.7) \\ -100 & 11.4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1100 & -100 \\ -100 & 2200 \end{vmatrix}} = \frac{12540 + 100 \times (v_{in} - 15.7)}{2410000} = \frac{100 \times v_{in} + 10970}{2410000} \end{aligned} \right.$$

Para que D_1 conduza é necessário satisfazer a condição:

$$I_A - I_B > 0 \Rightarrow \frac{2200 \times v_{in} - 33400}{2410000} - \frac{100 \times v_{in} + 10970}{2410000} > 0 \Rightarrow v_{in} > 21.13 \text{ V}$$

Para que D_2 conduza é necessário satisfazer a condição:

$$I_B < 0 \Rightarrow \frac{100 \times v_{in} + 10970}{2410000} < 0 \Rightarrow v_{in} < -109.7 \text{ V}$$

Como as condições não se interseitam, pode-se concluir que os díodos não conduzem em simultâneo.

A mesma conclusão poderia ter sido obtida através da interpretação dos resultados obtidos nas alíneas a e b, visto que as condições que determinam a condução dos díodos D_1 e D_2 não se interseitam: $v_{in} < 4.3 \text{ V}$ e $v_{in} > 15.7 \text{ V}$

d) Utilizando os resultados obtidos nas alíneas a e b é possível escrever:

O díodo D_1 conduz se:

$$v_{in} > 15.7 \text{ V}$$

Neste estado a tensão de saída pode ser obtida através da equação:

$$v_{out} = V_d + V_1 + R_d \times \left(\frac{v_{in} - V_3 - V_d - V_1}{R_1 + R_d} \right) = 0.09(09) \times v_{in} + 4.27(27)$$

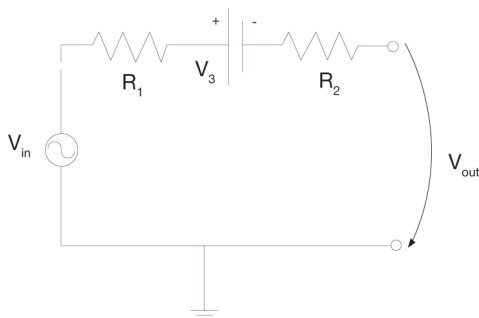
Já o díodo D_2 conduz se:

$$v_{in} < 4.3 \text{ V}$$

Neste estado a tensão de saída pode ser obtida através da equação:

$$v_{out} = -V_d + V_2 - R_d \times \left(\frac{-v_{in} - V_d + V_2 + V_3}{R_1 + R_2 + R_d} \right) \cong 0.03226 \times v_{in} - 5.84$$

No caso de nenhum dos díodos conduzir, obtém-se o seguinte circuito equivalente:



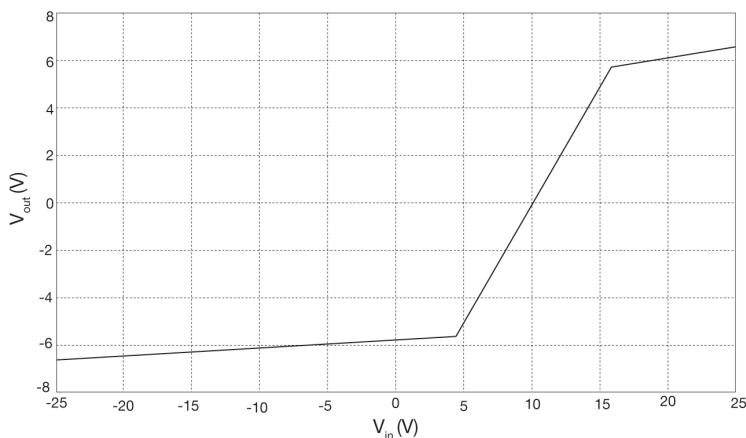
Através da análise do circuito anterior é possível escrever a equação:

$$\begin{cases} v_{out} - v_{in} + V_3 + (R_1 + R_2) \times I = 0 \\ I = 0 \end{cases} \Rightarrow v_{out} = v_{in} - V_3 \Rightarrow v_{out} = v_{in} - 10$$

Em síntese, pode-se obter a seguinte função que permite descrever a evolução da tensão de saída em função da tensão de entrada:

$$v_{out} = \begin{cases} 0.09(09) \times v_{in} + 4.27(27), & v_{in} > 15.7 \text{ V} \\ v_{in} - 10, & 4.3 \text{ V} \leq v_{in} \leq 15.7 \text{ V} \\ 0.03226 \times v_{in} - 5.84, & v_{in} < 4.3 \text{ V} \end{cases}$$

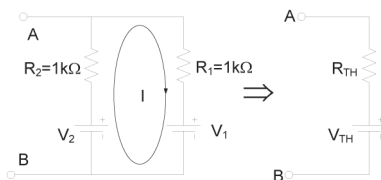
A figura seguinte apresenta a função transferência do circuito.



Exercício 9

Através da observação do circuito é possível concluir que este pode ser simplificado recorrendo ao teorema de *Thevenin*.

Desta forma, a malha que se encontra à direita dos díodos pode ser simplificada, sendo transformada num único ramo composto por uma fonte de tensão, V_{TH} , em série com uma resistência, R_{TH} .



Através da análise do circuito anterior, é possível escrever:

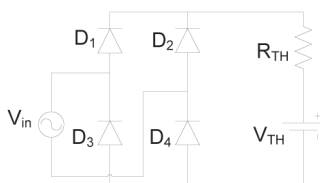
$$(R_2 + R_1) \times I + V_1 - V_2 = 0 \Rightarrow I = \frac{V_2 - V_1}{R_2 + R_1} = \frac{-50 - 100}{1\text{ k} + 1\text{ k}} = -75\text{ mA}$$

$$V_{TH} = V_{AB} = R_1 \times I + V_1 = 1\text{ k} \times (-75\text{ mA}) + 100 = -75 + 100 = 25\text{ V}$$

A resistência de *Thevenin* pode ser representada pelo paralelo entre as resistências R_1 e R_2 .

$$R_{th} = R_1 // R_2 = 1000 // 1000 = 500\ \Omega$$

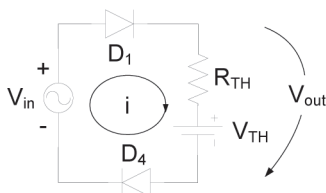
Finalmente, obtém-se o circuito simplificado:



Assim, quando a tensão de entrada é superior a 0 Volts a corrente sai do terminal superior da fonte primária (v_{in}). Pode-se, então, concluir que apenas D_1 e D_4 poderão conduzir, logo, o circuito equivalente será:

$$\begin{aligned} -v_{in} + V_d + R_d \times i + R_{TH} \times i + V_{TH} + V_d + R_d \times i &= 0 \Rightarrow \\ i = \frac{v_{in} - V_{TH} - 2 \times V_d}{2 \times R_d + R_{TH}} &= \frac{v_{in} - 25 - 2 \times 0.8}{2 \times 100 + 500} = \frac{v_{in} - 26.6}{700} \end{aligned}$$

Pode-se, então, concluir que D_1 e D_4 irão conduzir caso:



$$i \geq 0 \Rightarrow v_{in} \geq 26.6 \text{ V}$$

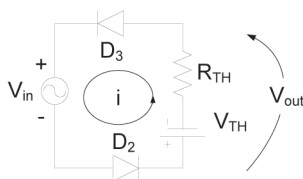
Neste caso, a tensão de saída será igual a:

$$v_{out} = R_{TH} \times i + V_{TH} = R_{TH} \times \frac{v_{in} - 26.6}{700} + 25 \cong 0.7143 \times (v_{in} - 26.6) + 25, \quad v_{in} \geq 26.6 \text{ V}$$

Se a tensão de entrada for negativa, apenas os diodos D_2 e D_3 poderão conduzir, pois a corrente sai do terminal inferior da fonte primária (v_{in}). Neste caso, o circuito equivalente será igual a:

$$\begin{aligned} v_{in} + V_d + R_d \times i + V_{TH} + R_{TH} \times i + V_d + R_d \times i &= 0 \Rightarrow \\ i &= \frac{-v_{in} - 2 \times V_d - V_{TH}}{2 \times R_d + R_{TH}} = \frac{-v_{in} - 2 \times 0.8 - 25}{2 \times 100 + 500} = -\frac{v_{in} + 26.6}{700} \end{aligned}$$

Pode então concluir-se que D_2 e D_3 irão conduzir caso:



$$i \geq 0 \Rightarrow v_{in} \leq -26.6 \text{ V}$$

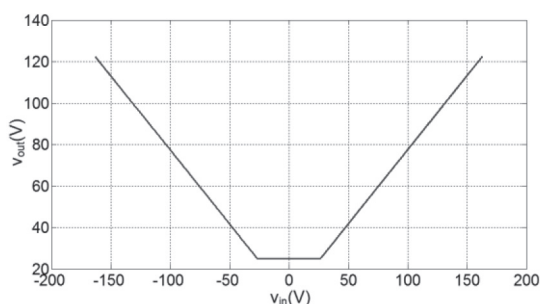
Neste caso, a tensão de saída será igual a:

$$v_{out} = R_{TH} \times i + V_{TH} = R_{TH} \times \left(-\frac{v_{in} + 26.6}{700} \right) + 25 \cong -0.7143 \times (v_{in} + 26.6) + 25, \quad v_{in} \leq -26.6 \text{ V}$$

No caso de nenhum dos díodos conduzir, teremos um circuito equivalente ao equivalente de *Thevenin* apresentado no início da resolução deste problema. A partir do referido circuito é possível concluir que, nesse caso, a tensão de saída será igual a V_{TH} . Em suma:

$$v_{out} \cong \begin{cases} -0.7143 \times (v_{in} + 26.6) + 25, & v_{in} \leq -26.6 \text{ V} \\ 25, & -26.6 \text{ V} \leq v_{in} \leq 26.6 \text{ V} \\ 0.7143 \times (v_{in} - 26.6) + 25, & v_{in} \geq 26.6 \text{ V} \end{cases}$$

Em seguida, apresenta-se a característica de transferência do circuito.

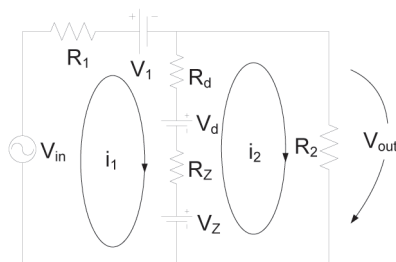


Exercício 10

Através da observação do circuito é possível concluir que este pode apresentar três estados:

- *Estado 1* – ambos os díodos conduzem: o díodo D_1 conduz diretamente polarizado e D_2 conduz inversamente polarizado.
- *Estado 2* – ambos os díodos conduzem: o díodo D_1 conduz inversamente polarizado e D_2 conduz diretamente polarizado.
- *Estado 3* – nenhum dos díodos conduz.

O circuito equivalente correspondente ao estado 1 é apresentado em seguida:



Analisando o circuito anterior, é possível escrever:

$$\begin{cases} -v_{in} + R_1 \times i_1 + V_1 + R_d \times (i_1 - i_2) + V_d + R_Z \times (i_1 - i_2) + V_Z = 0 \\ R_2 \times i_2 - V_Z + R_Z \times (i_2 - i_1) - V_d + R_d \times (i_2 - i_1) = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} i_1 \times (R_1 + R_d + R_Z) + i_2 \times (-R_d - R_Z) = v_{in} - V_1 - V_d - V_Z \\ i_1 \times (-R_Z - R_d) + i_2 \times (R_d + R_Z + R_2) = V_d + V_Z \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_d + R_Z & -R_d - R_Z \\ -R_Z - R_d & R_d + R_Z + R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{in} - V_1 - V_d - V_Z \\ V_d + V_Z \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 300 + 75 + 25 & -75 - 25 \\ -25 - 75 & 75 + 25 + 300 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{in} - 5 - 0.8 - 5 \\ 0.8 + 5 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 400 & -100 \\ -100 & 400 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{in} - 10.8 \\ 5.8 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} i_1 = \frac{\begin{vmatrix} v_{in} - 10.8 & -100 \\ 400 & -100 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 400 & -100 \\ -100 & 400 \end{vmatrix}} = \frac{400 \times v_{in} - 3740}{150000} \\ i_2 = \frac{\begin{vmatrix} 400 & v_{in} - 10.8 \\ -100 & 5.8 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 400 & -100 \\ -100 & 400 \end{vmatrix}} = \frac{100 \times v_{in} + 1240}{150000} \end{cases}$$

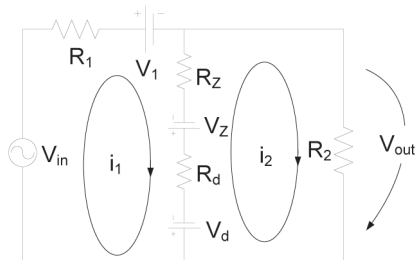
O estado 1 surge caso:

$$i_1 - i_2 > 0 \Rightarrow \frac{400 \times v_{in} - 3740}{150000} - \frac{100 \times v_{in} + 1240}{150000} > 0 \Rightarrow 300 \times v_{in} > 4980 \Rightarrow v_{in} > 16.6$$

Finalmente, é possível relacionar v_{out} com v_{in} .

$$v_{out} = R_2 \times i_2 = 300 \times \frac{100 \times v_{in} + 1240}{150000} = 0.2 \times v_{in} + 2.48, \quad v_{in} > 16.6$$

O circuito equivalente correspondente ao estado 2 é apresentado em seguida:





Analisando o circuito anterior, é possível escrever:

$$\begin{aligned}
 &\begin{cases} -v_{in} + R_1 \times i_1 + V_1 + R_Z \times (i_1 - i_2) - V_Z + R_d \times (i_1 - i_2) - V_d = 0 \\ R_2 \times i_2 + V_d + R_d \times (i_2 - i_1) + V_Z + R_Z \times (i_2 - i_1) = 0 \end{cases} \\
 &\Rightarrow \begin{cases} i_1 \times (R_1 + R_Z + R_d) + i_2 \times (-R_Z - R_d) = v_{in} - V_1 + V_d + V_Z \\ i_1 \times (-R_d - R_Z) + i_2 \times (R_d + R_Z + R_2) = -V_d - V_Z \end{cases} \\
 &\begin{bmatrix} R_1 + R_d + R_Z & -R_d - R_Z \\ -R_Z - R_d & R_d + R_Z + R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{in} - V_1 + V_d + V_Z \\ -V_d - V_Z \end{bmatrix} \Rightarrow \\
 &\begin{bmatrix} 300 + 75 + 25 & -75 - 25 \\ -25 - 75 & 75 + 25 + 300 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{in} - 5 + 0.8 + 5 \\ -0.8 - 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \\
 &\begin{bmatrix} 400 & -100 \\ -100 & 400 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{in} + 0.8 \\ -5.8 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} i_1 = \frac{\begin{vmatrix} v_{in} + 0.8 & -100 \\ -100 & 400 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 400 & -100 \\ -100 & 400 \end{vmatrix}} = \frac{400 \times v_{in} - 260}{150000} \\ i_2 = \frac{\begin{vmatrix} 400 & v_{in} + 0.8 \\ -100 & -5.8 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 400 & -100 \\ -100 & 400 \end{vmatrix}} = \frac{100 \times v_{in} - 2240}{150000} \end{cases}
 \end{aligned}$$

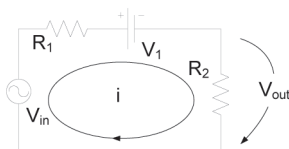
O estado 2 surge caso:

$$i_2 - i_1 > 0 \Rightarrow \frac{100 \times v_{in} - 2240}{150000} - \frac{400 \times v_{in} - 260}{150000} > 0 \Rightarrow 300 \times v_{in} < -1980 \Rightarrow v_{in} < -6.6$$

Finalmente, é possível relacionar v_{out} com v_{in} .

$$v_{out} = R_2 \times i_2 = 300 \times \frac{100 \times v_{in} - 2240}{150000} = 0.2 \times v_{in} - 4.48, \quad v_{in} < -6.6$$

O circuito equivalente correspondente ao estado 3 é apresentado em seguida:



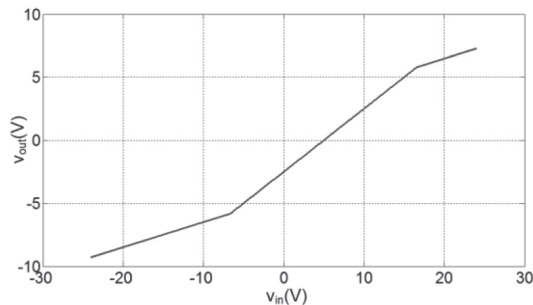
Através da análise do circuito é possível escrever:

$$\begin{cases} -v_{in} + R_1 \times i + V_1 + R_2 \times i = 0 \Rightarrow i = \frac{v_{in} - V_1}{R_1 + R_2} \Rightarrow v_{out} = 0.5 \times (v_{in} - 5) \\ v_{out} = R_2 \times i = R_2 \times \frac{v_{in} - V_1}{R_1 + R_2} \end{cases}$$

Em síntese:

$$v_{out} = \begin{cases} 0.2 \times v_{in} + 2.48, & v_{in} > 16.6 \text{ V} \\ 0.5 \times (v_{in} - 5), & v_{in} \in [-6.6 \text{ V}, 16.6 \text{ V}] \\ 0.2 \times v_{in} - 4.48, & v_{in} < -6.6 \text{ V} \end{cases}$$

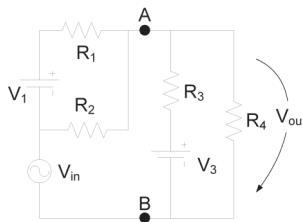
Em seguida, apresenta-se a característica de transferência do circuito.



Exercício 11

Através da análise do circuito pode concluir-se que é possível a sua simplificação recorrendo ao teorema de *Thevenin*.

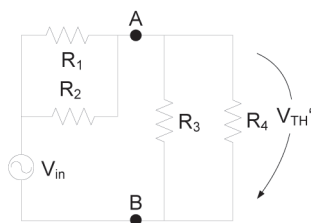
Assim, deve obter-se o equivalente de *Thevenin* aos terminais do ramo do diodo. Para o efeito, o referido ramo deve ser removido, como se pode observar na figura seguinte.





Da análise do circuito anterior é possível concluir que a tensão de *Thevenin* (entre os terminais A e B) pode ser facilmente calculada recorrendo ao teorema da sobreposição.

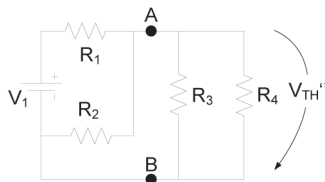
Num primeiro passo será calculada a contribuição da fonte $v_{in'}$, logo as fontes V_1 e V_2 serão substituídas por um curto-circuito. Desta forma, obtém-se o circuito que nos permite calcular a contribuição de $v_{in'}$:



Assim, recorrendo à fórmula do divisor de tensão, obtém-se:

$$v_{TH}' = \frac{R_3 // R_4}{R_3 // R_4 + R_1 // R_2} \times v_{in} = \frac{1\text{ k} // 1\text{ k}}{1\text{ k} // 1\text{ k} + 1\text{ k} // 1\text{ k}} \times v_{in} = 0.5 \times v_{in}$$

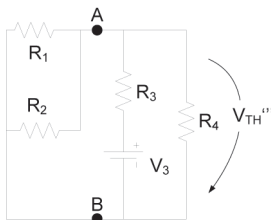
Relativamente à contribuição da fonte V_1 , obtém-se o circuito seguinte:



Recorrendo à fórmula do divisor de tensão, obtém-se:

$$v_{TH}'' = \frac{R_2 // R_3 // R_4}{R_1 + R_2 // R_3 // R_4} \times V_1 = \frac{1\text{ k} // 1\text{ k} // 1\text{ k}}{1\text{ k} + 1\text{ k} // 1\text{ k} // 1\text{ k}} \times 5 = \frac{0.3(3)\text{ k}}{1\text{ k} + 0.3(3)\text{ k}} \times 5 = 0.25 \times 5 = 1.25\text{ V}$$

Finalmente, para a contribuição da fonte V_3 , obtém-se o circuito seguinte:



Assim, recorrendo à fórmula do divisor de tensão, obtém-se:

$$v_{TH}''' = \frac{R_1 // R_2 // R_4}{R_3 + R_1 // R_2 // R_4} \times V_3 = \frac{1k // 1k // 1k}{1k + 1k // 1k // 1k} \times 15 = \frac{0.3(3)k}{1k + 0.3(3)k} \times 15 = 0.25 \times 15 = 3.75 V$$

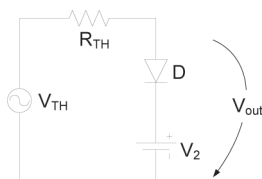
Desta forma, obtém-se:

$$v_{TH} = v_{TH}' + v_{TH}'' + v_{TH}''' = 0.5 \times v_{in} + 1.25 + 3.75 = 0.5 \times v_{in} + 5$$

Relativamente à resistência de *Thevenin*, após eliminar todas as fontes de tensão (substituindo-as por um curto-circuito) deve calcular-se a resistência equivalente aos terminais A e B. Pode, então, concluir-se que as quatro resistências estão em paralelo, logo:

$$R_{TH} = R_1 // R_2 // R_3 // R_4 = 250 \Omega$$

Finalmente, é possível desenhar o circuito simplificado, que será usado na análise do circuito original.



Se o díodo conduz, então a corrente possui o sentido horário, logo:

$$-v_{TH} + R_{TH} \times i + R_d \times i + V_d + V_2 = 0 \Rightarrow i = \frac{v_{TH} - V_d - V_2}{R_{TH} + R_d}$$

Para garantir que o díodo conduz é necessário impor que a corrente seja positiva, logo a condição que garante a condução do díodo é:

$$i = \frac{v_{TH} - V_d - V_2}{R_{TH} + R_d} > 0 \Rightarrow v_{TH} > V_d + V_2 \Rightarrow 0.5 \times v_{in} + 5 > V_d + V_2 \Rightarrow 0.5 \times v_{in} > 0.8 + 10 - 5 \Rightarrow v_{in} > 11.6 V$$

A tensão de saída pode ser facilmente calculada através da análise do circuito anterior:

$$v_{out} = V_d + R_d \times i + V_2 = 0.8 + 50 \times \left(\frac{v_{TH} - V_d - V_2}{R_{TH} + R_d} \right) + 10 = 0.8 + 50 \times \left(\frac{v_{TH} - 10.8}{250 + 50} \right) = 0.1(6) \times v_{TH} + 10.8 - 1.8 \Rightarrow$$

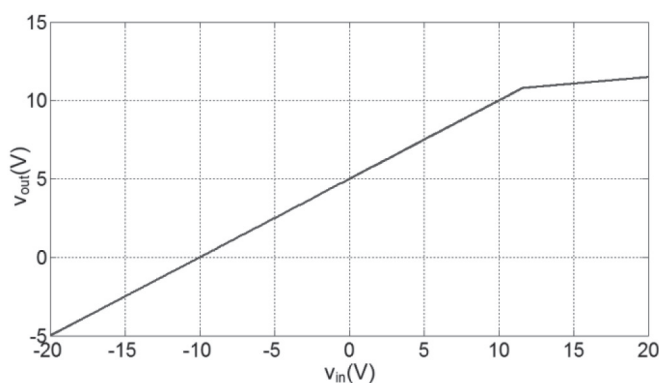
$$v_{out} = 0.1(6) \times v_{TH} + 9 = 0.1(6) \times (0.5 \times v_{in} + 5) + 9 = 0.08(3) \times v_{in} + 9.8(3)$$

Se o diodo não conduz, então, a tensão de saída será a igual a v_{TH} como se pode concluir a partir do circuito anterior.

Em suma, é possível escrever:

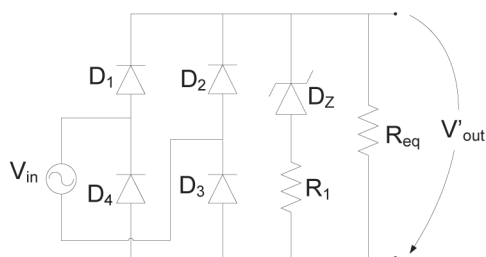
$$v_{out} = \begin{cases} 0.08(3) \times v_{in} + 9.8(3), & v_{in} \geq 11.6 \text{ V} \\ 0.5 \times v_{in} + 5, & v_{in} \leq 11.6 \text{ V} \end{cases}$$

Em seguida, apresenta-se a característica de transferência do circuito.



Exercício 12

Através da análise do circuito pode-se concluir que é possível a sua simplificação:



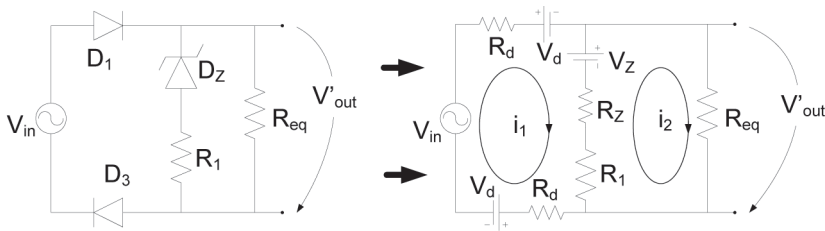
A resistência R_{eq} pode ser calculada da seguinte forma:

$$R_{eq} = (R_3 + R_4) // R_2 = (3 \text{ k} + 7 \text{ k}) // 10 \text{ k} = 10 \text{ k} // 10 \text{ k} = 5 \text{ k}\Omega$$

Através da análise do circuito anterior é possível concluir que este apresenta 5 estados diferentes:

- Estado 1 – os díodos D_1 e D_3 conduzem diretamente polarizados e D_Z conduz inversamente polarizado.
- Estado 2 – os díodos D_1 e D_3 conduzem diretamente polarizados e D_Z não conduz.
- Estado 3 – os díodos D_2 e D_4 conduzem diretamente polarizados e D_Z conduz inversamente polarizado.
- Estado 4 – os díodos D_2 e D_4 conduzem diretamente polarizados e D_Z não conduz.
- Estado 5 – nenhum dos díodos conduz.

Iremos iniciar a análise pelo estado 1. Assim, a figura seguinte apresenta o circuito correspondente a este estado, sendo possível a partir dessa figura obter as seguintes equações:



$$\begin{cases} -v_{in} + 2 \times R_d \times i_1 + 2 \times V_d + V_Z + (R_Z + R_1) \times (i_1 - i_2) = 0 \\ R_{eq} \times i_2 + (R_Z + R_1) \times (i_2 - i_1) - V_Z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_1 \times (2 \times R_d + R_Z + R_1) + i_2 \times (-R_Z - R_1) = v_{in} - 2 \times V_d - V_Z \\ i_1 \times (-R_Z - R_1) + i_2 \times (R_{eq} + R_Z + R_1) = V_Z \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 2 \times R_d + R_Z + R_1 & -R_Z - R_1 \\ -R_Z - R_1 & R_{eq} + R_Z + R_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{in} - 2 \times V_d - V_Z \\ V_Z \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 200 + 10 + 200 & -10 - 200 \\ -10 - 200 & 5000 + 10 + 200 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{in} - 1.6 - 15 \\ 15 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$i_1 = \frac{\begin{vmatrix} v_{in} - 16.6 & -210 \\ 15 & 5210 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 410 & -210 \\ -210 & 5210 \end{vmatrix}} = \frac{5210 \times (v_{in} - 16.6) + 210 \times 15}{410 \times 5210 - 210^2} = \frac{5210 \times v_{in} - 83336}{2092000}$$

$$i_2 = \frac{\begin{vmatrix} 410 & v_{in} - 16.6 \\ -210 & 15 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 410 & -210 \\ -210 & 5210 \end{vmatrix}} = \frac{410 \times 15 + 210 \times (v_{in} - 16.6)}{410 \times 5210 - 210^2} = \frac{210 \times v_{in} + 2664}{2092000}$$

Para que o diodo D_Z conduza, é necessário que:

$$i_1 - i_2 = \frac{5210 \times v_{in} - 83336}{2092000} - \frac{210 \times v_{in} + 2664}{2092000} > 0 \Rightarrow 5000 \times v_{in} > 86000 \Rightarrow v_{in} > 17.2 \text{ V}$$



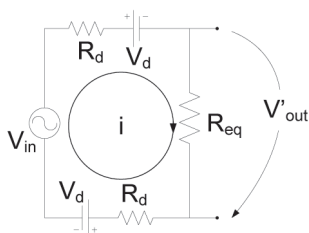
A tensão de saída v'_{out} pode ser determinada pela equação:

$$v'_{out} = R_{eq} \times i_2 = 5000 \times \left(\frac{210 \times v_{in} + 2664}{2092000} \right) \cong 0.5019 \times v_{in} + 6.3671, \quad v_{in} > 17.2 V$$

Seguidamente, será analisado o estado 2, cujo circuito equivalente se apresenta em seguida, assim como as equações que o descrevem:

$$-v_{in} + 2 \times R_d \times i + 2 \times V_d + R_{eq} \times i = 0 \Rightarrow i = \frac{v_{in} - 2 \times V_d}{2 \times R_d + R_{eq}}$$

Os díodos conduzem caso:

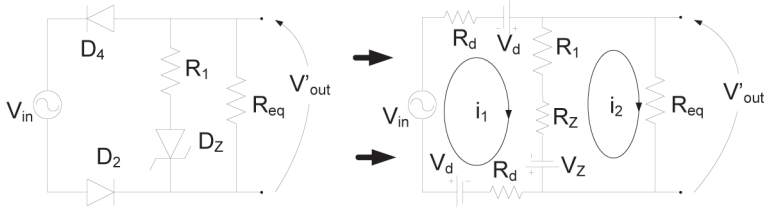


$$i = \frac{v_{in} - 2 \times V_d}{2 \times R_d + R_{eq}} > 0 \Rightarrow v_{in} > 2 \times V_d \Rightarrow v_{in} > 1.6 V$$

Neste caso, a tensão de saída, v'_{out} , é igual a:

$$v'_{out} = R_{eq} \times i = R_{eq} \times \frac{v_{in} - 2 \times V_d}{2 \times R_d + R_{eq}} = \frac{5000}{5200} \times (v_{in} - 1.6) \Rightarrow v'_{out} = 0.9615 \times v_{in} - 1.5385, \quad v_{in} \in [1.6 V, 17.2 V]$$

No estado 3, os díodos D_2 e D_4 conduzem diretamente polarizados e D_z conduz inversamente polarizado, como se pode observar na figura seguinte:



Em seguida, apresentam-se as equações que permitem descrever o estado 3.

$$\begin{cases} -v_{in} + 2 \times R_d \times i_1 - 2 \times V_d + (R_z + R_1) \times (i_1 - i_2) - V_z = 0 \\ R_{eq} \times i_2 + V_z + (R_z + R_1) \times (i_2 - i_1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_1 \times (2 \times R_d + R_z + R_1) + i_2 \times (-R_z - R_1) = v_{in} + 2 \times V_d + V_z \\ i_1 \times (-R_z - R_1) + i_2 \times (R_{eq} + R_z + R_1) = -V_z \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 2 \times R_d + R_z + R_1 & -R_z - R_1 \\ -R_z - R_1 & R_{eq} + R_z + R_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{in} + 2 \times V_d + V_z \\ -V_z \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 200 + 10 + 200 & -10 - 200 \\ -10 - 200 & 5000 + 10 + 200 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{in} + 1.6 + 15 \\ -15 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$i_1 = \frac{\begin{vmatrix} v_{in} + 16.6 & -210 \\ -15 & 5210 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 410 & -210 \\ -210 & 5210 \end{vmatrix}} = \frac{5210 \times (v_{in} + 16.6) - 210 \times 15}{410 \times 5210 - 210^2} = \frac{5210 \times v_{in} + 83336}{2092000}$$

$$i_2 = \frac{\begin{vmatrix} 410 & v_{in} + 16.6 \\ -210 & -15 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 410 & -210 \\ -210 & 5210 \end{vmatrix}} = \frac{-410 \times 15 + 210 \times (v_{in} + 16.6)}{410 \times 5210 - 210^2} = \frac{210 \times v_{in} - 2664}{2092000}$$

Para que o díodo D_z conduza é necessário que:

$$i_2 - i_1 = \frac{210 \times v_{in} - 2664}{2092000} - \frac{5210 \times v_{in} + 83336}{2092000} > 0 \Rightarrow -5000 \times v_{in} > 86000 \Rightarrow v_{in} < -17.2 \text{ V}$$

A tensão de saída v'_{out} pode ser determinada pela equação:

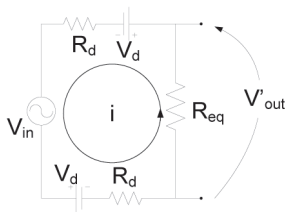
$$v'_{out} = -R_{eq} \times i_2 = -5000 \times \left(\frac{210 \times v_{in} - 2664}{2092000} \right) \cong -0.5019 \times v_{in} + 6.3671, \quad v_{in} < -17.2 \text{ V}$$



Seguidamente, será analisado o estado 4, cujo circuito equivalente se apresenta em seguida, assim como as equações que o descrevem:

$$v_{in} + 2 \times V_d + 2 \times R_d \times i + R_{eq} \times i = 0 \Rightarrow i = \frac{-v_{in} - 2 \times V_d}{2 \times R_d + R_{eq}}$$

Os díodos conduzem caso:



$$i = \frac{-v_{in} - 2 \times V_d}{2 \times R_d + R_{eq}} > 0 \Rightarrow -v_{in} > 2 \times V_d \Rightarrow v_{in} < -1.6 \text{ V}$$

Neste caso a tensão de saída, v'_{out} , é igual a:

$$v'_{out} = R_{eq} \times i = R_{eq} \times \frac{-v_{in} - 2 \times V_d}{2 \times R_d + R_{eq}} = \frac{5000}{5200} \times (-v_{in} - 1.6) \Rightarrow v'_{out} = -0.9615 \times v_{in} - 1.5385, \quad v_{in} \in [-17.2 \text{ V}, -1.6 \text{ V}]$$

Finalmente, sobra o estado 5, situação que ocorre quando as restantes condições deixam de se verificar, ou seja:

$$v_{in} \in [-1.6 \text{ V}, 1.6 \text{ V}]$$

Neste caso, como nenhum dos díodos conduz, não existe nenhuma fonte ligada à carga, o que significa que não existe corrente e, como consequência, a tensão de saída será nula.

Em síntese:

$$v'_{out} = \begin{cases} -0.5019 \times v_{in} + 6.3671, & v_{in} < -17.2 \text{ V} \\ -0.9615 \times v_{in} - 1.5385, & v_{in} \in [-17.2 \text{ V}, -1.6 \text{ V}] \\ 0, & v_{in} \in [-1.6 \text{ V}, 1.6 \text{ V}] \\ 0.9615 \times v_{in} - 1.5385, & v_{in} \in [1.6 \text{ V}, 17.2 \text{ V}] \\ 0.5019 \times v_{in} + 6.3671, & v_{in} > 17.2 \text{ V} \end{cases}$$

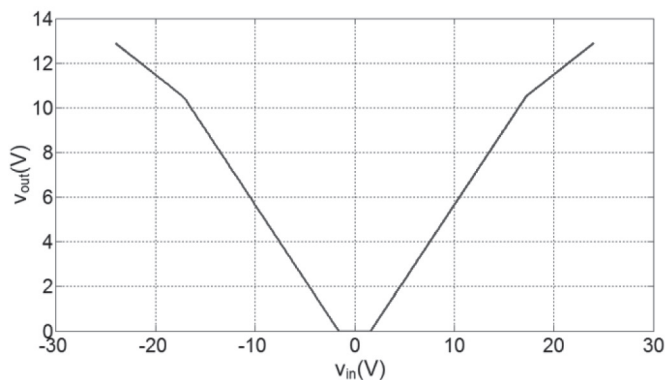
No entanto, a característica de transferência traduz a relação entre a tensão de saída e de entrada, logo é necessário determinar a tensão de saída, a qual pode ser representada pela tensão aos terminais da resistência R_4 . Assim, recorrendo ao conceito de divisor de tensão é possível escrever:

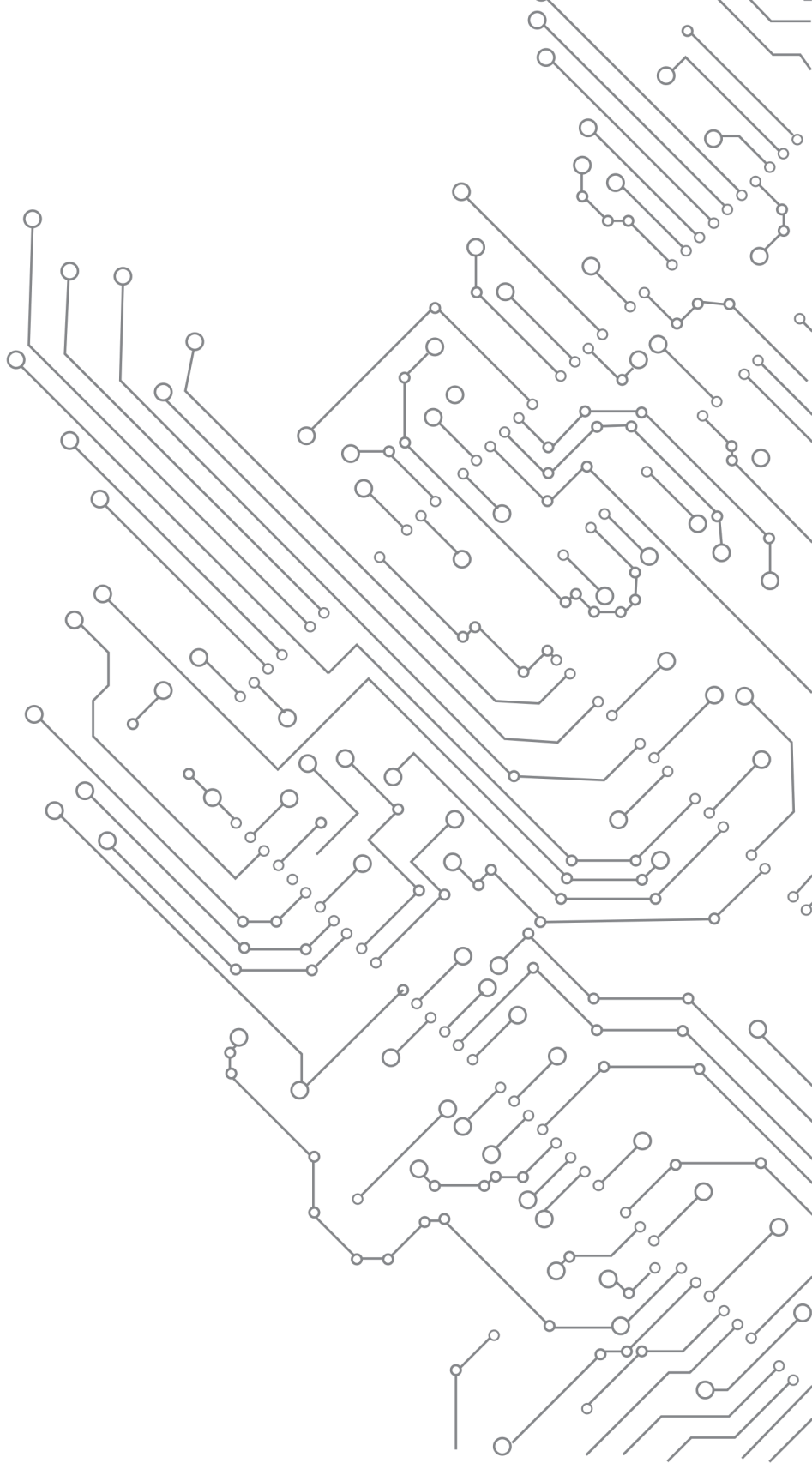
$$v_{out} = \frac{R_4 \times v'_{out}}{R_4 + R_3} = \frac{7\text{ k} \times v'_{out}}{7\text{ k} + 3\text{ k}} = 0.7 \times v'_{out}$$

Assim, é possível escrever:

$$v_{out} = \begin{cases} -0.35133 \times v_{in} + 4.4569, & v_{in} < -17.2\text{ V} \\ -0.67305 \times v_{in} - 1.07695, & v_{in} \in [-17.2\text{ V}, -1.6\text{ V}] \\ 0, & v_{in} \in [-1.6\text{ V}, 1.6\text{ V}] \\ 0.67305 \times v_{in} - 1.07695, & v_{in} \in [1.6\text{ V}, 17.2\text{ V}] \\ 0.35133 \times v_{in} + 4.4569, & v_{in} > 17.2\text{ V} \end{cases}$$

Finalmente, é possível representar a característica de transferência do circuito:





4. TRANSÍSTORES BIPOLARES DE JUNÇÃO (BJT)

O transistor bipolar é um dispositivo eletrónico, composto por duas junções semicondutoras (*NPN* ou *PNP*), que pode ser utilizado para amplificar sinais eléctricos (ex: sinais de rádio e TV). Este dispositivo foi o precursor dos circuitos integrados (*CI*s) que, por sua vez, tornaram possíveis os atuais computadores modernos.

A designação de transistor bipolar é fruto das suas características. Com efeito, a palavra transistor surgiu devido ao facto de este dispositivo se comportar como uma resistência variável controlada eletronicamente (transístor = **trans**fer **resistor**). Já a designação de bipolar deve-se ao número e tipo de portadores que são utilizados para transportar carga (lacunas e eletrões).

Um transistor *NPN* é composto por duas camadas do tipo *N* e outra do tipo *P*, já um transistor do tipo *PNP* é composto por duas camadas do tipo *P* e outra do tipo *N*. De referir que estes dispositivos são muito utilizados na conceção de circuitos amplificadores. Para garantir o seu funcionamento correto como amplificador é necessário estabelecer a região apropriada de operação: ponto de funcionamento e repouso (*PFR*).

Nas primeiras secções deste capítulo iremos analisar o funcionamento do transistor em corrente contínua (*CC* ou *DC*). Estes conceitos revelam-se essenciais para compreender como se pode alcançar o melhor *PFR*.

4.1 Transístor *NPN* antes de Polarizado

O transistor bipolar possui três regiões: o emissor, a base e o coletor. A camada emissora é fortemente dopada, já o coletor possui uma dopagem intermédia e a base é fracamente dopada. A região do coletor possui a maior dimensão, seguida pelo emissor, sendo a base mais estreita [4]. A Fig. 4.1 mostra a estrutura de um transistor *NPN*.

Como foi referido no capítulo anterior, quando dois semicondutores diferentes, um do tipo *N* e outro do tipo *P*, se unem verifica-se a difusão de cargas (os eletrões da região tipo *N* procuram anular as lacunas existentes em excesso na região do tipo *P*). Este processo de difusão só termina quando a tensão resultante atinge um determinado valor (designado por tensão de joelho ou de arranque). Atingido esse valor, o campo eléctrico resultante impede que os eletrões consigam ultrapassar a junção.

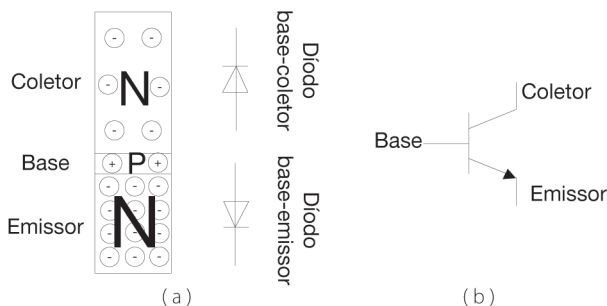


Fig. 4.1 Transístor *NPN* antes de se verificar a difusão (a) estrutura, (b) símbolo

Através da observação da figura anterior pode-se concluir que o transistor é composto por dois díodos refletidos. O diodo formado pela junção emissor-base designa-se por diodo base-emissor ou simplesmente diodo emissor, já o diodo formado pela junção coletor-base designa-se por diodo base-coletor ou simplesmente diodo coletor. Como atualmente a maioria dos dispositivos semicondutores são fabricados com silício, pode-se considerar que a tensão barreira ou de arranque em ambos os díodos é aproximadamente de 0.7 Volts, para uma temperatura ambiente de 25 °C.

Quanto maior for o nível de dopagem de uma camada, menor será a resistência à passagem da corrente, pois existem mais portadores nessa região. Quando o transistor é devidamente polarizado, a camada mais dopada, o emissor, fornece elétrons às restantes camadas (base e coletor). Como o emissor fornece um elevado número de elétrons, estes facilmente saturam a base, logo, a maioria não se irá recombinar com as lacunas da base, pelo que serão recolhidos pelo coletor. A designação de ambas as camadas deve-se à sua função, na medida em que o emissor fornece ou emite elétrons e o coletor recolhe ou colhe os elétrons provenientes do emissor.

4.2 Configurações de Circuitos com Transístores

Para que se inicie a condução no transistor é necessário polarizar as diferentes regiões.

Existem três tipos de configurações de circuitos que permitem a polarização das diferentes regiões (aplicar uma diferença de potencial entre as diferentes regiões):

- Configuração em emissor-comum: o emissor do transistor é comum quer à entrada, quer à saída do circuito (Fig. 4.2a);
- Configuração em coletor-comum: o coletor do transistor é comum quer à entrada, quer à saída do circuito (Fig. 4.2b);
- Configuração em base-comum: a base do transistor é comum quer à entrada, quer à saída do circuito (Fig. 4.2c).

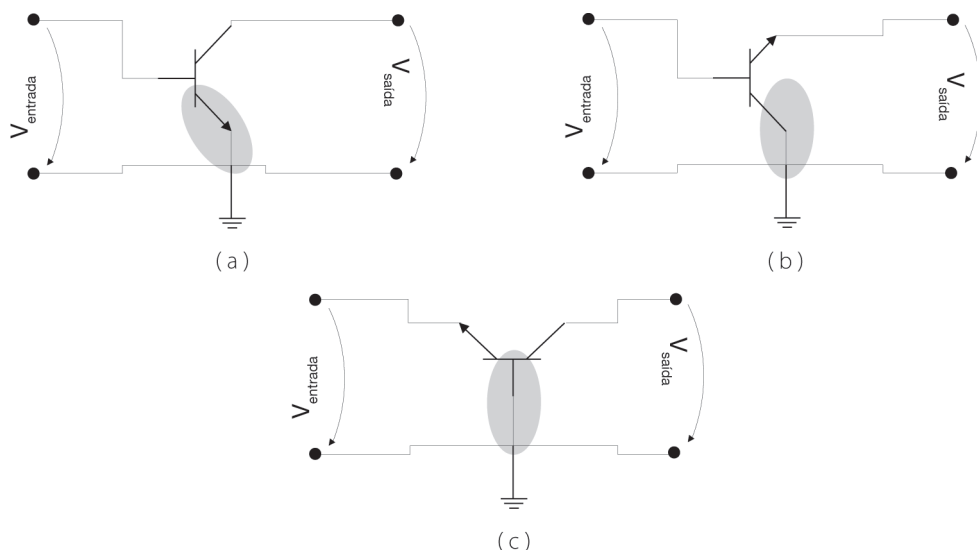


Fig. 4.2 Configurações do transistor *NPN*: (a) emissor-comum, (b) coletor-comum e (c) base-comum

4.3 Ligação em Emissor-Comum

A Fig. 4.3. mostra a ligação mais habitual de um transistor (ligação em emissor-comum).

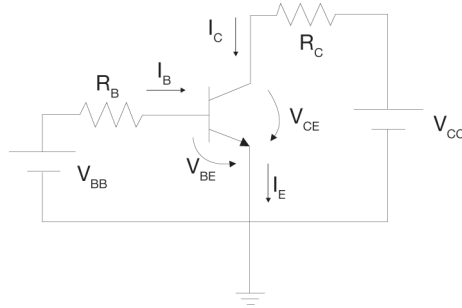


Fig. 4.3 Ligação do transistor em emissor-comum

Um transistor não polarizado é equivalente a dois díodos refletidos. Assim, para que se verifique a condução do díodo emissor é necessário aplicar uma tensão base-emissor superior à tensão de arranque deste díodo. Ultrapassado esse valor, verifica-se um fluxo de eletrões do emissor para a base, pois estes são atraídos pelo terminal positivo da fonte V_{BB} . Por outro lado, a fonte de tensão V_{CC} atrai os eletrões injetados na base, dos quais poucos são aqueles que se recombinam com as lacunas da base, visto que esta é bastante estreita e fracamente dopada. Deste modo, a grande maioria dos eletrões fluirá para o coletor, atraídos pelo terminal positivo da fonte V_{CC} .

Assim, quanto maior for V_{BB} , mais eletrões serão injetados na base, logo maior será a condução, visto que a maioria seguirá para o coletor, caso V_{CC} possua um valor superior a algumas centenas de mV .

Habitualmente a representação das grandezas envolvidas em circuitos com transistores deve seguir algumas regras:

- Quando se pretende representar uma queda de tensão entre dois pontos específicos devem-se utilizar dois índices. Por exemplo:
 - $V_{CE} = V_C - V_E \rightarrow$ representa a queda de tensão entre o coletor e o emissor;
 - $V_{BE} = V_B - V_E \rightarrow$ representa a queda de tensão entre a base e o emissor;
 - $V_{BC} = V_B - V_C \rightarrow$ representa a queda de tensão entre a base e o coletor.
- Quando se pretende representar uma queda de tensão entre um ponto específico e a massa deve-se utilizar apenas um índice.
 - $V_C = V_C - 0 \rightarrow$ representa a queda de tensão do coletor em relação à massa;
 - $V_B = V_B - 0 \rightarrow$ representa a queda de tensão da base em relação à massa;
 - $V_E = V_E - 0 \rightarrow$ representa a queda de tensão do emissor em relação à massa.
- As fontes de tensão devem ter dois índices iguais, sendo que estes devem estar relacionados com a região do transistor que se encontra mais próxima.
 - $V_{CC} \rightarrow$ representa a fonte que se encontra no ramo mais próximo do coletor;
 - $V_{BB} \rightarrow$ representa a fonte que se encontra no ramo mais próximo da base;
 - $V_{EE} \rightarrow$ representa a fonte que se encontra no ramo mais próximo do emissor.

- As correntes devem ser representadas com um índice apenas, sendo que este deve estar associado à região que se encontra mais próxima. Por exemplo:
 - $I_C \rightarrow$ representa a corrente no coletor;
 - $I_B \rightarrow$ representa a corrente na base;
 - $I_E \rightarrow$ representa a corrente no emissor.
- As resistências devem ser representadas com um índice apenas, sendo que este deve estar associado à região que se encontra mais próxima. Por exemplo:
 - $R_C \rightarrow$ representa a resistência que se encontra mais próxima do coletor;
 - $R_B \rightarrow$ representa a resistência que se encontra mais próxima da base;
 - $R_E \rightarrow$ representa a resistência que se encontra mais próxima do emissor.

Para se poder descrever o comportamento de cada uma das configurações representadas na Fig. 4.2, é necessário obter a curva característica do circuito de entrada e saída.

4.3.1 Curvas Características

Assim, analisando a configuração emissor-comum é possível concluir que as grandezas de entrada são a corrente de base (I_B) e a tensão base-emissor (V_{BE}). Desta forma, pode-se concluir que a característica de entrada representa a curva característica do diodo emissor (I_B versus V_{BE}). Como é de esperar a curva característica de entrada é semelhante à curva característica de um diodo convencional (Fig. 4.4).

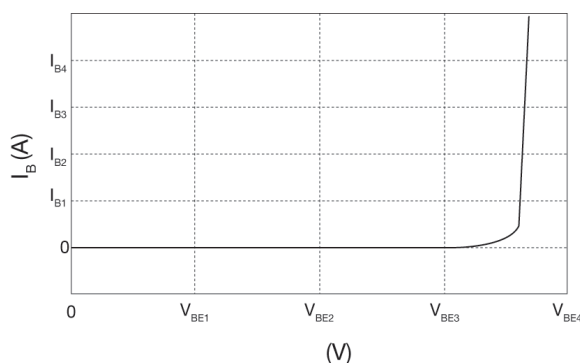


Fig. 4.4 Curva característica de entrada do circuito em configuração emissor-comum.

Da análise da curva anterior, é possível concluir que caso a tensão V_{BE} seja superior à tensão de arranque, o diodo emissor inicia a condução, ou seja, a base começa a ficar inundada com eletrões.

A curva característica de saída do circuito em configuração emissor-comum pode ser obtida relacionando a corrente no coletor (I_C) com a tensão entre o coletor e o emissor (V_{CE}), como se pode observar na Fig. 4.2a. Assim, a característica de saída é obtida fazendo variar a fonte V_{CC} e medindo-se a evolução de I_C e V_{CE} para um valor fixo de I_B . Seguidamente efetua-se a representação num gráfico da referida evolução, em que o eixo dos XX representa V_{CE} e o eixo do YY representa I_C (Fig. 4.5). Estas medidas são efetuadas para diferentes valores de corrente de base (I_B), por este motivo surgem diferentes curvas no mesmo gráfico, sendo que cada curva representa a evolução de I_C versus V_{CE} para um valor específico de I_B .

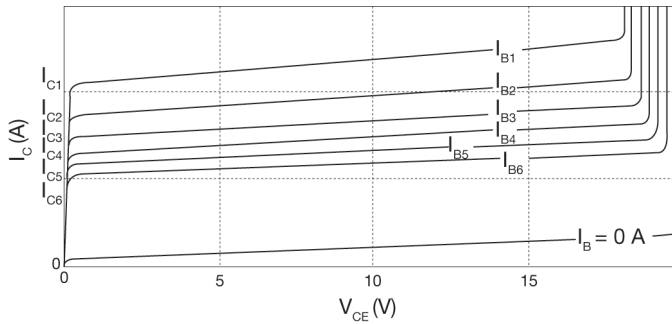


Fig. 4.5 Curva característica de saída do circuito em configuração em emissor-comum

Da análise da Fig. 4.5 é possível concluir que:

- Quando $V_{CE}=0$, não se verifica a condução. Este fenómeno pode ser explicado pelo facto de o coletor não estar ligado ao terminal positivo de uma fonte (se $V_{CE}=0$, então $V_{CC}=0$), logo os eletrões em excesso que se encontram na base não serão atraídos para o coletor.
- Caso o valor V_{CE} ultrapasse algumas centenas de milivolts e $I_B > 0$, verifica-se a condução, pois os eletrões em excesso que se encontram na base são atraídos para o coletor. Durante este processo verifica-se que, quanto maior for V_{CE} , maior será a corrente no coletor. Esta região designa-se por **região de saturação**.
- No entanto, existe um ponto em que o valor da corrente no coletor estabiliza, mesmo aumentando V_{CE} . Este fenómeno sucede pois os eletrões que se encontram na base já foram todos recolhidos pelo coletor. De referir que, ainda que V_{CE} aumente, o coletor já não poderá colher mais eletrões pois já não existem mais eletrões na base para recolher. Esta região designa-se por **região ativa** sendo habitualmente a região onde o transistor *BJT* é mais utilizado, pois a corrente coletor é constante:

$$I_C = \beta \times I_B \quad (4.1)$$

em que β representa o ganho de corrente.

- Caso o transistor se encontre a operar na região ativa, se for necessário aumentar a corrente no coletor é necessário aumentar o número de eletrões na base, ou seja, aumentar a corrente de base. Neste caso, salta-se para uma curva (I_C versus V_{CE}) cujo valor da corrente de base é superior, logo a corrente no coletor aumenta.
- No entanto, se o valor de V_{CE} for muito elevado verifica-se um aumento muito significativo da corrente no coletor, entramos na **região de disrupção**. Quando tal sucede, a tensão máxima inversa aplicada ao diodo coletor foi atingida e o diodo coletor inicia o processo de destruição. Esta região deve ser evitada, pois conduz à destruição do transistor.
- Finalmente existe mais uma região que deve ser mencionada: a **região de corte**. Nesta região a corrente de base é nula, no entanto, é possível observar uma pequena corrente no coletor, que representa a corrente de saturação do diodo coletor, pois este encontra-se inversamente polarizado.

Em síntese, é possível definir três regiões de operação do transistor bipolar:

- A região de corte – a corrente de base é nula e a corrente no coletor é muito pequena, no entanto, a equação (4.1) não se aplica.
- A região de saturação – a corrente de base é elevada, no entanto, a tensão V_{CE} não é suficientemente elevada para que o coletor consiga recolher todos os eletrões que se encontram na base, logo:

$$I_C < \beta \times I_B$$

- A região ativa – a corrente de coletor relaciona-se com a corrente de base através da equação (4.1). É nesta região que o transistor funciona como amplificador.

4.3.2 Análise do Circuito em Emissor-Comum

Importa antes de mais recordar que o sentido convencional da corrente (sentido dos potenciais decrescentes, ou seja o fluxo das lacunas) é contrário ao sentido do fluxo dos eletrões. Deste modo, de ora em diante, será este o sentido da corrente utilizado na análise dos diferentes circuitos.

Através da análise do circuito da Fig. 4.3, e recorrendo à lei dos nós é possível escrever a equação:

$$I_E = I_C + I_B \quad (4.2)$$

A equação anterior permite concluir que os eletrões que circulam pelo transistor provêm todos do emissor.

Partindo do pressuposto que o transistor se encontra a operar na região ativa é possível utilizar igualmente a equação (4.1).

A equação (4.1) modeliza o efeito de amplificação do transistor, ou seja, relaciona o quanto a corrente de saída (I_C) aumenta em relação à corrente de entrada (I_B). O valor β representa o ganho em corrente e tipicamente varia de 50 a 400. Pode-se, então, concluir que a corrente de base permite controlar a corrente no coletor.

Através da análise da malha de base, e recorrendo à lei das malhas é possível escrever:

$$-V_{BB} + R_B \times I_B + V_{BE} = 0 \quad (4.3)$$

A equação anterior permite obter o valor de I_B :

$$I_B = \frac{V_{BB} - V_{BE}}{R_B} \cong \frac{V_{BB} - 0.7}{R_B} \quad (4.4)$$

Como V_{BE} representa a tensão joelho do díodo emissor, e partindo do pressuposto que o transistor é de silício e a temperatura ambiente ronda os 25°C, pode-se considerar que a tensão base-emissor é igual a 0.7 Volts.

Analisando, de seguida, a malha do coletor é possível obter mais uma equação:

$$-V_{CC} + R_C \times I_C + V_{CE} = 0 \quad (4.5)$$

As equações (4.1) – (4.5) permitem obter o ponto de funcionamento e repouso (*PFR*) do transistor que se encontra a operar no circuito da Fig. 4.3.

O *PFR* representa um ponto da curva característica do transistor. No caso da configuração em emissor-comum representa um ponto, cuja ordenada corresponde à corrente no coletor e a abcissa à tensão entre o coletor e o emissor.

Exercício 4.1

Considere-se o circuito da Fig. 4.3, em que $V_{CC} = 5\text{ V}$, $R_C = 2.5\text{ k}\Omega$, $V_{BB} = 1\text{ V}$, $R_B = 72.5\text{ k}\Omega$, $V_{BE} = 0.637\text{ V}$ e $\beta = 148$. Determine o *PFR* do transistor.

Resolução:

$$\begin{cases} -V_{BB} + R_B \times I_B + V_{BE} = 0 \\ -V_{CC} + R_C \times I_C + V_{CE} = 0 \\ I_C = \beta \times I_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 72500 \times I_B + 0.637 = 1 \Rightarrow I_B \cong 5\text{ }\mu\text{A} \\ 2500 \times I_C + V_{CE} = 5 \\ I_C = 148 \times I_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_{CE} = 3.15\text{ V} \\ I_C = 0.74\text{ mA} \end{cases}$$

4.3.3 Análise Gráfica

O cálculo do *PFR* pode ser obtido através de um sistema de equações composto pelas equações apresentadas na secção anterior. No entanto, esta metodologia implica o conhecimento exato do valor de β para as condições de operação do transistor.

Para além do processo analítico apresentado, é possível recorrer a um processo gráfico para determinar o ponto de funcionamento do transistor. Neste caso, recorre-se ao gráfico da curva característica I_C versus V_{CE} a qual pode ser obtido através do fabricante do transistor. A Fig. 4.6 mostra o gráfico I_C versus V_{CE} do transistor bipolar *NPN BC107* fornecida pela Siemens.

Após a obtenção das curvas I_C versus V_{CE} do transistor é necessário identificar a reta de carga, a qual representa os possíveis pontos de funcionamento do transistor no circuito onde este se encontra a operar.

A reta de carga representa a semirreta que une o ponto de saturação com o ponto corte, e deve ser representada sobre as curvas I_C versus V_{CE} fornecidas pelo fabricante. Os pontos de saturação e corte podem ser obtidos da seguinte forma:

Output characteristics $I_C = f(V_{CE})$; I_B = parameter (common emitter configuration)

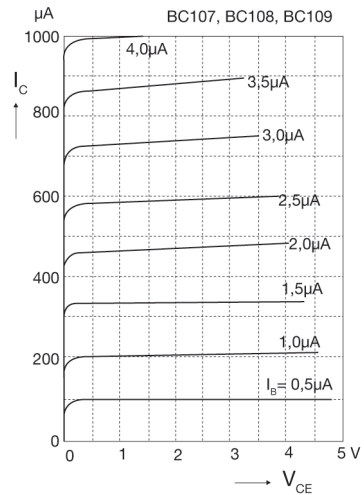


Fig. 4.6 Curva I_C versus V_{CE} do transistor *BC107* [8]

- A saturação do transistor sucede quando V_{CE} (tensão coletor-emissor) é mínima ($V_{CE} = 0$) e a I_C (corrente no coletor) é máxima. O ponto de saturação é obtido considerando a condição anterior e recorrendo à equação de malha do coletor:

$$(V_{CE} = 0) \rightarrow V_{CC} = R_C \times I_C + V_{CE} \Rightarrow I_C = \frac{V_{CC}}{R_C} \Rightarrow P_{\text{saturação}} \rightarrow \left(0, \frac{V_{CC}}{R_C} \right) \quad (4.6)$$

- O corte do transistor sucede quando a corrente I_C (coletor) é mínima ($I_C=0$) e V_{CE} é máxima. O ponto de corte é obtido considerando a condição anterior e recorrendo à equação de malha do coletor:

$$(I_C = 0) \rightarrow V_{CC} = R_C \times I_C + V_{CE} \Rightarrow V_{CE} = V_{CC} \Rightarrow P_{corte} \rightarrow (V_{CC}, 0) \quad (4.7)$$

Finalmente obtém-se o *PFR* do transistor através da identificação do ponto de interseção entre a reta de carga e a curva I_C versus V_{CE} , a qual é escolhida em função do valor de I_B obtido através da equação (4.4).

O declive da reta de carga pode ser ajustado através da modificação do ponto de saturação e de corte, para o efeito é necessário fazer variar R_C e/ou V_{CC} (no corte $\rightarrow (V_{CC}, 0)$ e na saturação $\rightarrow (0, V_{CC}/R_C)$). Por outro lado o *PFR* do transistor pode ser deslocado ao longo da reta de carga, sendo para o efeito necessário fazer variar R_B e/ou $V_{BB'}$ os quais permitem fazer variar I_B que por sua vez permite variar I_C e V_{CE} .

A título de exemplo considere-se o circuito da Fig. 4.3 (exercício 4.1), em que $V_{CC} = 5\text{ V}$, $R_C = 2.5\text{ k}\Omega$, $R_B = 72.5\text{ k}\Omega$, $V_{BB} = 1\text{ V}$ e as curvas I_C versus V_{CE} do transistor representadas na Fig. 4.7. Para obter o *PFR* do transistor graficamente é necessário num primeiro passo traçar a reta de carga. Assim, deve-se identificar os pontos de saturação e corte:

$$\begin{cases} P_{\text{saturação}} \rightarrow \left(0, \frac{V_{CC}}{R_C}\right) = \left(0, \frac{5}{2500}\text{ A}\right) = (0, 2\text{ mA}) \\ P_{\text{corte}} \rightarrow (V_{CC}, 0) = (5\text{ V}, 0) \end{cases}$$

Em seguida, deve-se localizar o ponto de interseção entre as curvas I_C versus V_{CE} e a reta de carga. Para o efeito é necessário calcular I_B para seleccionar a curva I_C versus V_{CE} . Assim, recorrendo à equação (4.4) obtém-se $I_B = 5\mu\text{A}$.

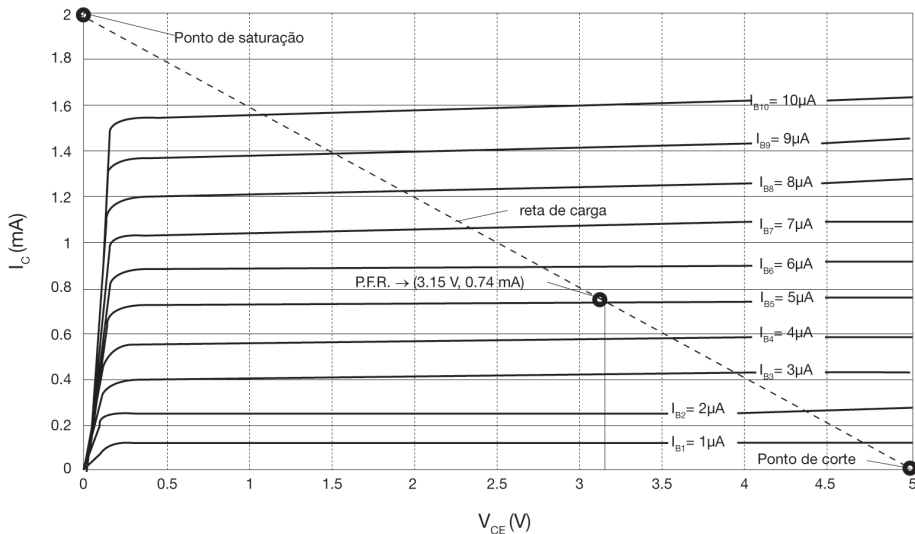


Fig. 4.7 Reta de carga do circuito da Fig. 4.3 ($V_{CC} = 5\text{ V}$ e $R_C = 2.5\text{ k}\Omega$) e a curva característica do transistor em emissor-comum (característica I_C versus V_{CE} do transistor 2N2222 – modelo do *Pspice*)

O ponto de interseção representa o *PFR* do transistor:

$$PFR \rightarrow (V_{CE}, I_C) = (3.15 \text{ V}, 0.74 \text{ mA})$$

4.3.4 Identificação da Região de Operação Analiticamente

Através da análise do circuito, é possível identificar de imediato se o transistor se encontra a operar na região de disrupção ou na região de corte.

A região de disrupção caracteriza-se pelo facto de a tensão inversa aplicada ao díodo coletor ser superior à sua tensão de disrupção. Esta informação é fornecida pelo fabricante, logo, se a tensão da fonte V_{CC} for inferior à tensão de disrupção do díodo coletor, pode-se concluir que o transistor não se encontra a operar nessa região.

A região de corte caracteriza-se pela corrente na base ser nula, logo basta verificar se a base está em aberto ($I_B=0$).

No entanto, a identificação da região de operação para o caso de o transistor estar a operar na região saturação ou ativa não é imediata. Nestes casos, deve-se utilizar o seguinte algoritmo:

- 1) Parte-se do pressuposto que o transistor se encontra a operar na região ativa;
- 2) Calcula-se o *PFR* do transistor;
- 3) Se o resultado obtido der origem a uma solução impossível (por exemplo, a corrente no coletor é superior à corrente de saturação ou a tensão coletor-emissor é negativa), então deve-se concluir que o transistor se encontra a operar na região de saturação, pois o valor β é inferior ao definido no problema.

Exercício 4.2

Considere-se o circuito da Fig. 4.3 em que: $V_{BB} = 1 \text{ V}$, $V_{BE} = 0.6 \text{ V}$, $R_B = 80 \text{ k}\Omega$, $V_{CC} = 5 \text{ V}$, $R_C = 10 \text{ k}\Omega$ e $\beta = 150$.

- a) Calcule o *PFR* do transistor.
- b) Altere o valor de R_C para $1 \text{ k}\Omega$, calcule novamente o *PFR*.

Resolução:

- a) Calcule o *PFR* do transistor.

$$-V_{BB} + R_B \times I_B + V_{BE} = 0 \Rightarrow 80000 \times I_B + 0.6 = 1 \Rightarrow I_B = \frac{0.4}{80000} = 5 \mu\text{A}$$

$$I_C = \beta \times I_B = 150 \times 5 \mu\text{A} = 0.75 \text{ mA}$$

Para verificar se o resultado está correto é necessário calcular a corrente de saturação. Assim, recorrendo a (4.6):

$$I_{C \text{ Saturação}} = \frac{V_{CC}}{R_C} = \frac{5}{10000} = 0.5 \text{ mA}$$

Como o valor da corrente calculado (0.75 mA) é superior ao valor da corrente de saturação (0.5 mA), pode-se concluir que o resultado é impossível, logo o transistor está a operar na região de saturação. Deste modo, conclui-se que o PFR é igual a: $V_{CE} = 0 \text{ V}$ e $I_C = 0.5 \text{ mA}$ e o transistor está a operar na região de saturação. Seria possível obter a mesma conclusão caso se calculasse o valor de V_{CE} .

$$\begin{aligned} -V_{CC} + R_C \times I_C + V_{CE} &= 0 \Rightarrow V_{CE} = V_{CC} - R_C \times I_C = 5 - 10 \times 10^3 \times 0.75 \times 10^{-3} \Rightarrow \\ \Rightarrow V_{CE} &= 5 - 7.5 = -2.5 \text{ V} \end{aligned}$$

Este resultado é igualmente impossível. Logo, pode-se concluir novamente que o transistor se encontra a operar na região de saturação.

b) Altere o valor de R_C para $1 \text{ k}\Omega$, calcule novamente o PFR do transistor.

$$\begin{aligned} -V_{BB} + R_B \times I_B + V_{BE} &= 0 \Rightarrow 80000 \times I_B + 0.6 = 1 \Rightarrow I_B = \frac{0.4}{80000} = 5 \mu\text{A} \\ I_C &= \beta \times I_B = 150 \times 5 \mu\text{A} = 0.75 \text{ mA} \end{aligned}$$

Neste caso o valor da corrente de saturação (5 mA) é bem superior ao valor da corrente calculada, logo o transistor está a operar na região ativa. Deste modo, basta calcular o valor de V_{CE} .

$$\begin{aligned} -V_{CC} + R_C \times I_C + V_{CE} &= 0 \Rightarrow V_{CE} = V_{CC} - 1000 \times I_C = 5 - 10^3 \times 0.75 \times 10^{-3} \Rightarrow \\ \Rightarrow V_{CE} &= 5 - 0.75 = 4.25 \text{ V} \end{aligned}$$

Logo, o PFR : $(V_{CE}, I_C) \rightarrow (4.25 \text{ V}, 0.5 \text{ mA})$.

4.3.5 Variação do Ganho de Corrente

O valor do ganho de corrente (β) do transistor bipolar varia consideravelmente com vários fatores, tais como:

- Transistor – os transistores da mesma série e fabricante podem possuir um valor de ganho consideravelmente diferente. Por esse motivo, os fabricantes fornecem o valor máximo e mínimo do ganho para uma determinada corrente no coletor e temperatura ambiente (25°C);
- Corrente no coletor – o valor do ganho de corrente do transistor varia consideravelmente com a corrente no coletor como se pode observar na Fig. 4.8;
- Temperatura – o valor do ganho de corrente do transistor aumenta com a temperatura como se pode observar na Fig. 4.8.

A Fig. 4.8 mostra a evolução do ganho ($\beta \cong h_{fe}$) dos transístores (BC107, BC108 e BC109) com a temperatura ambiente e a corrente no coletor.

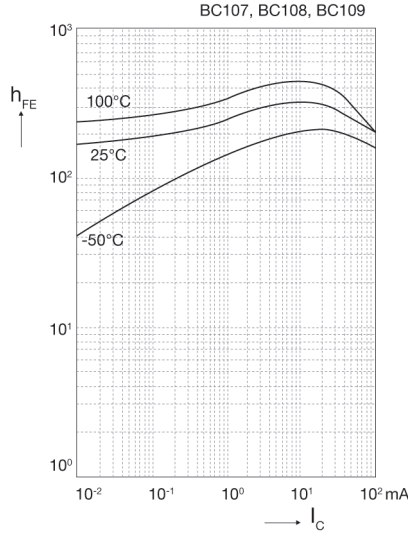


Fig. 4.8 Evolução do ganho de corrente ($\beta \cong h_{fe}$) com a corrente no coletor (I_C) e temperatura ambiente (-50°C, 25°C e 100°C) dos transístores BC107, BC108 e BC109 [8]

Pode-se, então, concluir que o desenvolvimento de circuitos que dependam diretamente do valor do ganho pode conduzir a resultados inesperados, visto que, vários fatores alheios ao projetista podem contribuir para a sua modificação.

4.3.6 Circuitos Imunes a Variações do Ganho

Os circuitos de polarização permitem aplicar uma tensão a cada uma das junções do transístor de forma a encontrar o *PFR* desejado.

O circuito da Fig. 4.3 não se revela adequado na conceção de amplificadores com transístores devido ao facto do *PFR* não ser estável.

A equação (4.4) mostra que o valor da corrente de base é constante, no entanto, o ganho de corrente (β) é instável, como ficou demonstrado na secção anterior, logo a corrente no coletor é igualmente instável (4.1). Além disso, se for utilizada a equação relativa à malha do coletor será possível provar que a tensão coletor-emissor irá igualmente variar, logo o *PFR* é dependente de β .

$$\left\{ \begin{array}{l} I_B = \frac{U_{BB} - V_{BE}}{R_B} = \frac{U_{BB} - 0.7}{R_B} \cong \text{constante} \\ I_C = \beta \times I_B \\ V_{CE} = U_{CC} - R_C \times I_C \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{se } \beta \uparrow, \text{ como } I_B \cong \text{constante} \Rightarrow \begin{cases} I_C \uparrow \\ V_{CE} \downarrow \end{cases} \\ \text{se } \beta \downarrow, \text{ como } I_B \cong \text{constante} \Rightarrow \begin{cases} I_C \downarrow \\ V_{CE} \uparrow \end{cases} \end{array} \right.$$

Conclui-se, então, que o *PFR* poderá deslocar-se ao longo da reta de carga (caso a temperatura ambiente e/ou I_C variem), o que não é desejável aquando da conceção de circuitos amplificadores.

Deste modo, utiliza-se o circuito de polarização da Fig. 4.9 que é imune a variações do ganho, como será demonstrado em seguida.

Começemos então por obter as equações que traduzem o funcionamento do circuito (Fig. 4.9):

$$\begin{cases} U_{BB} = V_{BE} + I_E \times R_E \\ I_E = I_C + I_B \\ V_{CE} = U_{CC} - R_C \times I_C - R_E \times I_E \end{cases}$$

Ao fazer variar o ganho verifica-se que o *PFR* mantém-se fixo, pois não depende de β .

$$\begin{cases} I_E = \frac{U_{BB} - V_{BE}}{R_E} = \frac{U_{BB} - 0.7}{R_E} \Rightarrow \text{logo } I_E \text{ é constante} \\ \begin{cases} I_C = I_E - I_B \\ \text{como } I_C \gg I_B \quad (I_C \cong I_E) \end{cases} \Rightarrow \text{logo } I_C \text{ é constante} \\ V_{CE} = U_{CC} - R_C \times I_C - R_E \times I_E \Rightarrow \text{logo, } V_{CE} \text{ é constante} \end{cases}$$

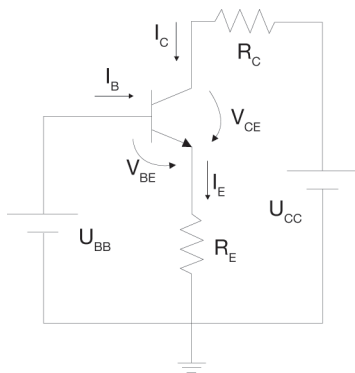


Fig. 4.9 Circuito de polarização imune a variações de β

No entanto, como o circuito anterior requer a utilização de duas fontes de tensão independentes, propôs-se outro circuito designado por polarização da base por divisor de tensão. A sua designação deve-se ao facto de possuir um divisor de tensão ligado à base do transistor (Fig. 4.10).

Para provar que o circuito da Fig. 4.10 possui um *PFR* estável é necessário demonstrar que a tensão base-emissor é aproximadamente constante, como acontece no circuito da Fig. 4.9. Para o efeito, é necessário simplificar o

circuito. Deste modo, será aplicado o teorema de *Thevenin* aos terminais da base do circuito da Fig. 4.10, como pode ser observado na Fig. 4.11.

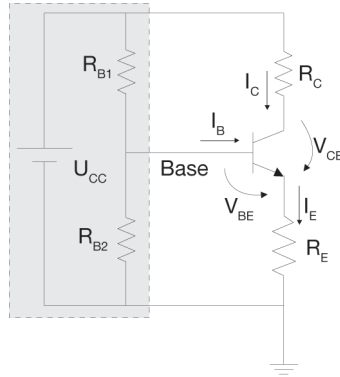


Fig. 4.10 Circuito de polarização da base por divisor de tensão

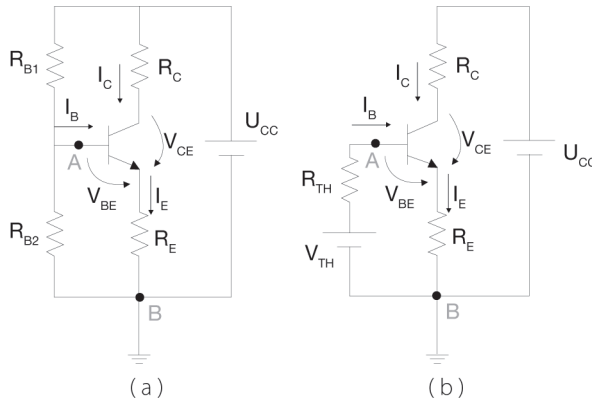


Fig. 4.11 Circuito inune a variações de β : (a) por polarização por divisor de tensão, (b) equivalente *Thevenin* correspondente

Assim, num primeiro passo é necessário identificar os terminais aos quais será aplicado o teorema de *Thevenin*, para em seguida reduzir o circuito de acordo com o equivalente de *Thevenin*. Os terminais do circuito a reduzir são:

- 1) O terminal de base do transistor (A);
- 2) A massa do circuito (B).

Após identificar os terminais é necessário obter os valores de V_{TH} e de R_{TH} . Relembrando a matéria exposta no capítulo 2, o valor de V_{TH} é o obtido deixando os terminais A e B em aberto e calculando V_{AB} (tensão de A para B), como se pode observar na Fig. 4.12.

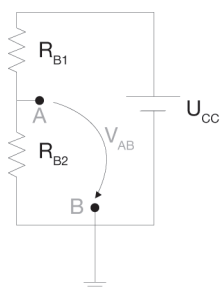


Fig. 4.12 Circuito utilizado para calcular V_{TH}

$$V_{AB} = \frac{R_{B2}}{R_{B1} + R_{B2}} \times V_{CC} \quad (\text{fórmula do divisor de tensão}) \quad (4.8)$$

Para calcular R_{TH} recorre-se ao circuito da Fig. 4.13. Calcula-se a resistência equivalente entre os terminais A e B, para o efeito as fontes de tensão são substituídas por um curto-circuito e as fontes de corrente por um circuito aberto:

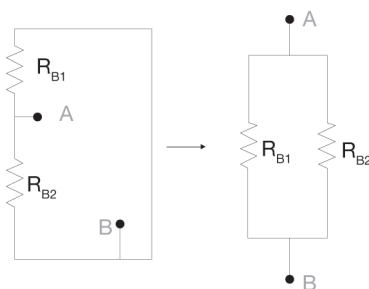


Fig. 4.13 Circuito utilizado para calcular R_{TH}

Logo, R_{TH} pode ser calculado através da equação:

$$R_{TH} = R_{B1} // R_{B2} = \frac{R_{B1} \times R_{B2}}{R_{B1} + R_{B2}} \quad (4.9)$$

Analisando agora o circuito simplificado (Fig. 4.11b), é possível concluir que a resistência interna (R_{TH}) da fonte que excita a base deverá ser consideravelmente mais pequena que a resistência de carga, ou seja, deve ser bastante inferior à resistência de entrada do circuito amplificador²⁶.

²⁶ Considera-se que uma fonte de tensão fornece uma tensão contínua quando a sua resistência interna é inferior a 1% do valor da resistência de carga.

Por outro lado, a resistência interna do circuito amplificador pode ser calculada da seguinte forma:

$$R_{in} = \frac{V_{in}}{I_{in}} = \frac{V_{base}}{I_b} \quad (4.10)$$

como,

$$\begin{cases} V_{in} = V_{BE} + R_E \times I_E \\ I_C = \beta \times I_B \\ I_E = I_C + I_B = I_B \times (\beta + 1) \end{cases} \quad (4.11)$$

$$\Rightarrow (\text{desprezando o efeito de } V_{BE}) \Rightarrow V_{in} \cong R_E \times I_B \times (\beta + 1)$$

Logo, utilizando (4.10) e (4.11) é possível escrever:

$$R_{in} \cong \frac{R_E \times I_B \times (\beta + 1)}{I_B} = R_E \times (\beta + 1) \cong R_E \times \beta \quad (4.12)$$

Deste modo, para garantir que o circuito anterior mantém o *PFR* fixo é necessário que

$$R_{TH} = R_{B1} // R_{B2} < 0.01 \times \beta \times R_E \quad (4.13)$$

Por vezes, os valores de R_{B1} e R_{B2} tornam-se muito pequenos, devendo-se, nesse caso, utilizar a condição:

$$R_{TH} = R_{B1} // R_{B2} < 0.1 \times \beta \times R_E \quad (4.14)$$

A condição (4.14) não garante um *PFR* tão estável como a condição (4.13), mas na grande maioria das aplicações a sua variação não é significativa.

Exercício 4.3

Considere o circuito da Fig. 4.11a, em que $V_{CC} = 15 \text{ V}$, $\beta = 173$, $R_C = R_E = 1 \text{ k}\Omega$, $R_{B1} = R_{B2} = 10 \text{ k}\Omega$ e $V_{BE} = 0.7 \text{ V}$.

a) Calcule o *PFR* do transistor.

Resolução:

a) Num primeiro passo é necessário efetuar a simplificação do circuito, recorrente ao teorema de *Thevenin*.

Utilizando as equações (4.8) e (4.9) é possível calcular R_{TH} e V_{TH} :

$$R_{TH} = \frac{R_{B1} \times R_{B2}}{R_{B1} + R_{B2}} = \frac{10 \text{ k}\Omega \times 10 \text{ k}\Omega}{10 \text{ k}\Omega + 10 \text{ k}\Omega} = \frac{100 \text{ k}}{20} = 5 \text{ k}\Omega$$

$$V_{TH} = \frac{R_{B2} \times V_{CC}}{R_{B1} + R_{B2}} = \frac{10 \text{ k} \times 15}{10 \text{ k} + 10 \text{ k}} = 7.5 \text{ V}$$

De seguida, analisando o circuito da Fig. 4.11b é possível calcular o *PFR*:

$$\begin{cases} V_{TH} = R_{TH} \times I_B + V_{BE} + R_E \times I_E \\ I_C = \beta \times I_B \\ I_C + I_B = I_E \\ V_{CC} = R_C \times I_C + V_{CE} + R_E \times I_E \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 + R_{TH} \times I_B + R_E \times I_E + 0 = V_{TH} - V_{BE} \\ I_C - \beta \times I_B + 0 + 0 = 0 \\ I_C + I_B - I_E + 0 = 0 \\ R_C \times I_C + 0 + R_E \times I_E + V_{CE} = V_{CC} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 0 & R_{TH} & R_E & 0 \\ 1 & -\beta & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ R_C & 0 & R_E & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_C \\ I_B \\ I_E \\ V_{CE} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{TH} - V_{BE} \\ 0 \\ 0 \\ V_{CC} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 5 \text{ k}\Omega & 1 \text{ k}\Omega & 0 \\ 1 & -173 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 \text{ k}\Omega & 0 & 1 \text{ k}\Omega & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_C \\ I_B \\ I_E \\ V_{CE} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6.8 \\ 0 \\ 0 \\ 15 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} I_C = 6.57 \text{ mA} \\ I_B = 38.00 \text{ }\mu\text{A} \\ I_E = 6.61 \text{ mA} \\ V_{CE} = 1.82 \text{ V} \end{cases} \Rightarrow PFR \rightarrow (1.82 \text{ V}, 6.57 \text{ mA})$$

4.3.7 Importância da Reta de Carga e *PFR* no Projeto de Circuitos Amplificadores com Transístores

A ideia de que o transistor é um dispositivo "mágico" capaz por si só de amplificar o sinal de entrada é bastante comum. Na realidade, um transistor bipolar pode ser encarado como um *potenciômetro eletrónico controlado por corrente* (corrente de base), ou seja, é um dispositivo capaz de controlar o fluxo de corrente à saída proveniente de uma fonte de energia auxiliar (fonte de tensão contínua - V_{CC}).

A definição do ponto de funcionamento e repouso, assim como da reta carga é essencial na conceção de amplificadores com transístores.

Analisando o gráfico da Fig. 4.14, podem-se observar três retas de carga, das quais a reta de carga 1 é aquela garante a maior gama possível de amplificação, pois a gama de valores de funcionamento (V_{CE} , I_C) que permi-

tem que o transistor opere na região ativa é maior. O ponto de funcionamento e repouso (*PFR*) do transistor deve ser escolhido com imenso cuidado, em particular em circuitos de amplificação de sinais, de forma a garantir a máxima amplificação possível sem distorção. Esse ponto situa-se a meio da reta de carga e designa-se por ponto de máxima excursão simétrica.

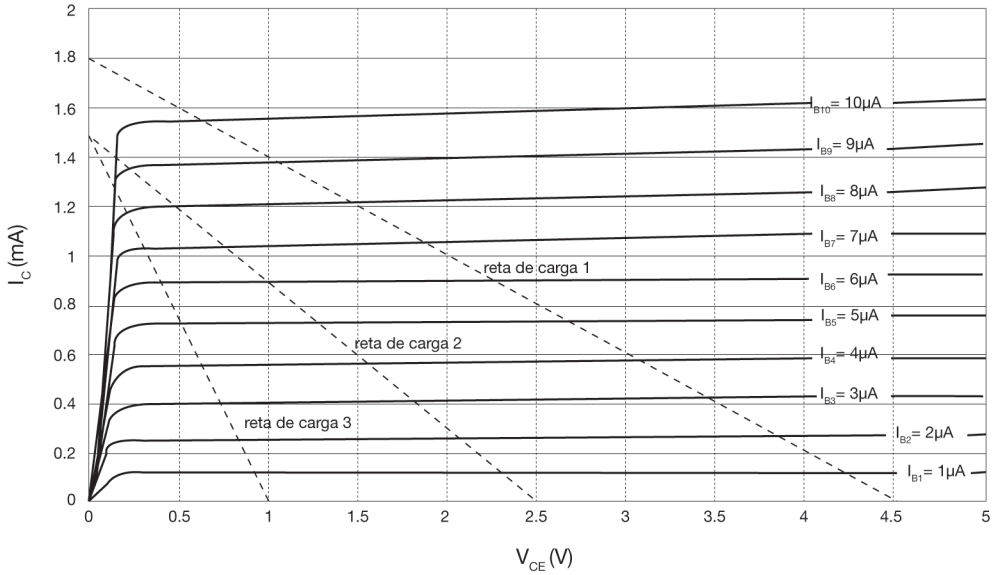


Fig. 4.14 Curva característica I_C versus V_{CE} do transistor bipolar 2N222 e diferentes retas de carga
(característica I_C versus V_{CE} do transistor 2N222 – modelo do Pspice)

4.3.8 Síntese

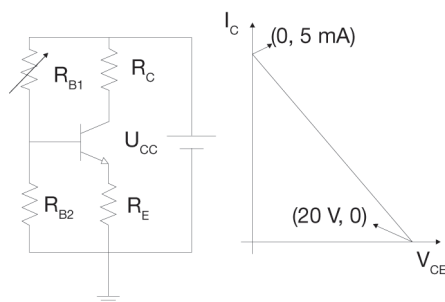
Até ao momento, o estudo de circuitos com transistores tem sido abordado sob o ponto de vista da análise de circuitos previamente conhecidos (este processo designa-se por análise).

Nesta secção abordaremos a síntese que é o processo contrário à análise, ou seja, dado um conjunto de especificações (correntes e tensões no circuito), pretende-se que se obtenham os valores das fontes e das resistências do circuito a conceber.

Exercício 4.4

Considere o circuito da figura seguinte, assim como a respetiva reta de carga (Considere $R_E = 1 \text{ k}\Omega$, $R_{B2} = 10 \text{ k}\Omega$, $\beta_{dc} = 178.6$ e $V_{BE} = 0.667 \text{ V}$).

- Determine os valores de V_{CC} e R_C que permitem que o transistor opere ao longo da reta de carga representada na figura seguinte.
- Considere que se pretende que o *PFR* seja ajustado para o ponto de máxima excursão simétrica. Determine o valor de R_{B1} .

**Resolução:**

- a) Através da reta de carga é possível identificar o ponto de saturação e de corte.

Os pontos de corte e saturação são calculados recorrendo à equação que descreve a malha coletor-emissor:

$$V_{CC} = R_C \times I_C + V_{CE} + R_E \times I_E \Rightarrow \begin{cases} \text{saturação} \Rightarrow (V_{CE} = 0 \text{ V}) \Rightarrow I_C = \frac{V_{CC}}{(R_C + R_E)} \\ \text{corte} \Rightarrow (I_C = 0 \text{ A}) \Rightarrow V_{CE} = V_{CC} \end{cases}$$

Logo, através da análise da reta de carga é possível concluir que $V_{CC} = 20 \text{ V}$.

Por outro lado, a corrente de saturação é igual a:

$$I_{C \text{ saturação}} = \frac{20}{(R_C + 1 \text{ k}\Omega)} = 5 \text{ mA}$$

A equação anterior permite determinar R_C :

$$\Rightarrow R_C = 3 \text{ k}\Omega$$

- b) O ponto de máxima excursão simétrica corresponde ao ponto intermédio da reta de carga $\rightarrow (10 \text{ V}, 2.5 \text{ mA})$,

logo $I_C = 2.5 \text{ mA}$.

Assim:

$$\begin{cases} I_B = \frac{I_C}{\beta_{dc}} = \frac{2.5 \times 10^{-3}}{178.6} = 14 \mu\text{A} \\ I_C = 2.5 \text{ mA} \\ I_E = I_C + I_B = 2.514 \text{ mA} \end{cases}$$

No entanto, para calcular R_{B1} será necessário simplificar o circuito de base. Para o efeito, recorrendo ao equivalente de *Thevenin*, é possível obter um circuito simplificado (Fig. 4.11b), em que:

$$\begin{cases} R_{TH} = \frac{R_{B1} \times 10 \text{ k}\Omega}{R_{B1} + 10 \text{ k}\Omega} \\ V_{TH} = \frac{20 \times 10 \text{ k}\Omega}{R_{B1} + 10 \text{ k}\Omega} \end{cases}$$

Recorrendo à equação de base do circuito amplificador (Fig. 4.11b):

$$\begin{aligned} -V_{TH} + R_{TH} \times I_B + V_{BE} + R_E \times I_E &= 0 \\ \Rightarrow V_{TH} &= R_{TH} \times 14 \times 10^{-6} + 0.667 + 1 \text{ k} \times 2.514 \times 10^{-3} \\ \Rightarrow -\frac{20 \times 10 \text{ k}\Omega}{R_{B1} + 10 \text{ k}\Omega} + \frac{R_{B1} \times 10 \text{ k}\Omega}{R_{B1} + 10 \text{ k}\Omega} \times 14 \times 10^{-6} + 0.667 + 2.514 &= 0 \\ \Rightarrow -20 \times 10 \text{ k}\Omega + R_{B1} \times 10 \text{ k}\Omega \times 14 \times 10^{-6} + 3.181 \times (R_{B1} + 10 \text{ k}\Omega) &= 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow 3.321 \times R_{B1} = 20 \times 10000 - 31810 \Rightarrow R_{B1} = \frac{168190}{3.321} &= 50644.4 \Omega \end{aligned}$$

4.4 Análise da Resposta AC do Amplificador

Nas secções anteriores analisámos o comportamento do transistor *BJT* no âmbito de circuitos de corrente contínua, onde o seu ponto de funcionamento é fixo. No entanto, como uma das aplicações mais importantes deste dispositivo de três terminais é como amplificador de sinais, como por exemplo em aplicações áudio, iremos em seguida estudar o seu comportamento em corrente alternada.

A análise do funcionamento de circuitos amplificadores em corrente AC requer a utilização de modelos (circuitos equivalentes) que permitem simular o comportamento dos transístores, estes modelos serão apresentados em secções posteriores.

Previamente serão introduzidos alguns conceitos essenciais para a compreensão dos diferentes passos necessários à análise da resposta AC de um circuito amplificador.

A metodologia empregue na análise AC de um circuito amplificador depende da amplitude do sinal de entrada. Neste documento iremos apenas abordar a análise para pequenos sinais, que é utilizada quando a variação do sinal de entrada é pequena.

Deste modo, após garantir que o transistor se encontra a operar no ponto de máxima excursão simétrica (ponto intermédio da reta de carga) é comum acoplar uma pequena tensão AC na base, que será amplificada na saída. O acoplamento do sinal de entrada é realizado à custa de um condensador, designado por condensador de acoplamento.

A função do condensador de acoplamento vai permitir que a tensão aplicada na base não afete o ponto de funcionamento e repouso, ou seja, o valor médio da corrente no coletor, assim como, o valor médio da tensão entre o coletor e o emissor.

Nas secções anteriores conclui-se que o circuito mais apropriado para polarizar o transistor é o circuito de polarização da base por divisor de tensão. Deste modo, iremos utilizar esta montagem na conceção de circuitos amplificadores (Fig. 4.15).

Na construção do circuito amplificador utilizam-se condensadores de acoplamento e de desvio (Fig. 4.15), que se revelam essenciais para se conseguir um sinal à saída do amplificador com maior amplitude e sem distorção e simultaneamente sem componente contínua.

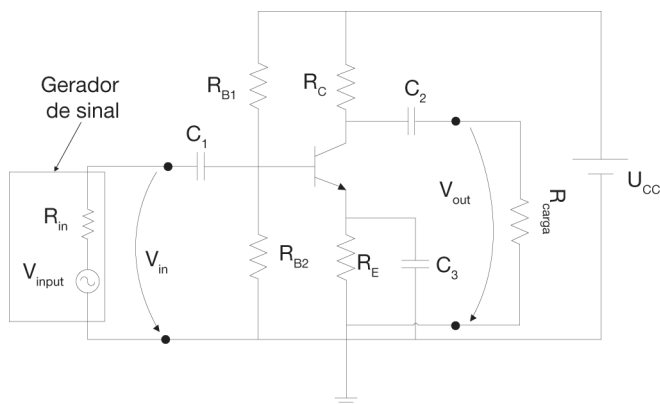


Fig. 4.15 Circuito amplificador baseado na montagem de polarização da base por divisor de tensão com condensadores de desvio e de acoplamento

Os condensadores C_1 e C_2 são condensadores de acoplamento e têm como função eliminar as componentes contínuas dos sinais a montante. O condensador C_3 representa um condensador de desvio cujo principal objetivo consiste em aumentar o ganho da tensão de saída sem afetar o *PFR* do transistor. Na prática é utilizado com o propósito de eliminar o efeito de R_E na resposta *AC*, o que permite aumentar a amplitude da tensão de saída.

O condensador possui uma reatância cujo valor se modifica com a frequência de operação (frequência do sinal de tensão) segundo a equação:

$$X_c = -\frac{j}{\omega \times C} = -\frac{j}{2 \times \pi \times f \times C} \quad (4.15)$$

Pode-se, então, concluir que a reatância é inversamente proporcional ao valor da frequência. Quanto maior for a frequência, menor será o valor da reatância do condensador, logo maior será a condução. Na prática, o condensador é dimensionado para possuir um valor de reatância tão baixo que o seu comportamento pode ser modelizado por um curto-circuito caso seja sujeito a um sinal *AC*. Já na análise da resposta *DC*, o comportamento do condensador diverge. Como um sinal *DC* possui uma frequência nula, pode-se concluir que a sua reatância em corrente contínua é infinita, logo o condensador comporta-se como um circuito aberto.

Para garantir que a sua reatância é baixa, ao ponto de se utilizarem as aproximações descritas no parágrafo anterior é comum considerar a seguinte condição:

$$X_C = \frac{1}{2 \times \pi \times f \times C} < 0.1 \times R_{in} \quad (4.16)$$

onde R_{in} representa a resistência de entrada do amplificador.

Pode-se então concluir que os condensadores de acoplamento e de desvio permitem anular a influência da resposta AC sobre a resposta DC do circuito amplificador, e vice-versa.

4.4.1 Formas de Onda de Tensão e Corrente no Transistor

A tensão na base possui uma componente contínua proveniente do circuito de polarização da base (V_{CC} , R_{B1} e R_{B2}) e uma componente alternada proveniente da tensão AC aplicada na base (v_{in}). Da mesma forma, a corrente no coletor e a tensão coletor-emissor irão conter uma componente contínua e outra alternada:

$$\begin{cases} v_B = V_{B_DC} + v_{in} \\ i_B = I_{B_DC} + i_{B_AC} \\ i_C = I_{C_DC} + i_{C_AC} \\ v_{CE} = V_{CE_DC} + v_{CE_AC} \end{cases} \quad (4.17)$$

onde v_B , i_B , i_C e v_{CE} representam a tensão na base, a corrente na base e no coletor e a tensão coletor-emissor, respetivamente; V_{B_DC} , I_{B_DC} , I_{C_DC} e V_{CE_DC} representam as componentes DC (valor médio) da tensão e corrente na base, na corrente do coletor e na tensão coletor-emissor, respetivamente, e i_{B_AC} , i_{C_AC} e v_{CE_AC} as componentes AC da corrente na base e coletor e na tensão coletor-emissor, respetivamente.

Se v_{in} aumenta, é possível concluir que v_{out} diminui:

$$\begin{cases} v_{in} \uparrow \Rightarrow i_{B_AC} \uparrow \Rightarrow i_{C_AC} \uparrow \left(i_{C_AC} = h_{fe} \times i_{B_AC} \right) \Rightarrow v_{out} \downarrow \\ i_{C_AC} \uparrow \Rightarrow v_{CE_AC} \downarrow \text{ (reta de carga) } \end{cases}$$

onde v_{out} representa tensão de saída.

Como à saída existe um condensador de acoplamento (C_y) cuja principal função é eliminar a componente contínua a montante, a tensão de saída irá apenas conter a componente AC de v_{CE} (v_{CE_AC}). O efeito de R_E na resposta AC do circuito amplificador é anulado pelo condensador de desvio C_y . Pode-se então concluir que caso a tensão de entrada aumente, a tensão de saída irá diminuir, o que explica o desfasamento de 180° que se verifica entre v_{in} e v_{out} .

Tipicamente o valor da amplitude de v_{out} é consideravelmente superior a v_{in} , verificando-se o mesmo com a corrente, ou seja, a potência do sinal de saída é consideravelmente superior à potência do sinal de entrada. Esta constatação, à partida, parece contrariar o princípio da conservação da energia, visto que a energia fornecida pelo sistema é superior à energia que este recebeu. A realidade é que uma grande parte da potência do sinal de saída provém da potência fornecida pela fonte V_{CC} (fonte de tensão contínua), e não da fonte de sinal de entrada (v_{in}), cujo valor de potência fornecida é muito inferior ao da fonte DC.

4.4.2 Análise

A análise das respostas *AC* e *DC* são efetuadas em separado, e neste contexto deve aplicar-se o teorema da sobreposição.

Caso se pretenda analisar a resposta *DC* de um circuito amplificador (cálculo do *PFR* de um ou mais transístores que façam parte do circuito amplificador) deve-se, em primeiro lugar, eliminar todas as fontes de tensão *AC*, devendo estas ser substituídas por um curto-circuito, enquanto os condensadores deverão ser substituídos por um circuito aberto. Seguidamente, pode aplicar-se um qualquer método de análise de circuitos a fim de obter o *PFR* do(s) transístor(es). O método mais popular é o método das malhas. O *PFR* deve estar na região ativa e próximo do ponto de máxima excursão simétrica. Por exemplo, no caso do circuito da Fig. 4.15, o circuito que permitiria obter a sua resposta *DC* do circuito amplificador apresenta-se em seguida (Fig. 4.16):

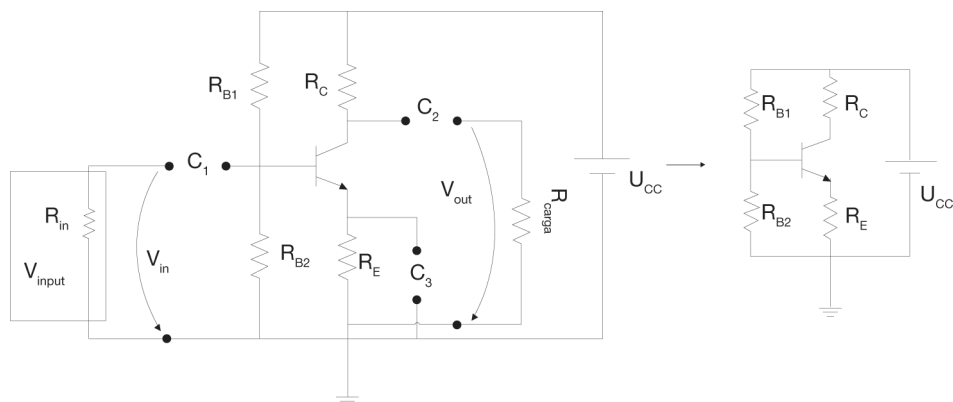


Fig. 4.16 Circuito equivalente *DC* do circuito amplificador apresentado na Fig. 4.15

Quando se pretende fazer a análise da resposta *AC* de um circuito amplificador, num primeiro passo deve-se eliminar todas as fontes de tensão *DC*, devendo estas ser substituídas por um curto-circuito. Seguidamente, devem substituir-se os condensadores por curtos-circuitos. Finalmente, deve-se substituir o transístor pelo seu modelo correspondente. Os modelos mais comumente usados para a análise de pequenos sinais são o modelo *híbrido* e o modelo r_e [7], que serão apresentados em próximas secções. Após remoção do símbolo do transístor, e sua substituição pelo seu modelo equivalente, deve-se simplificar o circuito de forma a tornar mais simples a sua análise. Por exemplo, no caso do circuito da Fig. 4.15, o circuito que permitiria efetuar a análise da sua resposta *AC* apresenta-se em seguida (Fig. 4.17):

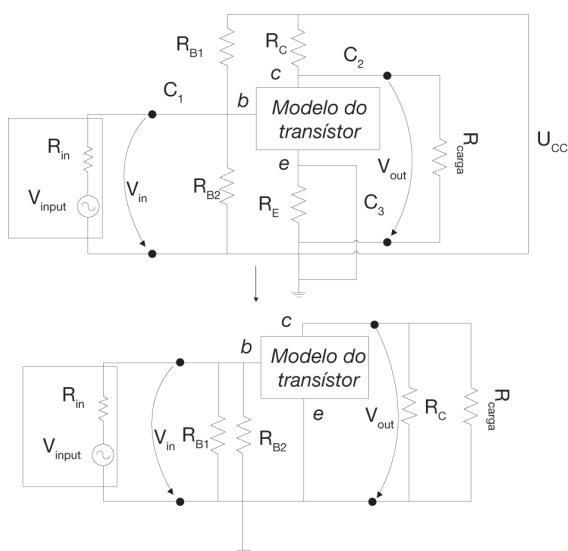


Fig. 4.17 Circuito equivalente *AC* do circuito amplificador apresentado na Fig. 4.15

O circuito simplificado permite obter um conjunto de informações essenciais (parâmetros) para avaliar a *performance* do circuito amplificador.

4.4.3 Parâmetros Importantes na Análise de um Circuito Amplificador

Os parâmetros mais importantes na análise de um sistema de duas portas, como é o caso do circuito amplificador, são:

- 1) Impedância de entrada (Z_{in}) – representa a relação entre as amplitudes das formas de onda da tensão e da corrente de entrada do circuito;
- 2) Impedância de saída (Z_{out}) – representa a relação entre as amplitudes das formas de onda da tensão e da corrente de saída do circuito;
- 3) Ganho de tensão (A_v) – representa a relação entre as amplitudes das formas de onda das tensões de saída e entrada do circuito;
- 4) Ganho de corrente (A_i) – representa a relação entre as amplitudes das formas de onda das correntes de saída e entrada do circuito.

4.4.3.1 Impedância de Entrada

A impedância de entrada pode ser calculada recorrendo à equação:

$$Z_{in} = \frac{V_{in}}{I_{in}} \quad (4.18)$$

em que V_{in} e I_{in} representam as amplitudes da tensão e corrente de entrada.

Este parâmetro revela-se extremamente importante pois permite calcular a percentagem do sinal entrada que realmente está disponível à entrada. Por exemplo, suponha que o circuito amplificador é ligado a um gerador de sinal, cuja resistência interna (R_{in}) é 500Ω (Fig. 4.18).

Se a impedância de entrada do amplificador for de $1 k\Omega$, então, utilizando a fórmula do divisor de tensão, é possível calcular a percentagem do sinal do gerador que realmente está disponível à entrada do amplificador:

$$V_{in} = \frac{Z_{in}}{Z_{in} + R_{in}} \times V_{Gin} \Rightarrow \frac{V_{in}}{V_{Gin}} = \frac{Z_{in}}{Z_{in} + R_{in}} = \frac{1000}{1000 + 500} = 0.666(6)$$

Podemos, então, concluir que apenas 66,6% da onda gerada pelo gerador de sinal realmente está disponível à entrada do amplificador. Se se pretender aumentar esta percentagem, então a impedância de entrada do amplificador deverá aumentar.

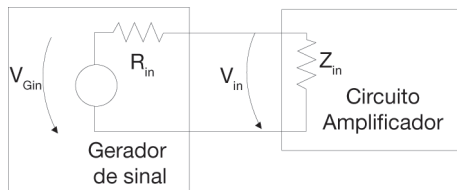


Fig. 4.18 Circuito amplificador alimentado por um gerador de sinal

4.4.3.2 Impedância de Saída

A impedância de saída pode ser calculada recorrendo à equação:

$$Z_{out} = \frac{V_{out}}{I_{out}} \quad (4.19)$$

em que V_{out} e I_{out} representam as amplitudes da tensão e da corrente de saída.

O cálculo da impedância de saída requer a aplicação de um sinal à saída (sinal de teste) e simultaneamente anulando o sinal de entrada (aplica-se um curto-circuito nos terminais de entrada – Fig. 4.19).

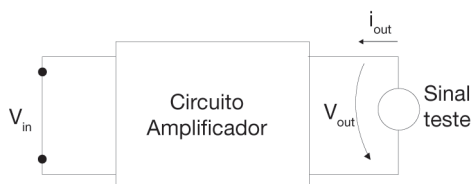


Fig. 4.19 Circuito utilizado no cálculo da impedância de saída

Este parâmetro revela-se extremamente importante, como por exemplo em configurações nas quais se pretende obter elevados ganhos de corrente, pois permite calcular a percentagem da corrente saída que realmente ficará disponível na carga. Por exemplo, suponha que o circuito amplificador é ligado a uma resistência de carga, cujo valor é de (R_{carga}) é 5Ω (Fig. 4.20).

Se a impedância de saída do amplificador for de 15Ω , então, utilizando a fórmula do divisor de corrente, é possível calcular a percentagem da corrente gerada pelo circuito amplificador que realmente irá alimentar a carga:

$$i_{carga} = \frac{Z_{out}}{Z_{out} + R_{carga}} \times i_{Amp} \Rightarrow \frac{i_{carga}}{i_{Amp}} = \frac{Z_{out}}{Z_{out} + R_{carga}} = \frac{15}{15 + 5} = 0.75$$

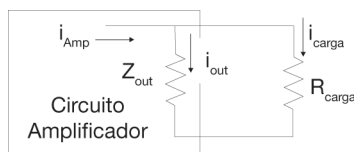


Fig. 4.20 Circuito amplificador ligado a uma resistência de carga

Podemos, então, concluir que apenas 75% da corrente gerada pelo circuito amplificador será realmente fornecida à carga. Se se pretender aumentar esta percentagem, então a impedância de saída do amplificador deverá aumentar.

4.4.3.3 Ganho de Tensão

O ganho de tensão pode ser calculado recorrendo à equação:

$$G_V = \frac{V_{out}}{V_{in}} \quad (4.20)$$

em que V_{out} e V_{in} representam as amplitudes das tensões de saída e entrada, respetivamente.

Este parâmetro revela-se extremamente importante pois permite calcular a percentagem de aumento do sinal de saída (tensão) em relação ao sinal de entrada (tensão). Por exemplo, suponha que o circuito amplificador é ligado a um gerador de sinal que impõe, nos seus terminais de entrada, um sinal de tensão de amplitude de 10 mV. Se o ganho de tensão for de 100, então o sinal de saída do amplificador terá uma amplitude de 1 V. Importa, no entanto, chamar a atenção que este valor é calculado sem considerar a influência da resistência de carga R_{carga} . Assim, se o amplificador for ligado a uma carga, deve-se considerar o seu valor a fim de determinar o valor real da amplitude do sinal de saída.

4.4.3.4 Ganho de Corrente

O ganho de corrente pode ser calculado recorrendo à equação:

$$G_I = \frac{I_{out}}{I_{in}} \quad (4.21)$$

em que I_{out} e I_{in} representam as amplitudes das correntes de saída e entrada, respetivamente.

Este parâmetro revela-se importante na avaliação da eficiência, η , do circuito amplificador.

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{V_{out} \times I_{out}}{V_{in} \times I_{in}} = G_I \times G_V \quad (4.22)$$

Neste caso, quer o ganho de tensão quer o ganho de corrente deverão considerar a resistência de carga.

4.4.4 Modelos do Transístor BJT

A análise da resposta AC de um circuito amplificador requer a obtenção de um circuito equivalente AC, no qual o símbolo do transístor é substituído por um modelo. O modelo permite simular o comportamento dos transístores quando sujeitos a um sinal AC, desde que estes estejam a operar na região ativa.

Os modelos do transístor BJT mais comumente usados na análise de circuitos amplificadores, cujo sinal de entrada possui uma amplitude reduzida são:

- Modelo r_e do transístor;
- Modelo *híbrido* equivalente do transístor.

4.4.4.1 Modelo r_e do Transistor

Quando o transistor bipolar se encontra a operar na região ativa, a junção base-emissor encontra-se diretamente polarizada comportando-se como um díodo diretamente polarizado (Fig. 4.21b), este díodo representa o díodo emissor referido em secções anteriores. A junção base-coletor representa o díodo coletor inversamente polarizado. Como nos encontramos a estudar o transistor no âmbito de circuitos amplificadores, considera-se que este se encontra a operar na região ativa, ou seja, a corrente no coletor é β vezes superior à corrente de base. Deste modo, recorre-se a uma fonte de corrente dependente para modelizar este efeito (Fig. 4.21b).

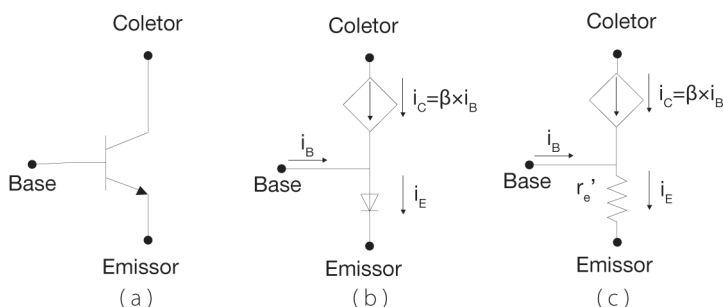


Fig. 4.21 Modelo r_e aproximado para a configuração emissor-comum

O díodo emissor pode ser modelizado pela sua resistência AC, r_e' , a qual pode ser obtida através da relação:

$$r_e' = \frac{V_b}{I_e} \quad (4.23)$$

em que, V_b , I_e representam a amplitude da tensão na base e da corrente no emissor, respetivamente.

Obtém-se, então, o modelo representado na Fig. 4.21c.

No entanto, o modelo anterior não permite representar a impedância de entrada do circuito, Z_{in} . Assim, através de uma simples manipulação de variáveis é possível obter um novo modelo r_e , no qual se apresenta a impedância de entrada (Fig. 4.22b).

A impedância de entrada pode ser obtida através da equação:

$$Z_{in} = \frac{V_{in}}{I_{in}} = \frac{V_b}{I_b} \quad (4.24)$$

em que, I_b representa a amplitude da corrente na base.

Recorrendo a (4.23) e (4.24), é possível obter a impedância de entrada em função da resistência AC do diodo emissor:

$$\begin{cases} Z_{in} = \frac{V_b}{I_b} \\ r_e' = \frac{V_b}{I_e} \\ I_e = (\beta + 1) \times I_b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_{in} = \frac{V_b}{I_b} \\ r_e' = \frac{V_b}{(\beta + 1) \times I_b} \Rightarrow V_b = r_e' \times (\beta + 1) \times I_b \end{cases} \quad (4.25)$$

$$\Rightarrow Z_{in} = \frac{r_e' \times (\beta + 1) \times I_b}{I_b} \Rightarrow Z_{in} = r_e' \times (\beta + 1) \cong Z_{in} = r_e' \times \beta, \text{ (pois } \beta \gg 1)$$

Pode-se, então, modelizar o comportamento do transistor *BJT* a operar na região ativa através do modelo representado na Fig. 4.22b.

Se forem consideradas as impedâncias de entrada e saída (r_o), é possível obter o modelo r_e completo do transistor *BJT* em emissor-comum (Fig. 4.22c).

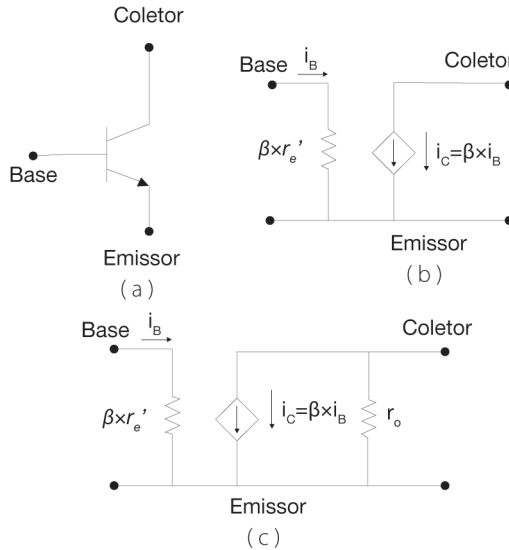


Fig. 4.22 Modelo r_e do transistor *BJT* para a configuração emissor-comum

A resistência de saída (r_o) pode ser obtida através do declive da curva característica do diodo coletor quando o transistor está a operar na região ativa. O valor de r_o modifica-se com a corrente de base, sendo muitas vezes desprezado, visto que tipicamente possui um valor bastante elevado (podendo variar de 40 k Ω a 50 k Ω [7]).

Importa referir que os modelos apresentados aplicam-se no âmbito de circuitos amplificadores em configuração em emissor-comum.

4.4.4.2 Modelo Híbrido do Transistor

Apesar de o modelo r_e ser atualmente o mais utilizado, os fabricantes fornecem informação relativa ao modelo *híbrido* (parâmetros híbridos), sendo portanto um modelo igualmente bastante usado.

Podemos, então, considerar um sistema de duas portas (transistor *BJT*), cujas grandezas a relacionar são as correntes e as tensões de entrada e saída (Fig. 4.23).

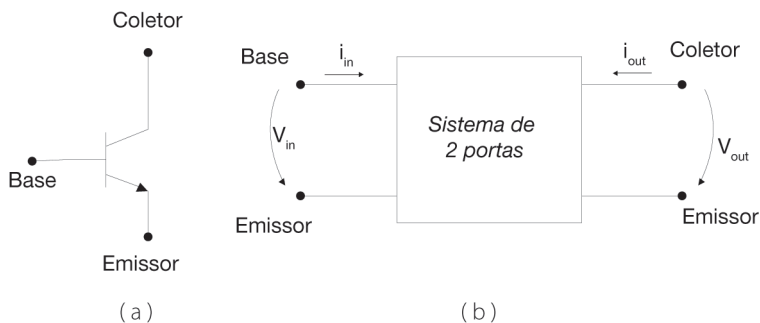


Fig. 4.23 Transistor *BJT* (a) versus sistema de 2 portas (b)

As grandezas representadas na Fig. 4.23 relacionam-se de acordo com o seguinte sistema [7]:

$$\begin{cases} V_{in} = h_{11} \times I_{in} + h_{12} \times V_{out} \\ I_{out} = h_{21} \times I_{in} + h_{22} \times V_{out} \end{cases} \quad (4.26)$$

Os parâmetros h_{11} , h_{12} , h_{21} e h_{22} representam os parâmetros híbridos, que farão parte do circuito equivalente do transistor *BJT*:

→ Impedância de entrada de curto-circuito ($h_{11}=h_i$):

$$h_{11} = h_i = \left. \frac{V_{in}}{I_{in}} \right|_{V_{out}=0} \quad (4.27)$$

Representa a razão entre a tensão e a corrente de entrada do circuito considerando a saída em curto-circuito ($V_{out}=0$).

→ Razão de transferência de tensão reversa de circuito aberto ($h_{12}=h_r$):

$$h_{12} = h_r = \left. \frac{V_{in}}{V_{out}} \right|_{I_{in}=0} \quad (4.28)$$

Representa a razão entre as tensões de entrada e saída com os terminais de entrada em aberto ($I_{in}=0$).

- Razão de transferência direta de corrente de curto-circuito ($h_{21}=h_f$):

$$h_{21} = h_f = \left. \frac{I_{out}}{I_{in}} \right|_{V_{out}=0} \quad (4.29)$$

Representa a razão entre as correntes de saída e entrada com os terminais de saída em curto-circuito ($V_{out}=0$).

- Condutância de saída de circuito aberto ($h_{22}=h_o$):

$$h_{22} = h_o = \left. \frac{I_{out}}{V_{out}} \right|_{I_{in}=0} \quad (4.30)$$

Representa a razão entre a corrente e a tensão de saída com os terminais de entrada em aberto ($I_{in}=0$).

Pode-se, então, representar o modelo *híbrido* de um sistema de duas portas segundo o esquema apresentado na Fig. 4.24.

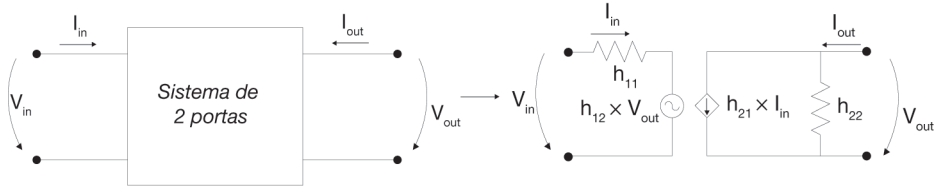


Fig. 4.24 Modelo *híbrido* de sistema de duas portas [7]

Os transistores podem ser utilizados em diferentes circuitos, os quais podem apresentar três possíveis configurações: emissor-comum, base-comum ou coletor-comum. A configuração do circuito é escolhida em função da aplicação, visto que os valores dos parâmetros híbridos alteram-se com a configuração. Deste modo, para diferenciar os parâmetros híbridos entre as diferentes configurações adiciona-se um índice aos parâmetros híbridos (para a configuração emissor-comum, base-comum e coletor-comum adiciona-se a letra 'e', 'b' e 'c', respectivamente). Por exemplo: a configuração em emissor-comum possui os parâmetros híbridos: h_{11e} , h_{12e} , h_{21e} e h_{22e} ou h_{ie} , h_{re} , h_{fe} e h_{oe} . Já na configuração base-comum, os parâmetros híbridos são identificados pelos seguintes parâmetros: h_{11b} , h_{12b} , h_{21b} e h_{22b} ou h_{ib} , h_{rb} , h_{fb} e h_{ob} .

A Fig. 4.25 mostra o modelo *híbrido* completo do transistor BJT para a configuração emissor-comum.

No caso das configurações emissor-comum e base-comum os valores de h_{re} e h_{oe} revelam-se irrelevantes no cálculo dos parâmetros G_r , G_v , Z_{in} e Z_{out} , pelo que poderão ser desprezados [7]. Pode-se, então, construir um modelo simplificado (Fig. 4.26).

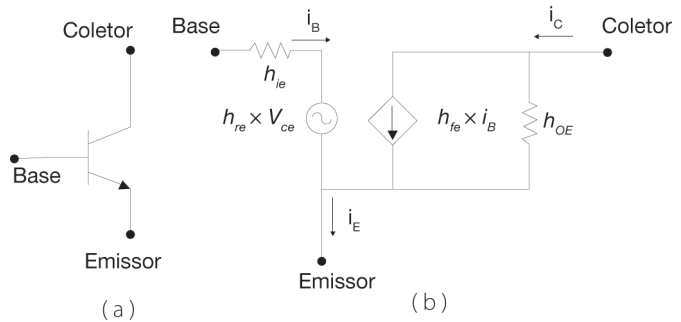


Fig. 4.25 Modelo *híbrido* do transistor BJT para a configuração emissor-comum

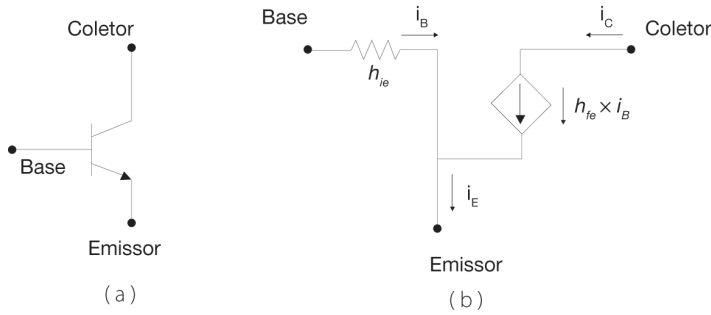


Fig. 4.26 Modelo híbrido simplificado do transistor BJT para a configuração emissor-comum

Através da comparação das Figs. 4.22b e 4.26b, é possível concluir que ambos os modelos são iguais se forem utilizadas as seguintes relações:

$$\begin{cases} h_{ie} = \beta \times r_e' \\ h_{fe} = \beta \end{cases} \quad (4.31)$$

4.4.5 Distorção para Grandes Sinais

A principal função do amplificador consiste em aumentar o sinal de entrada v_{in} . No entanto, é conveniente ter algum cuidado na escolha da amplitude do sinal de entrada. Como a curva característica do diodo base-emissor é semelhante à de um diodo convencional, a relação entre a corrente de base e a tensão de base no transistor não é linear, mas sim função de uma exponencial. No entanto, esta curva pode ser aproximada a uma reta (linear) caso sejam consideradas pequenas variações da tensão base-emissor. Este facto explica a distorção dos sinais de saída quando o sinal de entrada possui uma elevada amplitude, neste caso a aproximação linear referida deixa de se verificar. Deste modo, deve-se procurar manter a amplitude do sinal de tensão de entrada pequena. Uma regra comumente utilizada consiste em considerar que o valor da componente AC da corrente do emissor deve ser inferior a 10% do seu valor médio (DC) [5].

4.5 Análise da Resposta AC da Configuração em Emissor-Comum, baseada no Circuito de Polarização por Divisor de Tensão

A Fig. 4.27 mostra um circuito amplificador baseado no circuito de polarização por divisor de tensão.

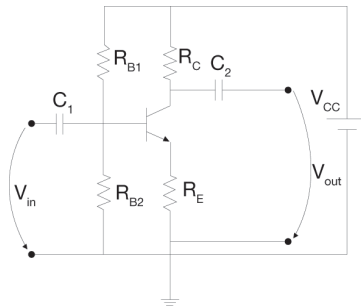


Fig. 4.27 Circuito amplificador baseado no circuito de polarização por divisor de tensão

Seguidamente obtém-se o circuito equivalente AC (Fig. 4.28).

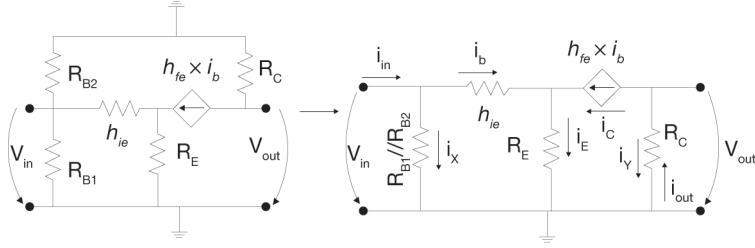


Fig. 4.28 Circuito equivalente AC do circuito amplificador representado na Fig. 4.27.

Seguidamente serão calculados os parâmetros: Z_{in} , Z_{out} , G_v e G_i .

Assim, para o cálculo de G_v temos:

$$G_v = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{-h_{fe} \times R_C \times I_b}{h_{ie} \times I_b + R_E \times (h_{fe} \times I_b + I_b)} = -\frac{h_{fe} \times R_C}{h_{ie} + R_E \times (h_{fe} + 1)} \quad (4.32)$$

Para Z_{in} :

$$\begin{cases} Z_{in} = \frac{V_{in}}{I_{in}} \\ I_{in} = I_X + I_b \\ I_X = \frac{V_{in}}{R_{B1} // R_{B2}} = \frac{V_{in}}{R_B} \\ I_b = \frac{V_{in}}{h_{ie} + R_E \times (h_{fe} + 1)} = \frac{V_{in}}{R_X} \end{cases} \Rightarrow Z_{in} = \frac{V_{in}}{I_{in}} = \frac{V_{in}}{\frac{V_{in}}{R_B} + \frac{V_{in}}{R_X}} = \frac{R_B \times R_X}{R_B + R_X}, \quad (4.33)$$

$$\text{com } \begin{cases} R_X = h_{ie} + R_E \times (h_{fe} + 1) \\ R_B = R_{B1} // R_{B2} = \frac{R_{B1} \times R_{B2}}{R_{B1} + R_{B2}} \end{cases}$$

Para Z_{out} :

$$\begin{cases} Z_{out} = \frac{V_{out}}{I_{out}} \\ I_{out} = I_Y + I_C \end{cases} \Rightarrow Z_{out} = \frac{V_{out}}{I_{out}} = \frac{V_{out}}{\frac{V_{out}}{R_C} + 0} = R_C \quad (4.34)$$

pois $I_b = 0$

Para o cálculo de G_i temos:

$$\begin{cases} V_{in} = h_{ie} \times I_B + R_E \times (h_{fe} + 1) \times I_B \\ I_{in} = I_X + I_B \\ G_i = \frac{I_{out}}{I_{in}} \end{cases} \Rightarrow G_i = \frac{h_{fe} \times I_B}{I_X + I_B}$$

$$\Rightarrow G_i = \frac{\frac{h_{fe} \times I_B}{\frac{h_{ie} \times I_B + R_E \times (h_{fe} + 1) \times I_B}{R_B} + I_B}}{\frac{h_{fe}}{\frac{h_{ie} + R_E \times (h_{fe} + 1)}{R_B} + 1}} \quad (4.35)$$

$$\Rightarrow G_i = \frac{h_{fe}}{\frac{h_{ie} + R_E \times h_{fe}}{R_B} + 1} = \frac{h_{fe} \times R_B}{h_{ie} + R_E \times h_{fe} + R_B}$$

4.6 Amplificadores em Cascata

Para se conseguir aumentar o ganho do circuito amplificador, colocam-se vários amplificadores em cascata, ou seja, a saída do primeiro circuito amplificador (primeiro andar) será a entrada do segundo circuito amplificador (segundo andar) e, assim, sucessivamente.

Estes andares iniciais de um amplificador são designados por pré-amplificador e a sua principal função consiste em amplificar o sinal tensão e modificar as características de impedância de entrada do circuito.

A Fig. 4.29 mostra um circuito amplificador com dois andares. Nesta secção será realizada a análise deste circuito no que respeita ao seu ganho de tensão e corrente e impedâncias de entrada e saída.

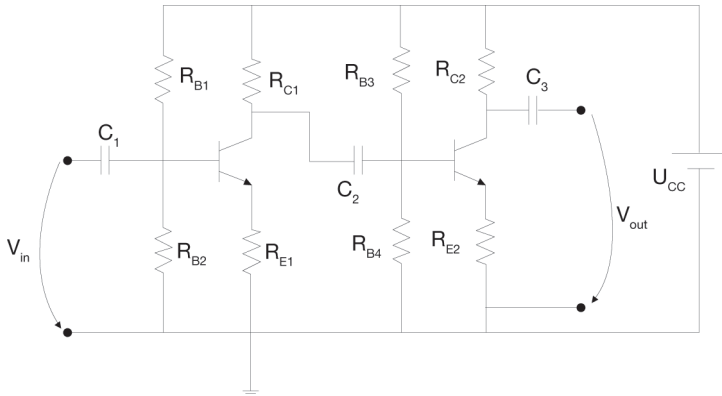


Fig. 4.29 Circuito amplificador com dois andares, baseados no circuito de polarização por divisor de tensão

Para calcular o ganho do circuito (Fig. 4.29), é necessário em primeiro lugar representar o seu circuito equivalente AC (Fig. 4.30).

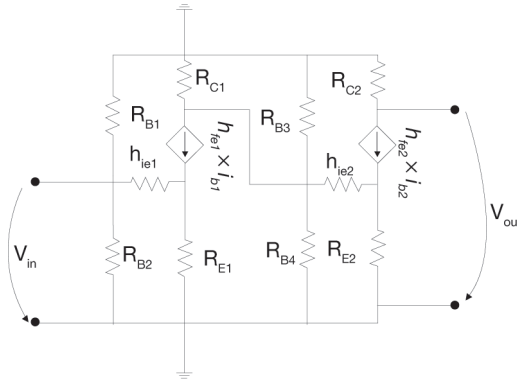


Fig. 4.30 Circuito AC equivalente do circuito amplificador da Fig. 4.29

Simplificando o circuito anterior, é possível obter uma representação mais adequada (Fig. 4.31).

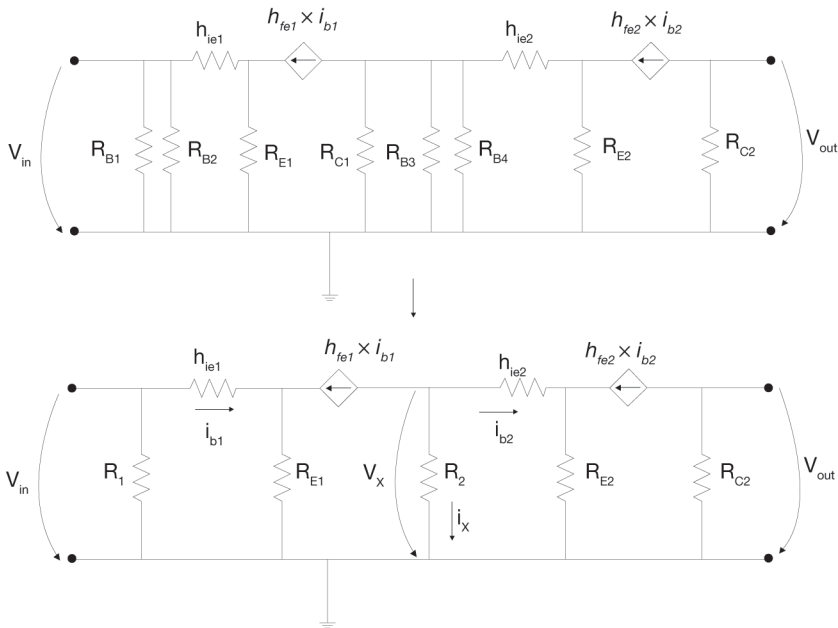


Fig. 4.31 Circuito AC simplificado do circuito amplificador da Fig. 4.29

A resistência R_1 resulta do paralelo da resistência R_{B1} com R_{B2} , enquanto que a resistência R_2 resulta do paralelo das resistências R_{C1} , R_{B4} e R_{B3} .

Através da análise do circuito representado na Fig. 4.31 é possível obter os parâmetros de análise do circuito amplificador: Z_{in} , Z_{out} e G_v e G_r .

Seguidamente calcula-se G_V :

$$G_V = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{-(h_{fe2} \times I_{b2}) \times R_{C2}}{I_{b1} \times h_{ie1} + I_{b1} \times (1 + h_{fe1}) \times R_{E1}} \quad (4.36)$$

De seguida é necessário relacionar i_{b1} com i_{b2} , para tal iremos usar os ramos: ramo₁ e ramo₂.

$$\begin{aligned} & \begin{cases} \text{ramo}_1: V_X = I_X \times R_2, I_X + h_{fe1} \times I_{b1} + I_{b2} = 0 \\ \text{ramo}_2: V_X = I_{b2} \times h_{ie2} + I_{b2} \times (1 + h_{fe2}) \times R_{E2} \end{cases} \Rightarrow \\ & \Rightarrow I_{b2} \times h_{ie2} + I_{b2} \times (1 + h_{fe2}) \times R_{E2} = -(h_{fe1} \times I_{b1} + I_{b2}) \times R_2 \Rightarrow \\ & \Rightarrow I_{b2} \times (h_{ie2} + (1 + h_{fe2}) \times R_{E2} + R_2) = -h_{fe1} \times I_{b1} \times R_2 \Rightarrow \\ & \Rightarrow \frac{I_{b1}}{I_{b2}} = -\frac{(h_{ie2} + (1 + h_{fe2}) \times R_{E2} + R_2)}{h_{fe1} \times R_2} \end{aligned} \quad (4.37)$$

Finalmente usando (4.36) e (4.37) é possível calcular o ganho de tensão:

$$\begin{aligned} G_V &= \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{(h_{fe2} \times I_{b2}) \times R_{C2}}{(h_{ie1} + (1 + h_{fe1}) \times R_{E1}) \times \left(\frac{(h_{ie2} + (1 + h_{fe2}) \times R_{E2} + R_2)}{h_{fe1} \times R_2} \right) \times I_{b2}} \\ G_V &\cong \frac{h_{fe2} \times R_{C2}}{(h_{ie1} + h_{fe1} \times R_{E1}) \times \left(\frac{(h_{ie2} + h_{fe2} \times R_{E2} + R_2)}{h_{fe1} \times R_2} \right)}, \text{ pois } h_{fe1} \gg 1 \text{ e } h_{fe2} \gg 1 \end{aligned} \quad (4.38)$$

Considerando os seguintes pressupostos é possível simplificar a expressão anterior:

$$\begin{aligned} h_{ie1} &\cong h_{ie2} \cong h_{ie} \\ h_{fe1} &\cong h_{fe2} \cong h_{fe} \\ h_{ie} &\ll R_{E2} \times h_{fe} \\ h_{ie} &\ll R_{E1} \times h_{fe} \\ R_2 &\ll R_{E2} \times h_{fe} \end{aligned}$$

Então, a equação anterior pode ser simplificada:

$$G_v = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R_2 \times R_{C2}}{R_{E1} \times R_{E2}} \cong \frac{R_{C1} \times R_{C2}}{R_{E1} \times R_{E2}}, \text{ pois } R_{C1} \ll R_{B3} // R_{B4} \quad (4.39)$$

Para o cálculo da impedância de entrada, é necessário calcular a amplitude da corrente de entrada, I_{in} :

$$I_{in} \cong \frac{V_{in}}{R_1} + I_{b1} = \frac{V_{in}}{R_1} + \frac{V_{in}}{h_{ie1} + R_{E1} \times (h_{fe1} + 1)} \quad (4.40)$$

Deste modo, é possível calcular Z_{in} :

$$Z_{in} = \frac{V_{in}}{I_{in}} = \frac{V_{in}}{\frac{V_{in}}{R_1} + \frac{V_{in}}{h_{ie1} + R_{E1} \times (h_{fe1} + 1)}} = R_1 // (h_{ie1} + R_{E1} \times (h_{fe1} + 1)) \quad (4.41)$$

Considerando as aproximações anteriores é possível simplificar Z_{in} :

$$Z_{in} = R_1 // (R_{E1} \times h_{fe}) \quad (4.42)$$

Para calcular a impedância de saída é necessário aplicar um sinal de teste à saída e curto-circuitar a entrada e calcular Z_{out} (Fig. 4.32).

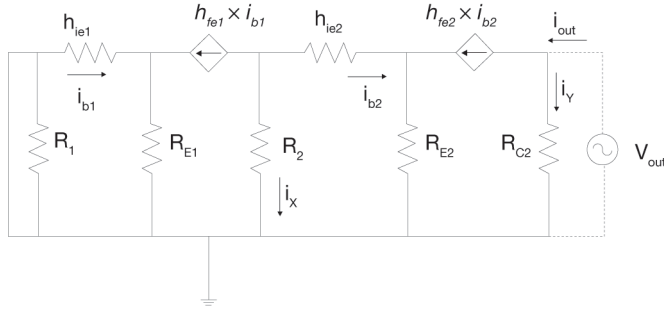


Fig. 4.32 Circuito utilizado para calcular a impedância de saída do amplificador representado na Fig. 4.29

Usando a figura anterior, é possível escrever:

$$\begin{cases} Z_{out} = \frac{V_{out}}{I_{out}} \\ I_{out} = I_Y + h_{fe} \times I_{b2} \Rightarrow Z_{out} = \frac{V_{out}}{\frac{V_{out}}{R_{C2}} + h_{fe} \times I_{b2}} = \frac{V_{out}}{\frac{V_{out}}{R_{C2}}} = R_{C2} \\ I_{b1} = 0 \Rightarrow I_{b2} = 0 \end{cases} \quad (4.43)$$

A corrente i_{C2} é igual a zero pois a entrada encontra-se em curto-circuito logo, tanto i_{b1} , como i_{b2} são nulas. Para o cálculo de G_i temos:

$$G_i = \frac{I_{out}}{I_{in}} = \frac{h_{fe2} \times I_{b2}}{\frac{V_{in}}{R_1} + I_{b1}} = \frac{h_{fe2} \times I_{b2}}{\left(\frac{(h_{ie1} + R_{E1} \times (h_{fe1} + 1))}{R_1} + 1 \right) \times I_{b1}} \quad (4.44)$$

Recorrendo à relação (4.37) é possível escrever:

$$G_i = - \frac{h_{fe2}}{\left(\frac{(h_{ie1} + R_{E1} \times (h_{fe1} + 1))}{R_1} + 1 \right) \times \frac{(h_{ie2} + (1 + h_{fe2}) \times R_{E2} + R_2)}{h_{fe1} \times R_2}} \quad (4.45)$$

Considerando as aproximações anteriores é possível simplificar G_i :

$$G_i = - \frac{R_1 \times R_2}{R_{E1} \times R_{E2}} \cong - \frac{(R_{B1} // R_{B2}) \times R_{C1}}{R_{E1} \times R_{E2}} \quad (4.46)$$

O cálculo do ganho do circuito da Fig. 4.29 pode ser efetuado através da análise individual de cada estágio, ou seja, o ganho do amplificador da Fig. 4.29 é resultado do produto dos ganhos individuais de cada um dos andares (Fig. 4.33). Assim, considerando individualmente cada um dos estágios, é possível chegar à equação (4.46).

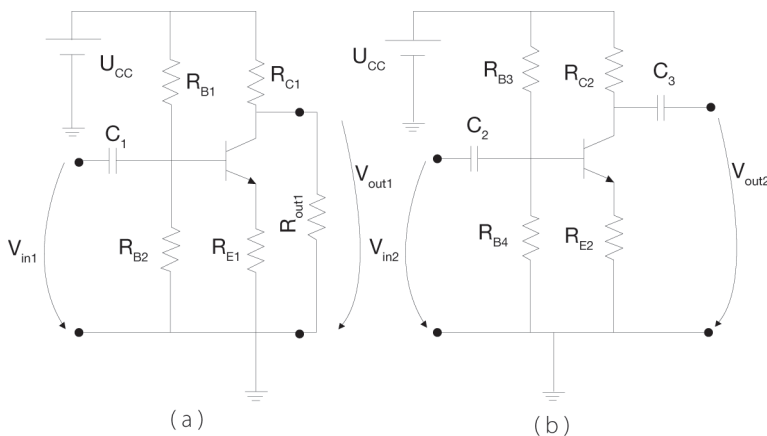


Fig. 4.33 Andares do Circuito amplificador da Fig. 4.29: (a) primeiro andar e (b) segundo andar

Através da análise das Figs. 4.29 e 4.33 facilmente se pode concluir que a impedância de carga do primeiro andar (R_{out1}) é igual à resistência de entrada do segundo andar (R_{in2}).

Assim, recorrendo à equação (4.32), a qual representa o ganho de um circuito amplificador com um único estágio baseado no circuito de polarização por divisor de tensão, é possível calcular o ganho dos circuitos da Fig. 4.33. Assim, para o primeiro estágio o ganho é de:

$$G_{V1} = \frac{V_{out1}}{V_{in1}} = \frac{-h_{fe1} \times (R_{C1} // R_{out1})}{h_{ie1} + R_{E1} \times (h_{fe1} + 1)} \cong \frac{-(R_{C1} // R_{out1})}{R_{E1}} \quad (4.47)$$

Para o segundo estágio o ganho é de:

$$G_{V2} = \frac{V_{out2}}{V_{in2}} = \frac{-h_{fe2} \times R_{C2}}{h_{ie2} + R_{E2} \times (h_{fe2} + 1)} \cong \frac{-R_{C2}}{R_{E2}} \quad (4.48)$$

Para calcular R_{out1} pode-se utilizar a expressão (4.33):

$$\begin{aligned} R_{out1} = R_{in2} &= \frac{V_{in2}}{I_{in2}} = \frac{V_{in2}}{\frac{V_{in2}}{R_{B3} // R_{B4}} + \frac{V_{in2}}{(h_{ie2} + R_{E2} \times (h_{fe2} + 1))}} \Rightarrow \\ \Rightarrow R_{out1} &= R_{B3} // R_{B4} // (h_{ie2} + R_{E2} \times (h_{fe2} + 1)) \cong R_{B3} // R_{B4} // (R_{E2} \times h_{fe2}) \end{aligned} \quad (4.49)$$

Assim, é possível determinar o ganho total de ambos os andares, G_V :

$$G_V = G_{V1} \times G_{V2} = \frac{-R_{C2}}{R_{E2}} \times \frac{-(R_{C1} // R_{out1})}{R_{E1}} \quad (4.50)$$

Considerando que:

$$R_{out1} \gg R_{C1} \Rightarrow G_V = \frac{R_{C2}}{R_{E2}} \times \frac{R_{C1}}{R_{E1}} \quad (4.51)$$

Note que as aproximações utilizadas em ambas as análises são iguais: $R_2 = R_{B3} // R_{B4} // R_{E2} \times h_{fe2} \gg R_{C1}$, $h_{ie2} \ll R_{E2} \times h_{fe2}$ e $h_{ie1} \ll R_{E1} \times h_{fe1}$.

Desta forma foi possível chegar ao mesmo resultado: (4.39) e (4.51).

Exercício 4.5

Considere o circuito da Fig. 4.29, em que $R_{B1} = 400 \text{ k}\Omega$, $R_{B2} = 100 \text{ k}\Omega$, $R_{B3} = 300 \text{ k}\Omega$, $R_{B4} = 100 \text{ k}\Omega$, $R_{C1} = 1.5 \text{ k}\Omega$, $R_{E1} = 1 \text{ k}\Omega$, $R_{C2} = 2 \text{ k}\Omega$, $R_{E2} = 0.5 \text{ k}\Omega$.

Considere que a amplitude do sinal de entrada $V_{in} = 10 \text{ mV}$ e que $h_{fe} = 100$ e $h_{ie} = 1000 \Omega$.

Calcule:

- A amplitude do sinal de saída.
- A impedância de entrada e saída.
- Calcule o *PFR* de ambos os transistores (Considere: $V_{BE} = 0.6 \text{ V}$, $\beta = 100$, $V_{CC} = 24 \text{ V}$).

Resolução:

$$\text{a) } G_V = \frac{V_{out}}{V_{in}} \cong \frac{R_{C2}}{R_{E2}} \times \frac{R_{C1}}{R_{E1}} = \frac{2000 \times 1500}{500 \times 1000} = 6 \Rightarrow V_{out} = 6 \times V_{in} = 60 \text{ mV}$$

Note que: $R_{out} \gg R_{C1}$, $R_{out} = R_{B3} // R_{B4} // R_{E2} \times h_{fe}$ ($h_{fe} = 100$) e $h_{ie} \ll h_{fe} \times R_E$ ($h_{ie} = 1000 \Omega$)

$$\text{b) } Z_{in} = R_1 // (R_{E1} \times h_{fe}) = (R_{B1} // R_{B2}) // (R_{E1} \times h_{fe}) = 80 \text{ k}\Omega // 100 \text{ k}\Omega \cong 44.4 \text{ k}\Omega$$

$$Z_{out} = R_{C2} = 2 \text{ k}\Omega$$

- Para calcular o *PFR* de ambos os transistores é necessário obter o equivalente de *Thevenin* correspondente a ambos os andares. Assim,

- Relativamente ao primeiro andar, o equivalente de *Thevenin* é:

$$\begin{cases} R_{th} = R_{B1} // R_{B2} = 400 \text{ k}\Omega // 100 \text{ k}\Omega = 80 \text{ k}\Omega \\ V_{th} = \frac{R_{B2} \times V_{CC}}{R_{B1} + R_{B2}} = \frac{100 \text{ k}\Omega \times 24}{100 \text{ k}\Omega + 400 \text{ k}\Omega} = 4.8 \text{ V} \end{cases}$$

- Relativamente ao segundo andar, o equivalente de *Thevenin* é:

$$\begin{cases} R_{th} = R_{B3} // R_{B4} = 300 \text{ k}\Omega // 100 \text{ k}\Omega = 75 \text{ k}\Omega \\ V_{th} = \frac{R_{B4} \times V_{CC}}{R_{B3} + R_{B4}} = \frac{100 \text{ k}\Omega \times 24}{100 \text{ k}\Omega + 300 \text{ k}\Omega} = 6 \text{ V} \end{cases}$$

- Em seguida, calcula-se o *PFR* de ambos os transistores:

$$\begin{cases} I_E = I_B + I_C \\ I_C = \beta \times I_B \\ V_{th} = R_{th} \times I_B + V_{BE} + R_E \times I_E \\ V_{CC} = R_C \times I_C + V_{CE} + R_E \times I_E \end{cases}$$

O *PFR* do transistor do primeiro andar
= (18.18 V, 2.32 mA).

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & -\beta & 0 & 0 \\ 0 & R_{th} & R_E & 0 \\ R_C & 0 & R_E & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_C \\ I_B \\ I_E \\ V_{CE} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ V_{th} - V_{BE} \\ V_{CC} \end{bmatrix}$$

O *PFR* do transistor do segundo andar
= (13.32 V, 4.30 mA).

4.7 Como Aumentar o Ganho de Circuitos Amplificadores em Cascata

Como foi referido nas primeiras secções deste capítulo, é indispensável que o *PFR* do circuito amplificador seja o mais estável possível, para o efeito recorre-se ao circuito de polarização do divisor de tensão. O ganho deste circuito é fortemente condicionado pelos valores de R_E e R_C . Sendo que ambos determinam igualmente o *PFR* do transistor.

$$G_v = -\frac{h_{fe} \times R_C}{h_{ie} + R_E \times (h_{fe} + 1)} \cong -\frac{R_C}{R_E} \quad (4.52)$$

Deste modo, para se conseguir um *PFR* estável, o ganho do circuito amplificador diminui consideravelmente. Para aumentar o ganho recorre-se a condensadores de desvio. O condensador de desvio tem como função anular o efeito da resistência R_E sobre a componente AC do sinal de entrada.

O circuito da Fig. 4.34 permite aumentar consideravelmente o ganho do circuito amplificador em cascata (desde que a condição 4.16 seja respeitada), mantendo o *PFR* estável (os condensadores de desvio não têm qualquer influência no comportamento DC do circuito amplificador).

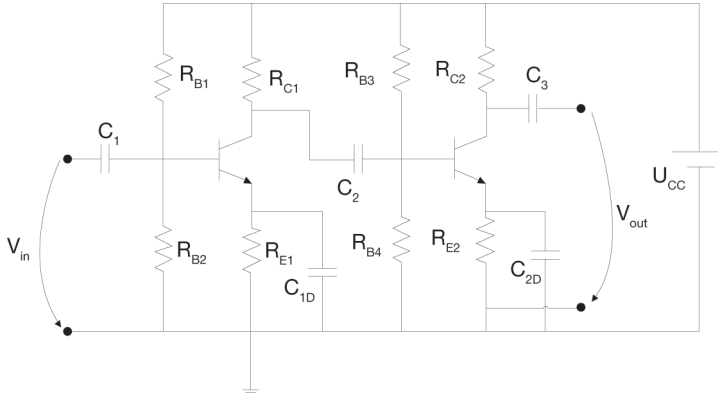
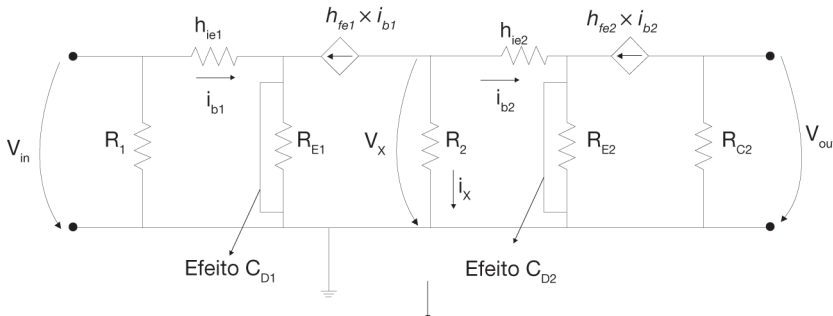


Fig. 4.34 Circuito amplificador com dois andares, baseados no circuito de polarização por divisor de tensão, com condensadores de desvio

A principal função dos condensadores de desvio C_{1D} e C_{2D} consiste em aumentar o ganho do circuito amplificador como será demonstrado em seguida.

Na Fig. 4.35 é possível observar o equivalente AC do circuito da Fig. 4.34, a partir do qual se pode calcular o ganho de tensão:



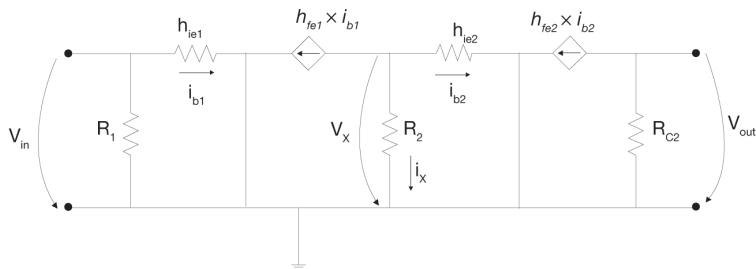


Fig. 4.35 Circuito AC equivalente do circuito amplificador da Fig. 4.34

Através da observação do circuito anterior é possível determinar G_v :

$$\left\{ \begin{aligned} G_v &= \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{-h_{fe2} \times R_{C2} \times I_{b2}}{h_{ie1} \times I_{b1}} = \frac{h_{fe2} \times R_{C2}}{h_{ie1} \times \frac{R_2 + h_{ie2}}{h_{fe1} \times R_2}} \\ \left\{ \begin{aligned} V_X &= I_X \times (R_{C1} // R_{B3} // R_{B4}) = (-I_{b2} - h_{fe1} \times I_{b1}) \times R_2 \Rightarrow \frac{I_{b1}}{I_{b2}} = -\frac{R_2 + h_{ie2}}{R_2 \times h_{fe1}} \\ V_X &= h_{ie2} \times I_{b2} \end{aligned} \right. \end{aligned} \right. \quad (4.53)$$

Utilizando as aproximações consideradas na secção anterior, pode-se simplificar o valor do ganho:

$$G_v = \frac{h_{fe} \times R_{C2}}{h_{ie} \times \frac{R_{C1} + h_{ie}}{h_{fe} \times R_{C1}}} = \frac{h_{fe}^2 \times R_{C2} \times R_{C1}}{h_{ie} \times (R_{C1} + h_{ie})} \quad (4.54)$$

Através da comparação das expressões (4.51) e (4.54), facilmente se pode concluir que o ganho de tensão aumenta significativamente.

Importa, no entanto, referir que o efeito do condensador em circuitos reais pode influenciar o valor do ganho (4.54). Deste modo, é fundamental escolher um valor de capacidade que permita que a impedância do condensador seja bastante inferior ao valor resistência que se encontra em paralelo, respeitando a condição 4.16. Se o valor da capacidade for bem determinado, a influência da impedância do condensador é bastante reduzida, e o ganho do circuito da Fig. 4.34 é bastante superior ao do circuito representado na Fig. 4.29.

No que respeita à impedância de entrada é possível escrever:

$$Z_{in} = \frac{V_{in}}{I_{in}} = \frac{V_{in}}{\frac{V_{in}}{R_{B1} // R_{B2}} + \frac{V_{in}}{h_{ie1}}} = R_{B1} // R_{B2} // h_{ie1} \cong h_{ie1} \Rightarrow Z_{in} \cong h_{ie} \text{ (aproximação)} \quad (4.55)$$

No que respeita à impedância de saída é possível escrever:

$$Z_{out} = \frac{V_{out}}{I_{out}} = \frac{V_{out}}{h_{fe2} \times i_{b2} + \frac{V_{in}}{R_{C2}}} = R_{C2} \quad (4.56)$$

pois $i_{b2}=0$.

Pode-se, então, concluir que a impedância de saída se manteve, já a impedância de entrada diminuiu, o que se pode revelar um problema, em particular, nos primeiros estágios de circuitos amplificadores, onde a potência do sinal é bastante baixa.

Para o cálculo de G_i temos:

$$G_i = \frac{I_{out}}{I_{in}} = \frac{h_{fe2} \times I_{b2}}{I_{b1} + \frac{V_{in}}{R_{B1} // R_{B2}}} = \frac{h_{fe2} \times I_{b2}}{I_{b1} + \frac{h_{ie1} \times I_{b1}}{R_{B1} // R_{B2}}} = \frac{h_{fe2}}{\left(1 + \frac{h_{ie1}}{R_{B1} // R_{B2}}\right) \times \left(-\frac{R_2 + h_{ie2}}{R_2 \times h_{fe1}}\right)} \quad (4.57)$$

Considerando que: $R_{B1} // R_{B2} \gg h_{ie1}$ e $h_{fe1} = h_{fe2} = h_{fe}$ é possível simplificar (4.57):

$$G_i = -\frac{h_{fe} \times R_2 \times h_{fe1} \times R_1}{(R_1 + h_{ie1}) \times (R_2 + h_{ie2})} \cong -\frac{h_{fe}^2 \times R_2 \times R_1}{(R_1 + h_{ie}) \times (R_2 + h_{ie})} \cong -\frac{h_{fe}^2 \times R_{C1}}{(R_{C1} + h_{ie})} \quad (4.58)$$

Pode-se concluir que o ganho de corrente aumentou igualmente.

No entanto, os parâmetros h_{ie} e h_{fe} dos transístores modificam-se com a temperatura e com o transístor. Assim, caso seja necessário substituir um ou os dois transístores ou a temperatura ambiente variar, o valor do ganho será modificado como se pode concluir a partir de (4.58).

Para se conseguir alcançar simultaneamente estabilidade e um ganho elevado é necessário conceber um circuito que possua condensadores de desvio, mas simultaneamente uma pequena resistência no emissor que permita realizar a realimentação negativa que compense variações de h_{fe} e h_{ie} (Fig. 4.36).

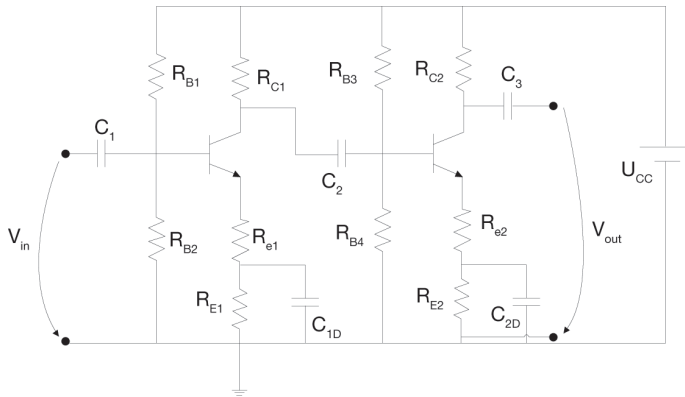


Fig. 4.36 Circuito amplificador com dois andares, baseados no circuito de polarização por divisor de tensão, com condensadores de desvio e realimentação negativa

Utilizando a Fig. 4.36 é possível construir o circuito equivalente AC e através deste calcular os seus parâmetros: Z_{in} , Z_{out} e G_v e G_i .

$$G_v \cong \frac{R_{C1} \times R_{C2}}{R_{e1} \times R_{e2}}, \text{ se } R_{C1} \ll R_{B3} // R_{B4} \quad (4.59)$$

$$Z_{in} = R_1 // \left(h_{ie1} + R_{e1} \times (h_{fe1} + 1) \right) \quad (4.60)$$

$$Z_{out} = R_{C2} \quad (4.61)$$

$$G_i \cong -\frac{R_1 \times R_{C1}}{R_{e1} \times R_{e2}}, \text{ se } R_{C1} \ll R_{B3} // R_{B4} \text{ e } R_1 = R_{B1} // R_{B2} \quad (4.62)$$

4.8 Transístor PNP

Como foi referido no início deste capítulo um transístor *PNP* é composto por duas camadas do tipo *P* e outra do tipo *N*, como se pode observar na Fig. 4.37. Na realidade podem-se observar duas junções que representam dois díodos refletidos: o díodo emissor e o díodo coletor. No entanto, no caso do transístor *PNP* o terminal comum de ambos os díodos é o cátodo, enquanto no transístor *NPN* é o ânodo.

O princípio de funcionamento do transístor *PNP* é semelhante ao do transístor *NPN*, diferindo apenas no que respeita aos portadores maioritários, que são as lacunas, visto que o emissor é um semiconductor do tipo *P*.

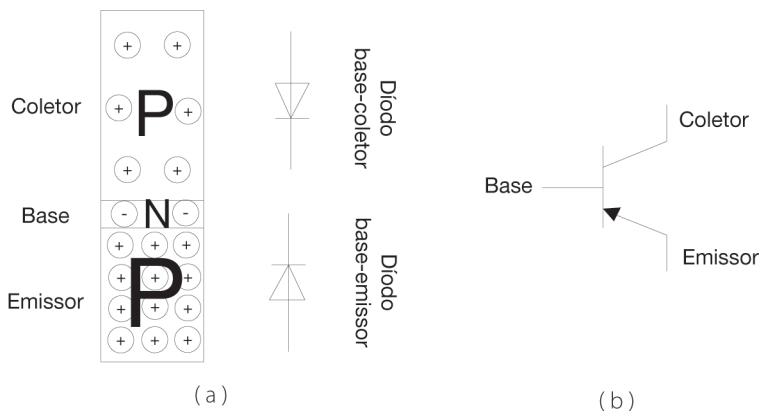


Fig. 4.37 Transístor *PNP* (a) estrutura, (b) símbolo

Para que um transístor bipolar (*NPN* ou *PNP*) conduza é necessário que o díodo emissor esteja diretamente polarizado e o díodo do coletor inversamente polarizado. No entanto, para que tal se verifique, a polaridade das fontes de tensão que excitam as junções dos transístores diferem com o tipo de transístor (Fig. 4.38).

Assim no caso do transistor *PNP*, quando o diodo emissor conduz ($V_{BE} < -V_Y$ ²⁷) verifica-se um movimento de lacunas para a base, estas facilmente anulam os poucos eletrões em excesso que existem inicialmente na base. Se entretanto for aplicada uma tensão de algumas centenas *milivolts* entre o emissor e o coletor, verifica-se que o terminal negativo da fonte V_{CC} irá atrair as lacunas que se encontram em excesso na base, e o transistor passa a conduzir.

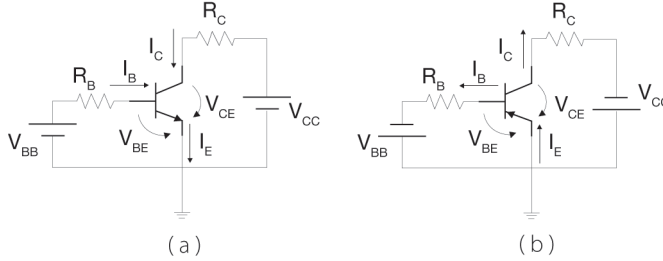


Fig. 4.38 Polarização do Transistor BJT: (a) *NPN* e (b) *PNP*

Quanto mais lacunas forem injetadas na base, mais lacunas poderão ser recolhidas pela fonte V_{CC} , desde que o transistor se encontre a operar na região de saturação.

O transistor *PNP*, da mesma forma que o transistor *NPN*, pode operar em três regiões: na região de saturação, na região de corte ou na região ativa. Caso opere na região ativa podem-se utilizar as mesmas equações que se aplicam ao transistor *NPN* (se forem respeitados os sentidos das correntes indicados na Fig. 4.38).

$$\begin{cases} I_C = \beta \times I_B \\ I_E = I_C + I_B \end{cases} \quad (4.63)$$

No entanto, como o diodo emissor possui o ânodo do lado do emissor e o cátodo do lado da base, a tensão base-emissora, V_{BE} :

$$V_{BE} = -V_Y \quad (4.64)$$

Deste modo, é possível obter o *PFR* do transistor presente no circuito da Fig. 4.38b recorrendo às equações (4.63), a condição (4.64) e às equações de malha que se apresentam em seguida:

$$\begin{cases} V_{CC} - R_C \times I_C + V_{CE} = 0 \\ V_{BB} - R_B \times I_B + V_{BE} = 0 \end{cases} \quad (4.65)$$

Pode-se então concluir que a análise em corrente contínua de um circuito amplificador com transistores *PNP* é em tudo semelhante à análise de um circuito com transistores *NPN*, diferindo apenas os sentidos das correntes e o facto da tensão V_{BE} ser negativa.

²⁷ V_Y representa a tensão de arranque do diodo emissor

A análise em sinal, ou em corrente alternada de um circuito amplificador com transístores *PNP* é semelhante à análise de um circuito amplificador com transístores *NPN*, podendo-se utilizar o mesmo modelo AC para modelizar o comportamento do transístor *PNP*.

Suponha que se pretende calcular o ganho de tensão do circuito da Fig. 4.39.

Num primeiro passo é necessário obter o circuito equivalente AC, para o efeito devem-se substituir os condensadores e as fontes de tensão DC por um curto-circuito. Simultaneamente deve-se substituir o símbolo do transístor pelo modelo *híbrido* equivalente. Deste modo, obtém-se o equivalente AC representado na Fig. 4.40.

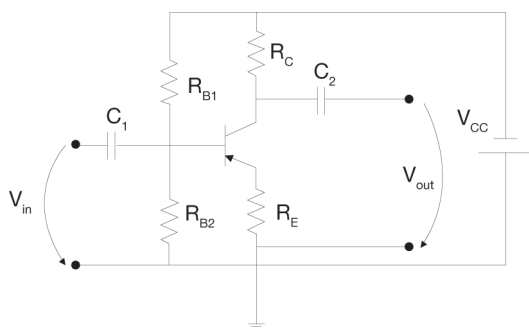


Fig. 4.39 Circuito amplificador com um transístor *PNP* baseado na montagem de polarização da base por divisor de tensão

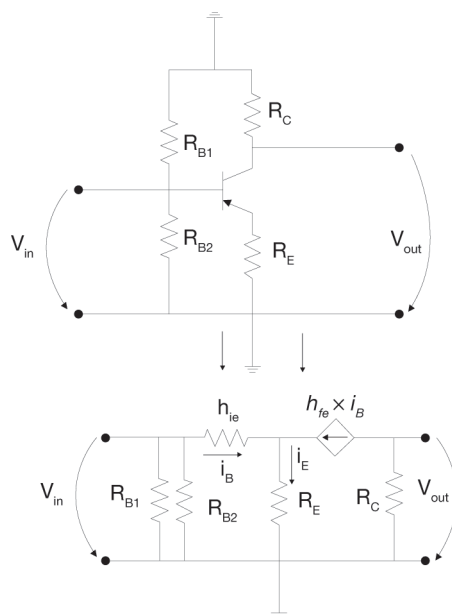


Fig. 4.40 Circuito AC equivalente do amplificador representado na Fig. 4.39

O ganho de tensão pode ser obtido através da equação:

$$G_V = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R_C \times (-h_{fe} \times I_B)}{h_{ie} \times I_B + R_E \times (h_{fe} + 1) \times I_B} = \frac{-R_C \times h_{fe}}{h_{ie} + R_E \times (h_{fe} + 1)} \cong \frac{-R_C}{R_E} \quad (4.66)$$

A impedância de entrada pode ser calculada através da equação:

$$Z_{in} = \frac{V_{in}}{I_{in}} = \frac{V_{in}}{\frac{V_{in}}{R_{B1} // R_{B2}} + \frac{V_{in}}{h_{ie} + R_E \times (h_{fe} + 1)}} = R_{B1} // R_{B2} // (h_{ie} + R_E \times (h_{fe} + 1)) \Rightarrow \quad (4.67)$$

$$Z_{in} \cong R_{B1} // R_{B2} // (R_E \times h_{fe})$$

A impedância de saída pode ser calculada através da equação:

$$Z_{out} = \frac{V_{out}}{I_{out}} = R_C, \text{ pois } I_B = 0 \quad (4.68)$$

Finalmente, o ganho de corrente pode ser obtido através da equação:

$$G_I = \frac{I_{out}}{I_{in}} = \frac{h_{fe} \times I_B}{I_B + \frac{V_{in}}{R_{B1} // R_{B2}}} = \frac{h_{fe} \times I_B}{I_B + \frac{h_{ie} \times I_B + R_E \times (h_{fe} + 1) \times I_B}{R_{B1} // R_{B2}}} \Rightarrow \quad (4.69)$$

$$G_I = \frac{h_{fe} \times (R_{B1} // R_{B2})}{R_{B1} // R_{B2} + h_{ie} + R_E \times (h_{fe} + 1)} \cong \frac{h_{fe} \times (R_{B1} // R_{B2})}{R_{B1} // R_{B2} + R_E \times h_{fe}}$$

4.9 Aplicações de Circuitos Amplificadores

Os circuitos amplificadores são muito utilizados em aplicações áudio, devido à sua capacidade de aumentar as formas de onda de tensão de entrada de forma muito precisa e com pouco ruído. Alguns equipamentos que utilizam com frequência estes circuitos são por exemplo: computadores, televisores, *CD-players*, altifalantes, entre outros.

O som é uma onda mecânica que se propaga num meio, como por exemplo, o ar ou a água. À medida que a onda sonora se propaga, as partículas do meio vibram mas, para que surja o som, é necessário uma fonte sonora como, por exemplo, as nossas cordas vocais. Quando o ar as atravessa, as cordas vocais vibram transferindo essa vibração para o meio e, deste modo, produzem um som. Podemos, então, concluir que as nossas cordas vocais emitem um som.

Mas da mesma forma que o ser humano foi equipado com a possibilidade de emitir sons, possui igualmente um equipamento que lhe permite perceber o som: o ouvido. O ouvido é um transdutor (sensor) que permite traduzir o som num sinal elétrico. Assim, numa primeira fase, converte as vibrações do ar em vibrações mecânicas (no tímpano), em seguida, estas vibrações são convertidas em impulsos elétricos que, por sua vez, são interpretados pelo nosso cérebro.

Os equipamentos de som funcionam de forma muito similar. Assim, um microfone converte o som (vibrações mecânicas) num sinal elétrico. Deste modo, recorre a um diafragma para converter as vibrações do ar numa onda mecânica, que por sua vez é traduzida num sinal elétrico através de uma bobina ou de um condensador.

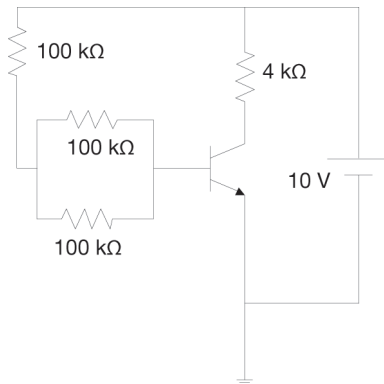
Um equipamento capaz de produzir som é o altifalante. O altifalante é composto por uma bobina acoplada a um íman permanente. A bobina encontra-se ligada a uma membrana assim, quando surge um sinal elétrico, a bobina produz um campo magnético que interage com o do íman permanente, provocando a vibração da membrana que, por sua vez, transfere essa vibração ao ar produzindo um som.

O papel dos circuitos amplificadores é crucial na conceção de aplicações áudio, pois a forma de onda da corrente emitida pelo microfone é muito pequena. Deste modo, é necessário aumentar a sua amplitude para que possa ser novamente reproduzida de forma audível através de um altifalante.

Convém, no entanto, referir que a construção de circuitos amplificadores para aplicações áudio requer um estudo mais profundo, em particular, a análise das diferentes classes de operação. Contudo, este tema não será objeto de estudo no presente texto.

Exercício 1

Considere o circuito da figura seguinte ($\beta=40$ e $V_{BE}=0.673$ V):

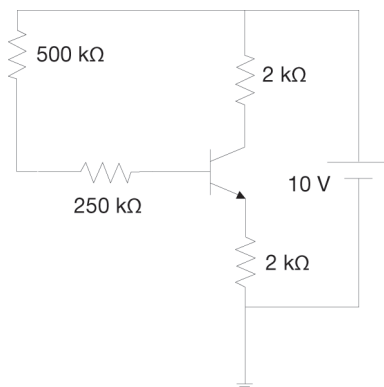


- Determine o *PFR*.
- Represente a reta de carga do circuito.
- Indique em que região se encontra a operar o transistor.
- Indique o ponto de máxima excursão simétrica.

Exercício 2

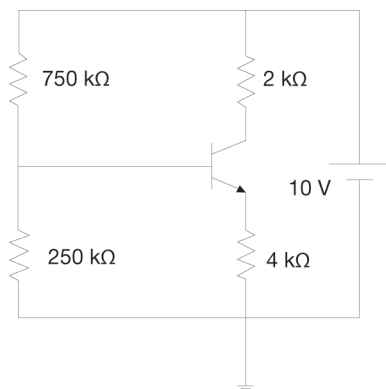
Considere o circuito da figura seguinte ($\beta=160$ e $V_{BE}=0.654$ V):

- Determine o *PFR*.
- Represente a reta de carga do circuito.
- Indique em que região se encontra a operar o transistor.
- Indique o ponto de máxima excursão simétrica.



Exercício 3

Considere o circuito da figura seguinte ($\beta=144$ e $V_{BE}=0.616$ V):

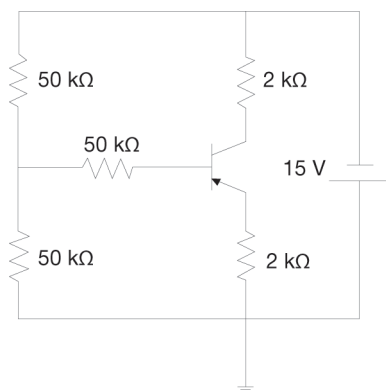


- Determine o *PFR*.
- Represente a reta de carga do circuito.
- Indique em que região se encontra a operar o transistor.
- Indique o ponto de máxima excursão simétrica.

Exercício 4

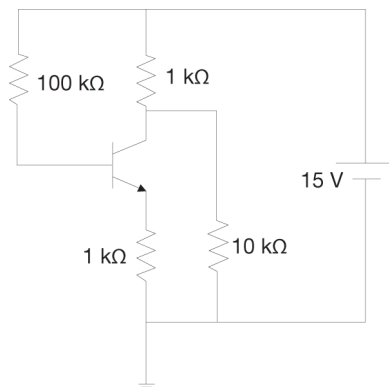
Considere o circuito da figura seguinte ($\beta=228$ e $V_{BE}=-0.753$ V):

- Determine o *PFR*.

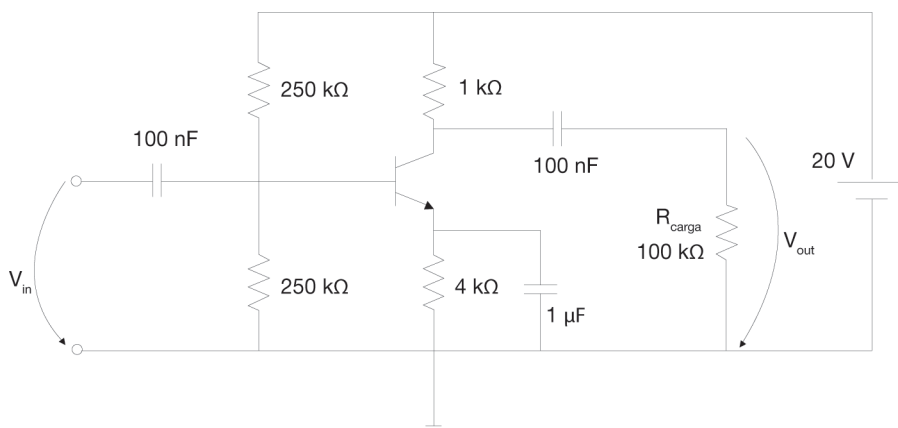
**Exercício 5**

Considere o circuito da figura seguinte ($\beta=98$ e $V_{BE}=0.7$ V):

- Determine o *PFR*.
- Refira-se à estabilidade do circuito.

**Exercício 6**

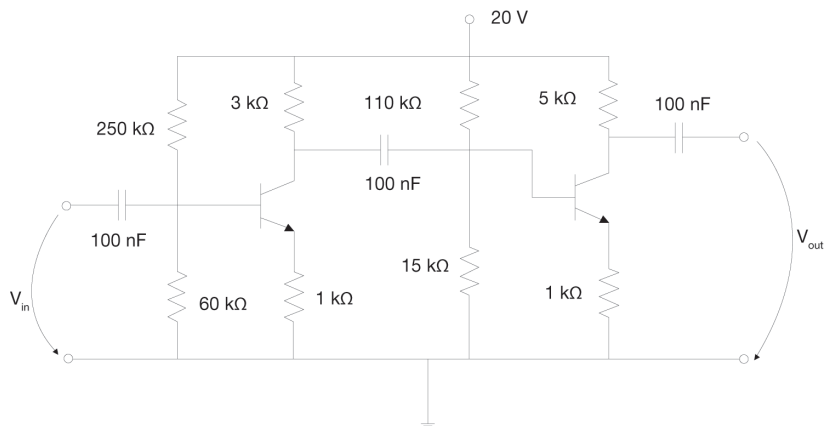
Considere o circuito amplificador representado na figura seguinte:



- Determine o *PFR* do circuito ($\beta=175$ e $V_{BE}=0.661$ V).
- Determine o ganho de tensão do circuito amplificador ($h_{fe}=170$ e $h_{ie}=2322$ Ω).
- Retire o condensador de desvio e calcule novamente o ganho. Que conclusão pode retirar relativamente à função do condensador de desvio?
- Coloque novamente o condensador de desvio e substitua R_{carga} por uma resistência de 1 k Ω . Calcule novamente o ganho. Que conclusão pode tirar relativamente ao efeito da resistência de carga no ganho do amplificador?
- Determine a impedância de entrada e saída do circuito (Retire a resistência de carga).

Exercício 7

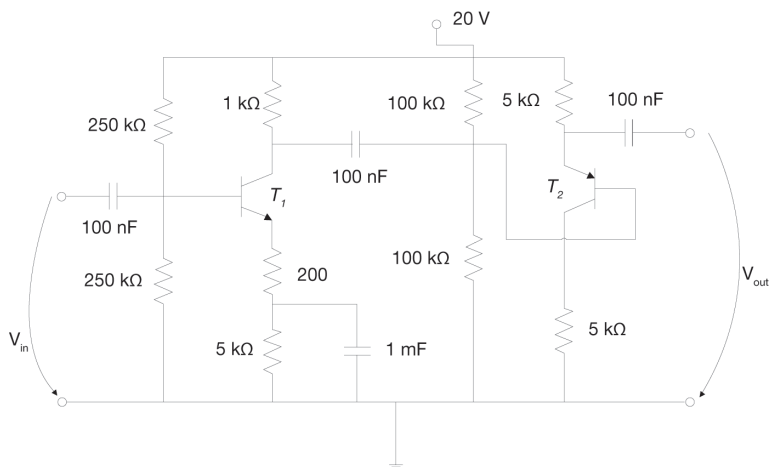
Considere o circuito amplificador representado na figura seguinte:



- Determine o ganho de tensão do circuito amplificador, considere para ambos os transistores que: $h_{fe}=100$ e $h_{ie}=1.2 \text{ k}\Omega$.
- Determine a impedância de entrada e saída do circuito amplificador.
- Calcule o ponto de funcionamento e repouso dos transistores. Considere para ambos os transistores que: $\beta=175$, $V_{BE}=0.65 \text{ V}$.

Exercício 8

Considere o circuito amplificador representado na figura seguinte:

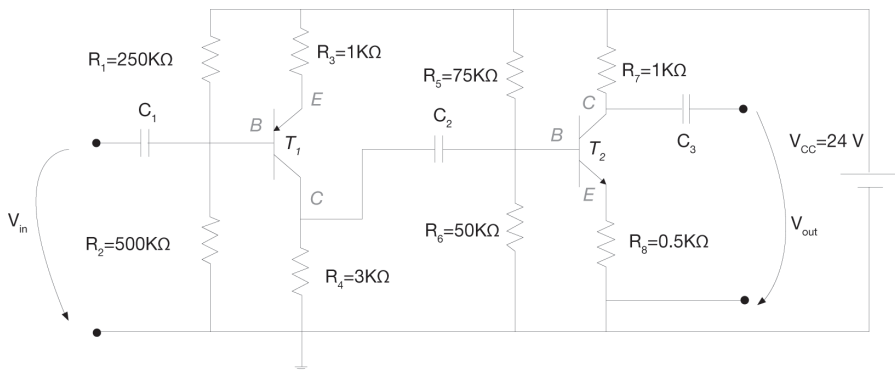


- Calcule o ponto de funcionamento e repouso dos transistores. Considere que: $T_1 \curvearrowright (\beta=172, V_{BE}=0.654 \text{ V})$, e $T_2 \curvearrowright (\beta=225, V_{BE}=-0.74 \text{ V})$.
- Determine o ganho de tensão do circuito amplificador. Considere que: $T_1 \curvearrowright (h_{fe}=166, h_{ie}=2963 \Omega)$, e $T_2 \curvearrowright (h_{fe}=90, h_{ie}=2500 \Omega)$.
- Determine a impedância de entrada e saída do circuito amplificador.

- d) Reposicione a saída (o terminal de saída ligado ao emissor do transistor T_2 pertencente ao segundo andar, e posicione-o junto ao coletor). Quais são os efeitos desta modificação?

Exercício 9

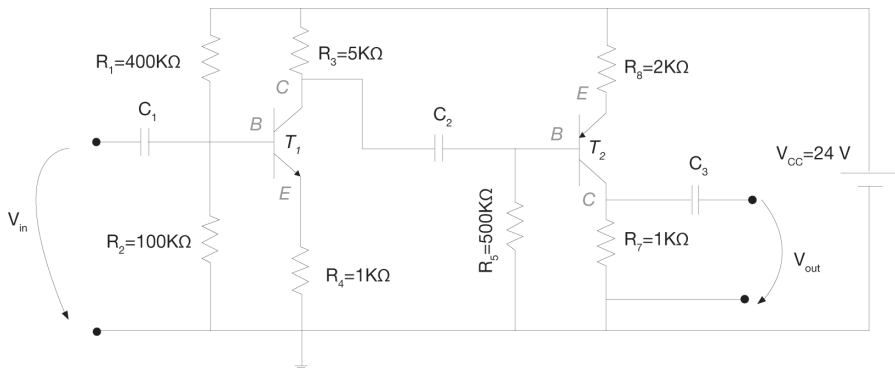
Considere o circuito amplificador representado na figura seguinte, em que $h_{ie}=100$, $h_{fe}=1000$ e $V_{\gamma}=0.6$ V (diodo emissor).



- Calcule o ponto de funcionamento e repouso dos transistores.
- Obtenha o modelo em sinal.
- Determine o ganho de tensão do circuito amplificador.
- Determine a impedância de entrada e saída do circuito amplificador.

Exercício 10

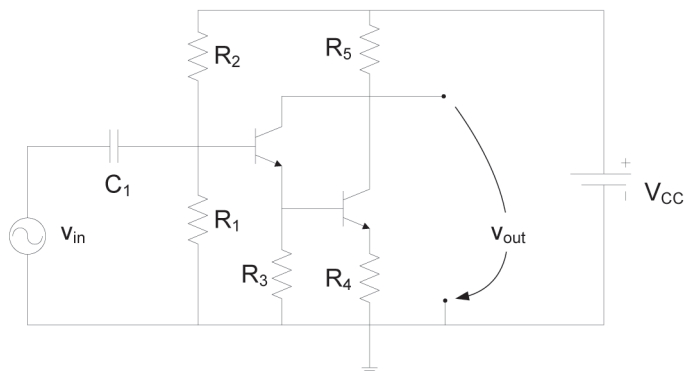
Considere o circuito amplificador representado na figura seguinte, em que $h_{ie}=100$, $h_{fe}=1000$ e $V_{\gamma}=0.6$ V (diodo emissor).



- Determine o ganho de tensão do circuito amplificador.
- Determine a impedância de entrada e saída do circuito amplificador.
- Reposicione a saída (o terminal de saída passa a estar ligado ao emissor do transistor T_2 que pertencente ao segundo andar). Determine a impedância de saída.
- Calcule o *PFR* do transistor T_2 .

Exercício 11

Considere o circuito da figura seguinte:



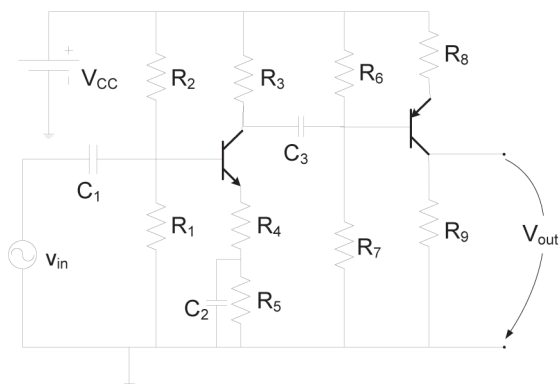
Em que as características:

- Dos transístores são: $V_{\gamma}=0.8\text{ V}$, $\beta=h_{fe}=100$ e $h_{ie}=1000\ \Omega$.
- Da tensão entrada, v_{in} , são: Amplitude 100 mV e frequência 10 kHz .
- $R_1=25\text{ k}\Omega$, $R_2=250\text{ k}\Omega$, $R_3=0.5\text{ k}\Omega$, $R_4=10\text{ k}\Omega$ e $R_5=5\text{ k}\Omega$.
- $V_{CC}=24\text{ V}$.

- a) Calcule o ganho de tensão do circuito.
- b) Calcule o *P.F.R* de ambos os transístores.
- c) Represente a evolução temporal da tensão de entrada, v_{in} , e de saída, v_{out} .
- d) Represente a característica de transferência do circuito.

Exercício 12

Considere o circuito da figura seguinte:

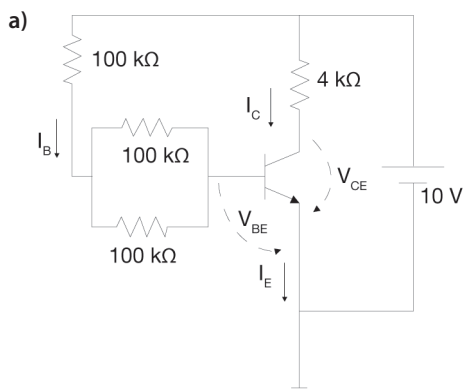


Em que as características:

- Dos transístores são: $V_V = 0.8\text{ V}$, $\beta = h_{fe} = 100$ e $h_{ie} = 1000\ \Omega$.
- Da tensão entrada, v_{in} , são: Amplitude 100 *milivolts* e frequência 100 *kHz*.
- $R_1 = R_2 = 250\text{ k}\Omega$, $R_3 = 4\text{ k}\Omega$, $R_4 = 0.5\text{ k}\Omega$, $R_5 = 4\text{ k}\Omega$, $R_6 = 100\text{ k}\Omega$, $R_7 = 300\text{ k}\Omega$, $R_8 = 5\text{ k}\Omega$, $R_9 = 2.5\text{ k}\Omega$ e $V_{CC} = 24\text{ V}$.

Represente a característica de transferência do circuito.

Exercício 1



$$\begin{cases} 10 = 150000 \times I_B + V_{BE} \\ 10 = 4000 \times I_C + V_{CE} \\ I_C + I_B = I_E \\ I_C = \beta \times I_B \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 150k & 0 \\ 4k & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -\beta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_C \\ I_E \\ I_B \\ V_{CE} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9.327 \\ 10 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow PFR \rightarrow (0.0512 V, 2.487 mA)$$

b) $10 = 4k \times I_C + V_{CE}$,

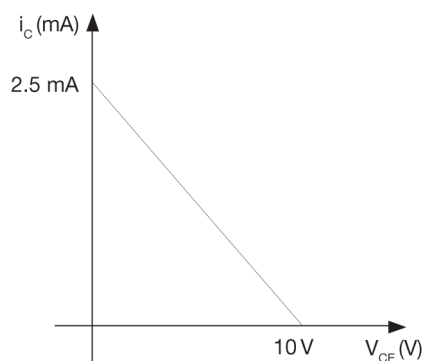
$$\begin{cases} \text{Saturação} \rightarrow V_{CE} = 0 \\ \text{Corte} \rightarrow I_C = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{Saturação} \rightarrow 10 = 4k \times I_C + 0 \\ \text{Corte} \rightarrow 10 = 0 + V_{CE} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{Saturação} \rightarrow I_C = \frac{10}{4k} = 2.5 mA \\ \text{Corte} \rightarrow V_{CE} = 10 V \end{cases}$$

Ponto de Saturação $\rightarrow (0 V, 2.5 mA)$

Ponto de Corte $\rightarrow (10 V, 0 mA)$



c) O transistor encontra-se a operar muito perto da região de saturação pois $V_{CE} \cong 0 V$.

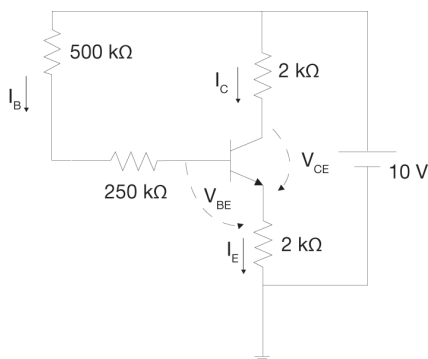
d) O ponto de máxima excursão simétrica corresponde ao ponto intermédio da reta de carga.

$$\begin{cases} \text{Saturação} \rightarrow I_{Csat} = \frac{10}{4k} = 2.5 mA \\ \text{Corte} \rightarrow V_{CEcor} = 10 V \end{cases}$$

Ponto de máxima excursão simétrica $\rightarrow \left(\frac{V_{CEcor}}{2}, \frac{I_{Csat}}{2} \right) \rightarrow (5 V, 1.25 mA)$

Exercício 2

a)



$$\begin{cases} 10 = 750000 \times I_B + V_{BE} + 2000 \times I_E \\ 10 = 2000 \times I_C + V_{CE} + 2000 \times I_E \\ I_C + I_B = I_E \\ I_C = \beta \times I_B \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 2k & 750k & 0 \\ 2k & 2k & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -\beta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_C \\ I_E \\ I_B \\ V_{CE} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9.346 \\ 10 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow PFR \rightarrow (4.4 V, 1.395 mA)$$

b)

$$10 = 2k \times I_C + V_{CE} + 2k \times I_E,$$

como, $I_C \cong I_E$, pois $I_B \ll I_C$, então:

$$10 \cong 2k \times I_C + V_{CE} + 2k \times I_C$$

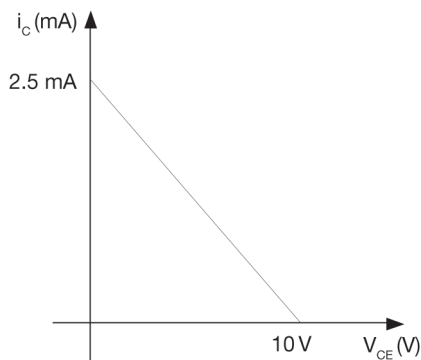
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Saturação} \rightarrow V_{CE} = 0 \\ \text{Corte} \rightarrow I_C = 0 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Saturação} \rightarrow 10 = 4k \times I_C + 0 \\ \text{Corte} \rightarrow 10 = 0 + V_{CE} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Saturação} \rightarrow I_C = \frac{10}{4k} = 2.5 mA \\ \text{Corte} \rightarrow V_{CE} = 10 V \end{array} \right.$$

$$\text{Ponto de Saturação} \rightarrow (0, 2.5 mA)$$

$$\text{Ponto de corte} \rightarrow (10 V, 0)$$



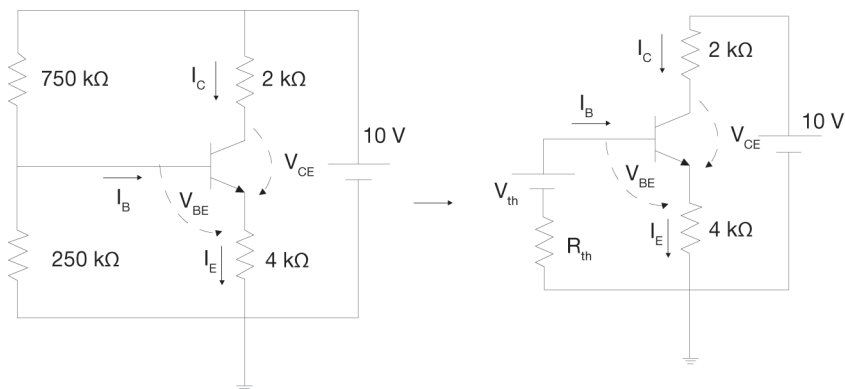
c) O transistor encontra-se a operar na região ativa.

d) O ponto de máxima excursão simétrica corresponde ao ponto intermédio da reta de carga.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Saturação} \rightarrow I_{Csat} = \frac{10}{4k} = 2.5 mA \\ \text{Corte} \rightarrow V_{CEcor} = 10 V \end{array} \right.$$

$$\text{Ponto de máxima excursão simétrica} \rightarrow \left(\frac{V_{CEcor}}{2}, \frac{I_{Csat}}{2} \right) \rightarrow (5 V, 1.25 mA)$$

Exercício 3



a) Primeiro passo → calcular o equivalente de *Thevenin* do circuito de polarização de base

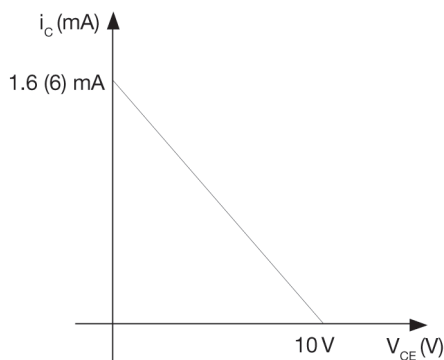
$$V_{th} = \frac{250k \times 10}{1000k} = 2.5 \text{ V}, R_{th} = 750k // 250k = \frac{1}{\frac{1}{750k} + \frac{1}{250k}} = 187.5 \text{ k}\Omega$$

$$\begin{cases} 10 = 2000 \times I_C + V_{CE} + 4000 \times I_E \\ 2.5 = 187500 \times I_B + V_{BE} + 4000 \times I_E \\ I_C = \beta \times I_B \\ I_C + I_B = I_E \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2k & 4k & 0 & 1 \\ 0 & 4k & 187.5k & 0 \\ 1 & 0 & -144 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_C \\ I_E \\ I_B \\ V_{CE} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 1.884 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow PFR \rightarrow (7.869 \text{ V}, 0.3535 \text{ mA})$$

b) $10 = 2k \times I_C + V_{CE} + 4k \times I_E \Rightarrow 10 \cong 2k \times I_C + V_{CE} + 4k \times I_C \Rightarrow 10 \cong 6k \times I_C + V_{CE}$

$$\begin{cases} \text{Ponto de saturação } (V_{CE} = 0) \rightarrow 10 \cong 6k \times I_C + 0 \Rightarrow I_C = \frac{10}{6k} = 1.66(6) \text{ mA} \\ \text{Ponto de corte } (I_C = 0) \rightarrow 10 \cong 0 + V_{CE} \Rightarrow V_{CE} = 10 \text{ V} \end{cases}$$

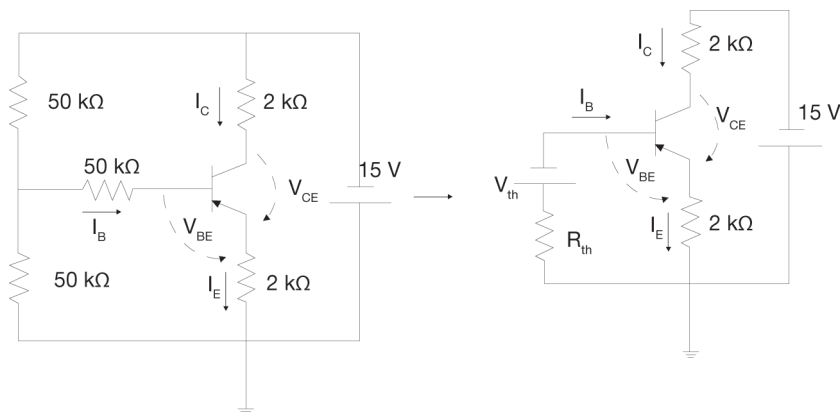


- c) O transistor encontra-se a operar na região ativa.
 d) O ponto de máxima excursão simétrica corresponde ao ponto intermédio da reta de carga.

$$\begin{cases} \text{Saturação} \rightarrow I_{Csat} = 1.66(6) \text{ mA} \\ \text{Corte} \rightarrow V_{CEcor} = 10 \text{ V} \end{cases}$$

$$\text{Ponto de máxima excursão simétrica} \rightarrow \left(\frac{V_{CEcor}}{2}, \frac{I_{Csat}}{2} \right) \rightarrow (5 \text{ V}, 0.833(3) \text{ mA})$$

Exercício 4



- a) Primeiro passo \rightarrow calcular o equivalente de *Thevenin* do circuito de polarização de base

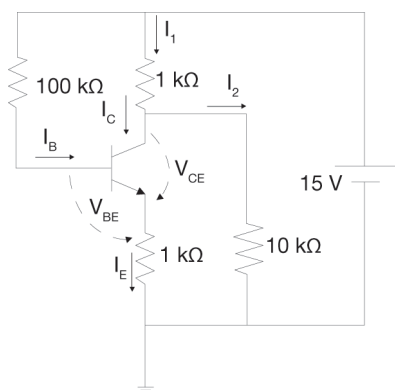
$$V_{th} = \frac{50k \times 15}{100k} = 7.5 \text{ V}, R_{th} = 50k + 50k // 50k = 50k + \frac{1}{\frac{1}{50k} + \frac{1}{50k}} = 75 \text{ k}\Omega$$

$$\begin{cases} -15 = 2000 \times I_C + V_{CE} + 2000 \times I_E \\ -7.5 = 75000 \times I_B + V_{BE} + 2000 \times I_E \\ I_C = \beta \times I_B \\ I_C + I_B = I_E \\ V_{BE} = -V_{\gamma} (PNP) = -0.753 \text{ V} \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2k & 2k & 0 & 1 \\ 0 & 2k & 75k & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -228 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_C \\ I_E \\ I_B \\ V_{CE} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -15 \\ -6.747 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow PFR \rightarrow (-3.43 \text{ V}, -2.886 \text{ mA})$$

Exercício 5

a)



$$\begin{cases} 15 = 1000 \times I_1 + 10000 \times I_2 \\ 15 = 100000 \times I_B + V_{BE} + 1000 \times I_E \\ 10000 \times I_2 = V_{CE} + 1000 \times I_E \\ I_C + I_B = I_E \\ I_C = \beta \times I_B \\ I_2 + I_C = I_1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1k & 10k \\ 0 & 1k & 100k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1k & 0 & 1 & 0 & -10k \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -98 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_C \\ I_E \\ I_B \\ V_{CE} \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ 14.3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow PFR \rightarrow (0.12 V, 7.0422 mA)$$

b) O circuito é estável, visto que:

$$V_{CC} = 100k \times I_B + V_{BE} + 1k \times I_E \Rightarrow 100k \times I_B = (V_{CC} - V_{BE}) - 1k \times I_E$$

$$\text{se } \beta \uparrow \Rightarrow I_C = \beta \times I_B \uparrow, \text{ no entanto } I_B \cong \frac{(V_{CC} - V_{BE}) - 1k \times I_C}{100k}$$

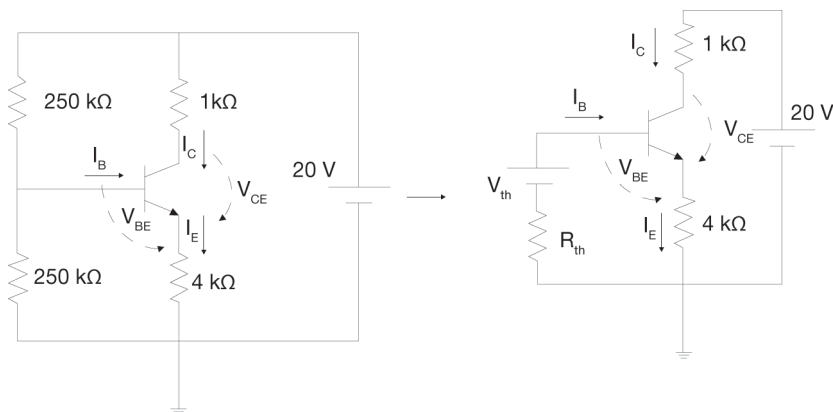
ou seja, $I_B \downarrow$, compensando o aumento de β Da mesma forma: se $\beta \downarrow \Rightarrow I_C = \beta \times I_B \downarrow$, no entanto,

$$\text{através de } I_B \cong \frac{(V_{CC} - V_{BE}) - 1k \times I_C}{100k} \Rightarrow \text{conclui-se que } I_B \uparrow$$

compensando a diminuição de β **Exercício 6**

a) Para calcular o PFR do transistor será necessário, antes de mais, obter o circuito equivalente DC. Para o efeito será utilizado o teorema da sobreposição, sendo apenas consideradas as contribuições das fontes de tensão contínuas. Além disso, os condensadores serão substituídos por um circuito aberto, pois em corrente contínua comportam-se como um circuito aberto se o efeito da corrente de fugas for desprezado.

Assim, o circuito equivalente *DC* pode ser representado da seguinte forma:



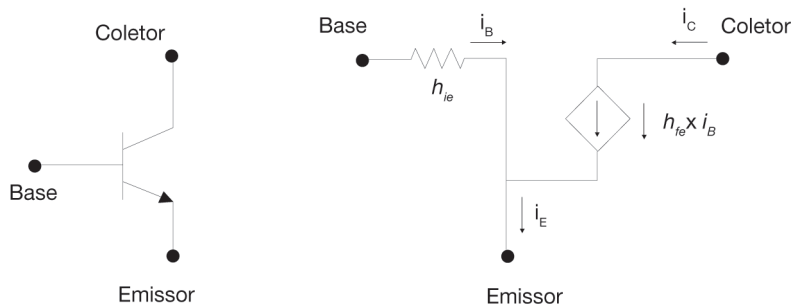
Primeiro passo → calcular o equivalente de *Thevenin* do circuito de polarização de base.

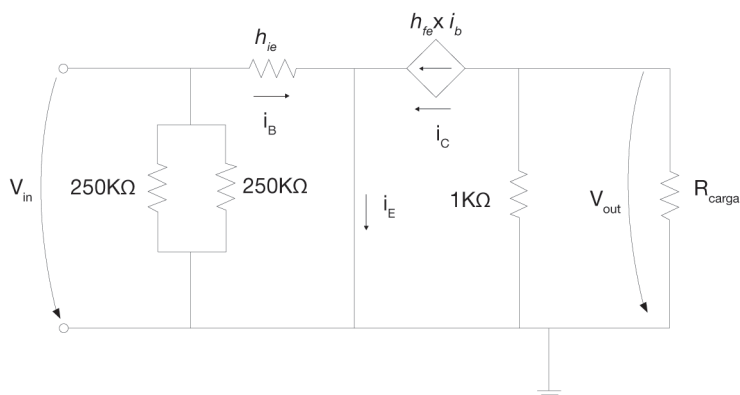
$$V_{th} = \frac{250k \times 20}{500k} = 10 \text{ V}, R_{th} = 250k // 250k = \frac{1}{\frac{1}{250k} + \frac{1}{250k}} = 125 \text{ k}\Omega$$

$$\begin{cases} 20 = 1000 \times I_C + V_{CE} + 4000 \times I_E \\ 9.339 = 125000 \times I_B + 4000 \times I_E \\ I_C + I_B = I_E \\ I_C = \beta \times I_B \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1k & 4k & 0 & 1 \\ 0 & 4k & 125k & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -175 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_C \\ I_E \\ I_B \\ V_{CE} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ 9.339 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow PFR \rightarrow (10.09 \text{ V}, 1.972 \text{ mA})$$

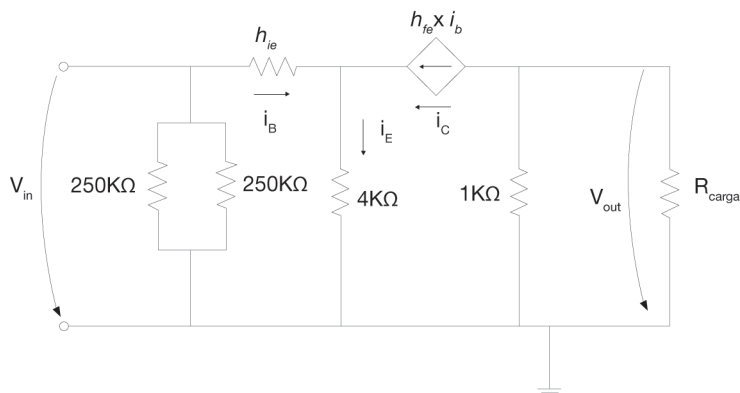
- b)** Para calcular o ganho do circuito amplificador é necessário obter o circuito equivalente *AC* (ou em sinal). Para tal, utilizando o teorema da sobreposição apenas se consideram as contribuições das fontes de tensão *AC*. Assim, as fontes de tensão *DC* deverão ser substituídas por um curto-circuito, da mesma forma, os condensadores devem ser substituídos por um curto-circuito, visto que a sua impedância é consideravelmente inferior à impedância dos restantes elementos do circuito *AC* equivalente (resistências). Além disso, o transistor deverá ser substituído pelo modelo *híbrido* simplificado do transistor *BJT* para a configuração emissor-comum.





$$G_V = \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{-i_B \times h_{fe} \times (1k // 100k)}{h_{ie} \times i_B} = -\frac{h_{fe} \times (1k // 100k)}{h_{ie}} = -\frac{170 \times 990}{2322} = -73$$

c) Ignorando o condensador de desvio, obtém-se um novo circuito equivalente AC:

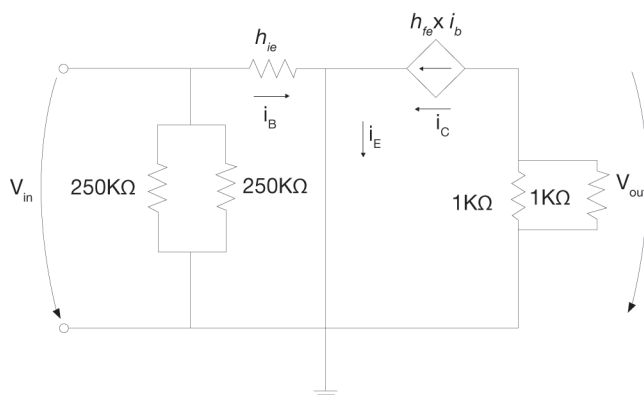


$$\begin{cases} v_{in} = h_{ie} \times i_B + 4000 \times i_E = 2322 \times i_B + 4000 \times i_E \\ v_{out} = -h_{fe} \times i_B \times (1k // R_{carga}) \cong -h_{fe} \times i_B \times 990 \\ i_E = i_B + h_{fe} \times i_B \end{cases}$$

$$G_V = \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{-h_{fe} \times i_B \times 990}{2322 \times i_B + 4000 \times (i_B + h_{fe} \times i_B)} = \frac{-170 \times 990}{2322 + 4000 \times (1 + 170)} = -0.245$$

Pode-se então concluir que o condensador de desvio permite aumentar o ganho de forma considerável.

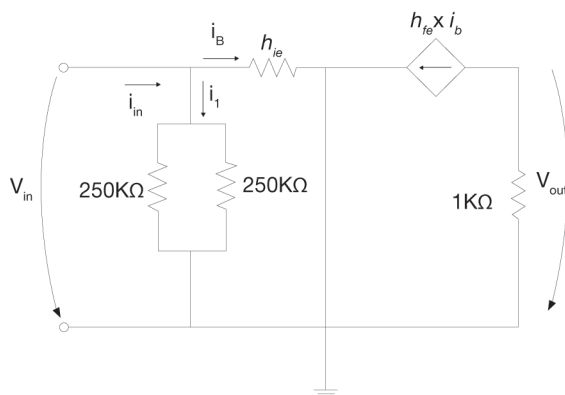
- d) Colocando novamente o condensador de desvio e substituindo a resistência de carga por uma de valor inferior ($1\text{ k}\Omega$), obtém-se o seguinte circuito equivalente:



$$G_V = \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{-170 \times (1\text{k} // 1\text{k})}{2322} = -36.6$$

Pode-se então concluir que a redução da resistência de carga afeta o ganho do amplificador. Quanto menor for o valor da resistência de carga menor será o valor do ganho do circuito amplificador.

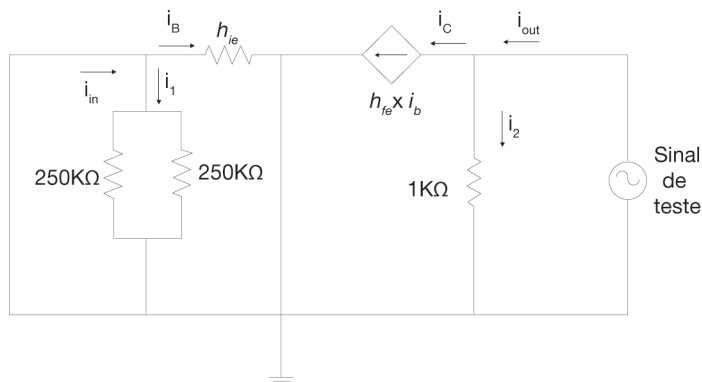
- e) Para calcular a resistência de entrada pode-se utilizar o circuito equivalente AC da alínea b (caso se considere o condensador de desvio no circuito amplificador) ou o circuito equivalente AC da alínea c (caso se retire o condensador de desvio do circuito amplificador). Nesta solução iremos considerar que o circuito amplificador possui o condensador de desvio.



A impedância de entrada é igual:

$$\begin{cases} v_{in} = 2322 \times i_B \\ v_{in} = i_1 \times 125\text{k} \Rightarrow i_{in} = \frac{v_{in}}{2322} + \frac{v_{in}}{125\text{k}} \Rightarrow Z_{in} = \frac{v_{in}}{i_{in}} = \frac{v_{in}}{\frac{v_{in}}{2322} + \frac{v_{in}}{125\text{k}}} = 2279.65\ \Omega \\ i_{in} = i_B + i_1 \end{cases}$$

Para calcular a resistência de saída é necessário curto-circuitar a entrada e injetar um sinal de teste à saída:

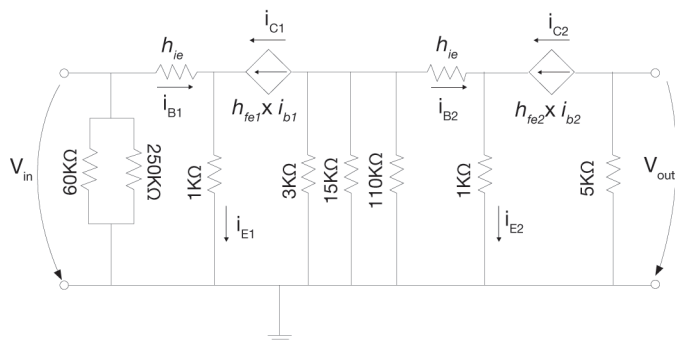


$$\begin{cases} i_2 = \frac{v_{out}}{1k} \\ i_C = h_{fe} \times i_B, \text{ como } i_B = 0 \Rightarrow i_{out} = \frac{v_{out}}{1k} + 0 \Rightarrow Z_{out} = \frac{v_{out}}{\frac{v_{out}}{1k}} = 1k \\ i_{out} = i_2 + i_C \end{cases}$$

Este valor poderia ser obtido através da simples análise dos resultados obtidos nas alíneas *b* e *d*. Como o ganho caiu para metade com a introdução de uma resistência de carga de $1k\Omega$, então pode-se concluir que a resistência de saída do circuito amplificador é igual a $1k\Omega$.

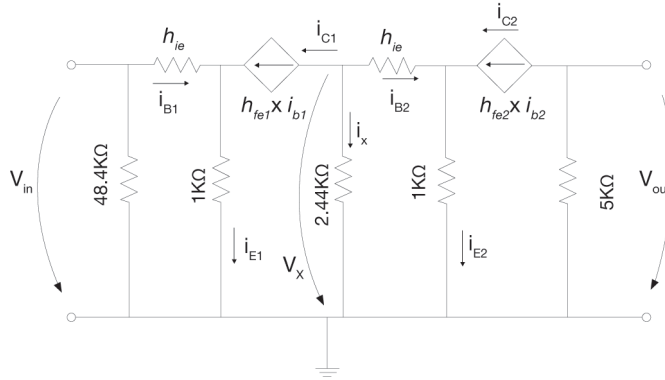
Exercício 7

a) Para calcular o ganho do circuito amplificador é necessário obter o circuito equivalente AC:



$$\begin{cases} v_{in} = 1.2k \times i_{B1} + 1k \times i_{E1} \\ v_{out} = -5k \times i_{C2} = -h_{fe} \times 5k \times i_{B2} \end{cases} \Rightarrow G_v = \frac{-h_{fe} \times 5k \times i_{B2}}{1.2k \times i_{B1} + 1k \times (h_{fe} + 1) \times i_{B1}}$$

Em seguida será necessário relacionar ambas as correntes de base dos dois transístores. Para o efeito, será utilizado o ramo que se encontra entre ambos os transístores. Para compreender melhor os cálculos o circuito anterior será simplificado.



$$\begin{cases} i_X = -i_{C1} - i_{B2} \\ v_X = 2.44 \text{ k} \times i_X \\ v_X = h_{ie} \times i_{B2} + 1 \text{ k} \times i_{E2} \end{cases} \Rightarrow h_{ie} \times i_{B2} + 1 \text{ k} \times i_{E2} = -2.44 \text{ k} \times (i_{C1} + i_{B2}) \Rightarrow$$

$$h_{ie} \times i_{B2} + 1 \text{ k} \times (h_{fe2} + 1) \times i_{B2} = -2.44 \text{ k} \times (h_{fe1} \times i_{B1} + i_{B2}) \Rightarrow$$

$$h_{ie} \times i_{B2} + 1 \text{ k} \times (h_{fe2} + 1) \times i_{B2} + 2.44 \text{ k} \times i_{B2} = -2.44 \text{ k} \times h_{fe1} \times i_{B1} \Rightarrow$$

$$i_{B1} = -\frac{h_{ie} + 1 \text{ k} \times (h_{fe2} + 1) + 2.44 \text{ k}}{2.44 \text{ k} \times h_{fe1}} \times i_{B2} = -0.4288 \times i_{B2}$$

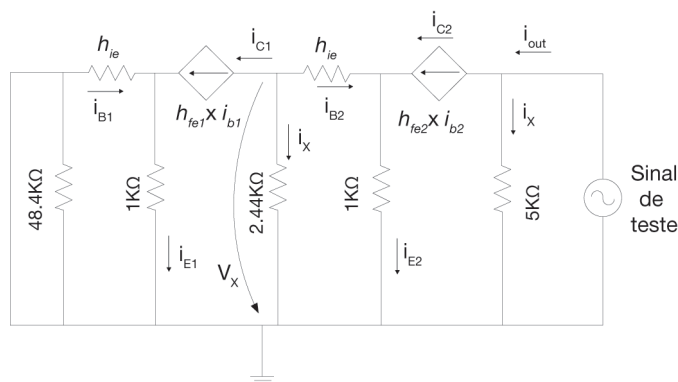
Deste modo, obtém-se o ganho:

$$G_V = \frac{-h_{fe} \times 5 \text{ k} \times i_{B2}}{1.2 \text{ k} \times i_{B1} + 1 \text{ k} \times (h_{fe} + 1) \times i_{B1}} = \frac{-100 \times (-2.3321) \times i_{B1} \times 5 \text{ k}}{1200 \times i_{B1} + 1 \text{ k} \times 101 \times i_{B1}} = 11.4$$

b) Para calcular a impedância de entrada é possível escrever:

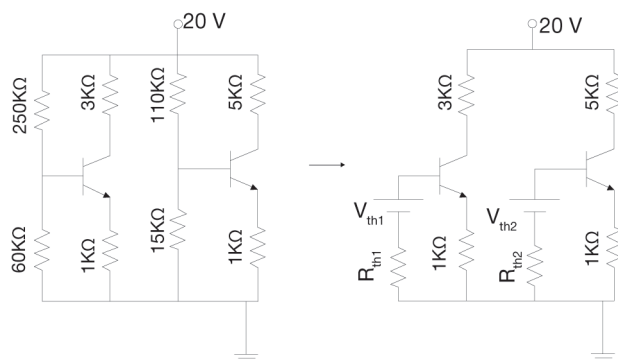
$$Z_{in} = \frac{v_{in}}{i_{in}} = \frac{v_{in}}{\frac{v_{in}}{48.4 \text{ k}} + \frac{v_{in}}{1.2 \text{ k} + 1 \text{ k} \times (h_{fe1} + 1)}} = 32.84 \text{ k}\Omega$$

Para calcular a impedância de saída é necessário curto-circuitar a entrada e injetar um sinal de teste à saída.



$$\begin{cases} i_{out} = i_{C2} + i_X \\ i_{C2} = h_{fe1} \times i_{b2} \Rightarrow Z_{out} = \frac{v_{out}}{i_{out}} = \frac{v_{out}}{\frac{v_{out}}{5k}} = 5k\Omega, \text{ pois } i_{B2} = 0 \\ i_X = \frac{v_{out}}{5k} \end{cases}$$

- c) Para calcular o *PFR*, primeiro obtém-se o circuito equivalente *DC* do circuito amplificador, sendo que em seguida, se possível, deve-se simplificar o circuito recorrendo ao teorema de *Thevenin*:



Circuito equivalente de *Thevenin* do circuito de polarização de base:

$$V_{th1} = \frac{60k \times 20}{250k + 60k} = 3.8709 \text{ V}, R_{th1} = 250k // 60k = \frac{1}{\frac{1}{250k} + \frac{1}{60k}} = 48.4 \text{ k}\Omega$$

$$V_{th2} = \frac{15k \times 20}{110k + 15k} = 2.4 \text{ V}, R_{th2} = 110k // 15k = \frac{1}{\frac{1}{110k} + \frac{1}{15k}} = 13.2 \text{ k}\Omega$$

Para o transistor T_1 temos:

$$\begin{cases} I_C + I_B = I_E \\ I_C = \beta \times I_B \\ 20 = 3000 \times I_C + V_{CE} + 1000 \times I_E \\ 3.87 = 48400 \times I_B + V_{BE} + 1000 \times I_E \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -175 & 0 \\ 3k & 1k & 0 & 1 \\ 0 & 1k & 48.4k & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_C \\ I_E \\ I_B \\ V_{CE} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 20 \\ 3.21 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow PFR \rightarrow (9.93 V, 2.5 mA)$$

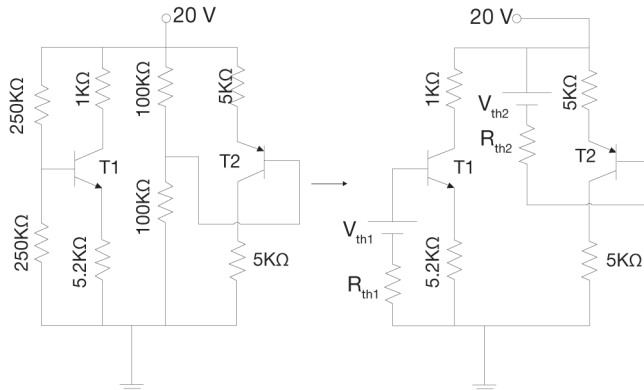
Para o transistor T_2 temos:

$$\begin{cases} I_C + I_B = I_E \\ I_C = \beta \times I_B \\ 20 = 5000 \times I_C + V_{CE} + 1000 \times I_E \\ 2.4 = 13200 \times I_B + V_{BE} + 1000 \times I_E \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -175 & 0 \\ 5k & 1k & 0 & 1 \\ 0 & 1k & 13.2k & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_C \\ I_E \\ I_B \\ V_{CE} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 20 \\ 1.75 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow PFR \rightarrow (10.3 V, 1.6 mA)$$

Exercício 8

- a) Para calcular o *PFR*, primeiro obtém-se o circuito equivalente *DC* do circuito amplificador, sendo que em seguida, se possível, deve-se simplificar o circuito recorrendo ao teorema de *Thevenin*:



Circuito equivalente de *Thevenin* do circuito de polarização de base:

$$V_{th1} = \frac{250k \times 20}{250k + 250k} = 10 V, R_{th1} = 250k // 250k = \frac{1}{\frac{1}{250k} + \frac{1}{250k}} = 125 k\Omega$$

$$V_{th2} = \frac{100k \times 20}{100k + 100k} = 10 \text{ V}, R_{th1} = 100k // 100k = \frac{1}{\frac{1}{100k} + \frac{1}{100k}} = 50 \text{ k}\Omega$$

Para o transistor T_1 temos:

$$\begin{cases} 20 = 1000 \times I_C + V_{CE} + 5200 \times I_E \\ I_C + I_B = I_E \\ I_C = \beta \times I_B \\ 10 = 125000 \times I_B + V_{BE} + 5200 \times I_E \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1k & 5.2k & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -172 & 0 \\ 0 & 5.2k & 125k & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_C \\ I_E \\ I_B \\ V_{CE} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ 0 \\ 0 \\ 9.345 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

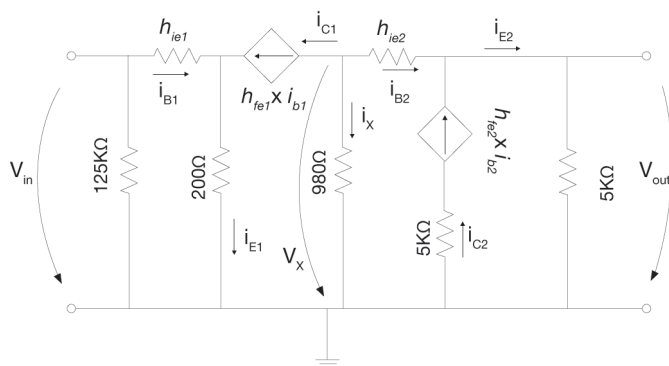
$$\Rightarrow PFR \rightarrow (10.226 \text{ V}, 1.5687 \text{ mA})$$

Para o transistor T_2 temos:

$$\begin{cases} 20 = 5000 \times I_E - V_{CE} + 5000 \times I_C \\ I_C + I_B = I_E \\ I_C = \beta \times I_B \\ 10 = 50000 \times I_B - V_{BE} + 5000 \times I_E \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 5k & 5k & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -225 & 0 \\ 0 & 5k & 50k & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_C \\ I_E \\ I_B \\ V_{CE} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ 0 \\ 0 \\ 9.26 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow PFR \rightarrow (-2.3 \text{ V}, 1.766 \text{ mA})$$

b) Para calcular o ganho do circuito amplificador é necessário obter o circuito equivalente AC.



$$\begin{cases} v_{in} = h_{ie1} \times i_{B1} + 200 \times i_{E1} \\ v_{out} = 5k \times i_{E2} = (h_{fe2} + 1) \times 5k \times i_{B2} \end{cases} \Rightarrow G_V = \frac{(h_{fe2} + 1) \times 5k \times i_{B2}}{h_{ie1} \times i_{B1} + 200 \times (h_{fe1} + 1) \times i_{B1}}$$

Em seguida, será necessário relacionar ambas as correntes de base dos dois transistores.

$$\begin{cases} i_X = -i_{C1} - i_{B2} = -h_{fe1} \times i_{B1} - i_{B2} \\ v_X = 980 \times i_X \\ v_X = h_{ie2} \times i_{B2} + 5k \times i_{E2} \end{cases} \Rightarrow 980 \times (-h_{fe1} \times i_{B1} - i_{B2}) = h_{ie2} \times i_{B2} + 5k \times (h_{fe2} + 1) \times i_{B2}$$

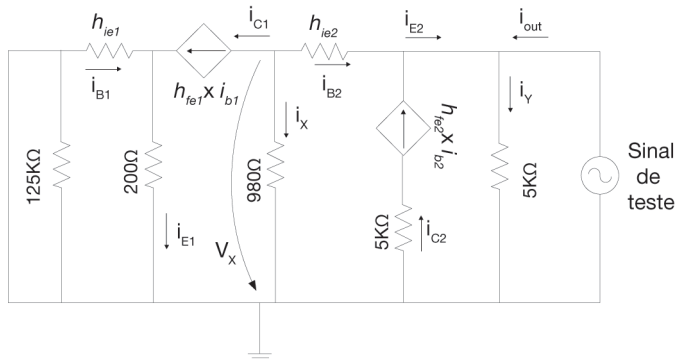
$$\Rightarrow i_{B1} = \frac{-(h_{ie2} + 980 + 5000 \times (h_{fe2} + 1))}{980 \times h_{fe1}} \times i_{B2} = -2.818 \times i_{B2}$$

$$G_V = - \frac{(h_{fe2} + 1) \times 5k}{(h_{ie1} + 200 \times (h_{fe1} + 1)) \times \frac{(h_{ie2} + 980 + 5000 \times (h_{fe2} + 1))}{980 \times h_{fe1}}} = -4.4398 \cong -4.4$$

c) Para calcular a impedância de entrada é possível escrever:

$$Z_{in} = \frac{v_{in}}{i_{in}} = \frac{v_{in}}{\frac{v_{in}}{125k} + \frac{v_{in}}{h_{ie1} + 200 \times (h_{fe1} + 1)}} \cong 28 k\Omega$$

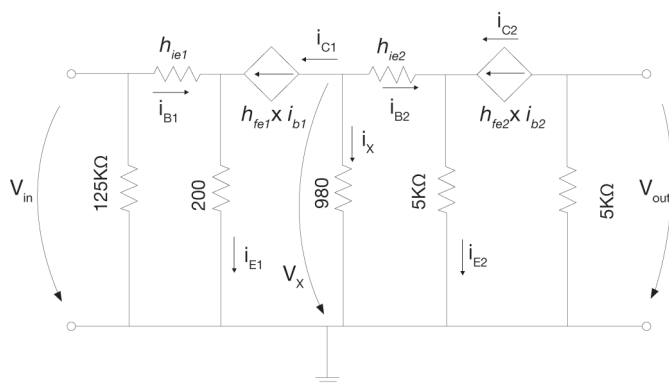
Para calcular a impedância de saída é necessário curto-circuitar a entrada e injetar um sinal de teste à saída.



$$\begin{cases} i_{out} = i_Y - i_{E2} \\ i_Y = \frac{v_{out}}{5000} \\ i_{E2} = h_{fe2} \times i_{B2} + i_{B2} \\ i_{B2} = -\frac{v_{out}}{980 + h_{ie2}}, \text{ pois } i_{B1} = 0 \end{cases} \Rightarrow Z_{out} = \frac{v_{out}}{i_{out}} = \frac{v_{out}}{\frac{v_{out}}{5k} + \frac{v_{out} \times (h_{fe2} + 1)}{h_{ie2} + 980}} \cong 37.9 \Omega$$



d) Para calcular o ganho do novo circuito amplificador é necessário obter o circuito equivalente AC.



$$\begin{cases} v_{in} = h_{ie1} \times i_{B1} + 200 \times i_{E1} \\ v_{out} = -5k \times i_{C2} = -h_{fe2} \times 5k \times i_{B2} \end{cases} \Rightarrow G_V = \frac{-h_{fe2} \times 5k \times i_{B2}}{h_{ie1} \times i_{B1} + 200 \times (h_{fe1} + 1) \times i_{B1}}$$

Em seguida será necessário relacionar ambas as correntes de base dos dois transistores.

$$\begin{cases} i_X = -i_{C1} - i_{B2} = -h_{fe1} \times i_{B1} - i_{B2} \\ v_X = 980 \times i_X \\ v_X = h_{ie2} \times i_{B2} + 5k \times i_{E2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 980 \times (-h_{fe1} \times i_{B1} - i_{B2}) = h_{ie2} \times i_{B2} + 5k \times (h_{fe2} + 1) \times i_{B2} \Rightarrow$$

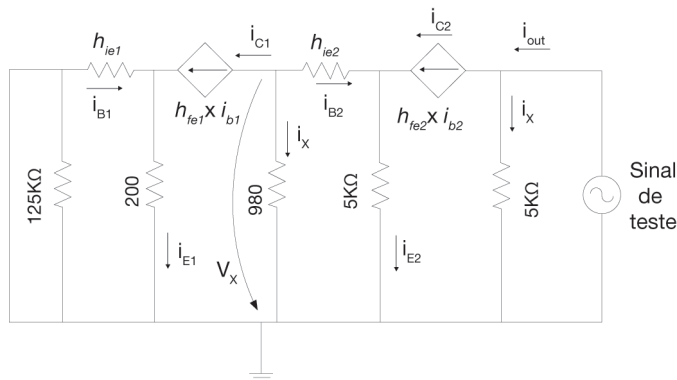
$$i_{B1} = \frac{-(h_{ie2} + 980 + 5000 \times (h_{fe2} + 1))}{980 \times h_{fe1}} \times i_{B2} = -2.818 \times i_{B2}$$

$$G_V = \frac{h_{fe2} \times 5k}{(h_{ie1} + 200 \times (h_{fe1} + 1)) \times 2.818} = 4.39 \cong +4.4$$

A impedância de entrada mantém-se, logo:

$$Z_{in} = \frac{v_{in}}{i_{in}} = \frac{v_{in}}{\frac{v_{in}}{125k} + \frac{v_{in}}{h_{ie1} + 200 \times (h_{fe1} + 1)}} = 28k\Omega$$

Para calcular a impedância de saída é necessário curto-circuitar a entrada e injetar um sinal de teste à saída.

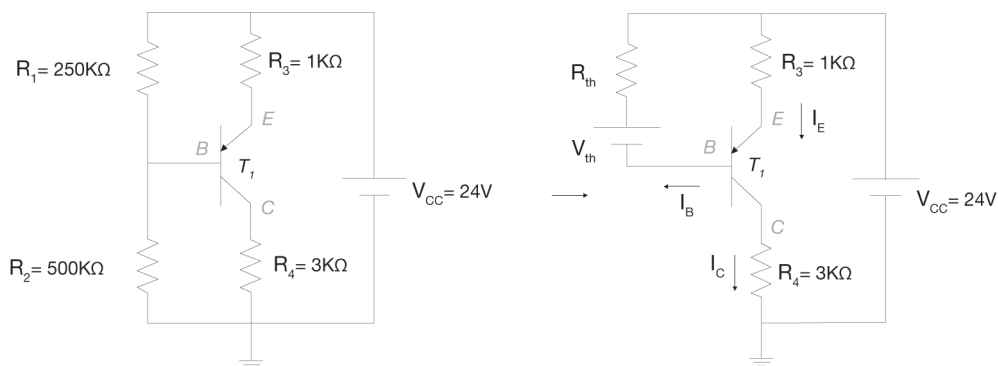


$$\begin{cases} i_{out} = i_{C2} + i_X \\ i_{C2} = h_{fe2} \times i_{b2} \Rightarrow Z_{out} = \frac{v_{out}}{i_{out}} = \frac{v_{out}}{\frac{v_{out}}{5k}} = 5k\Omega, \text{ pois } i_{B2} = 0 \\ i_X = \frac{v_{out}}{5k} \end{cases}$$

Podemos então concluir que o ganho não modificou o seu módulo, apenas o sinal, no entanto, a impedância de saída modificou-se consideravelmente.

Exercício 9

- a) Para calcular o *PFR*, primeiro obtém-se o circuito equivalente *DC* do circuito amplificador, sendo que em seguida, se possível, deve-se simplificar o circuito recorrendo ao teorema de *Thevenin*:
Para o transistor T_1 :

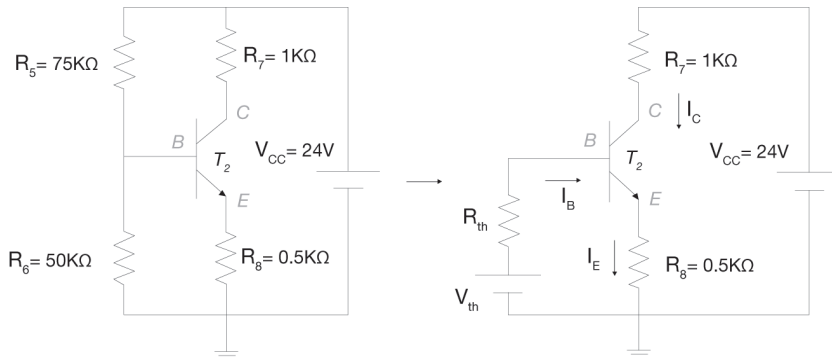


$$\begin{cases} V_{th} = \frac{24 \times 250k}{250k + 500k} = \frac{24 \times 1}{3} = 8V \\ R_{th} = R_1 // R_2 = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{250k} + \frac{1}{500k} \right)^{-1} = 166.(6) k\Omega \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_E = I_C + I_B \\ I_C = \beta \times I_B \\ -V_{CC} + R_3 \times I_E - V_{CE} + R_4 \times I_C = 0 \Rightarrow \\ -V_{th} + R_{th} \times I_B + R_3 \times I_E - V_{BE} = 0 \\ V_{BE} = -V_{\gamma} \text{ (Transistor PNP)} \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & -\beta & 0 & 0 \\ R_4 & 0 & R_3 & -1 \\ 0 & R_{th} & R_3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_C \\ I_B \\ I_E \\ V_{CE} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ V_{CC} \\ V_{th} + V_{BE} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow PFR(T_1) \rightarrow (-12.91V, 2.76mA)$$

Para o transistor T_2 :

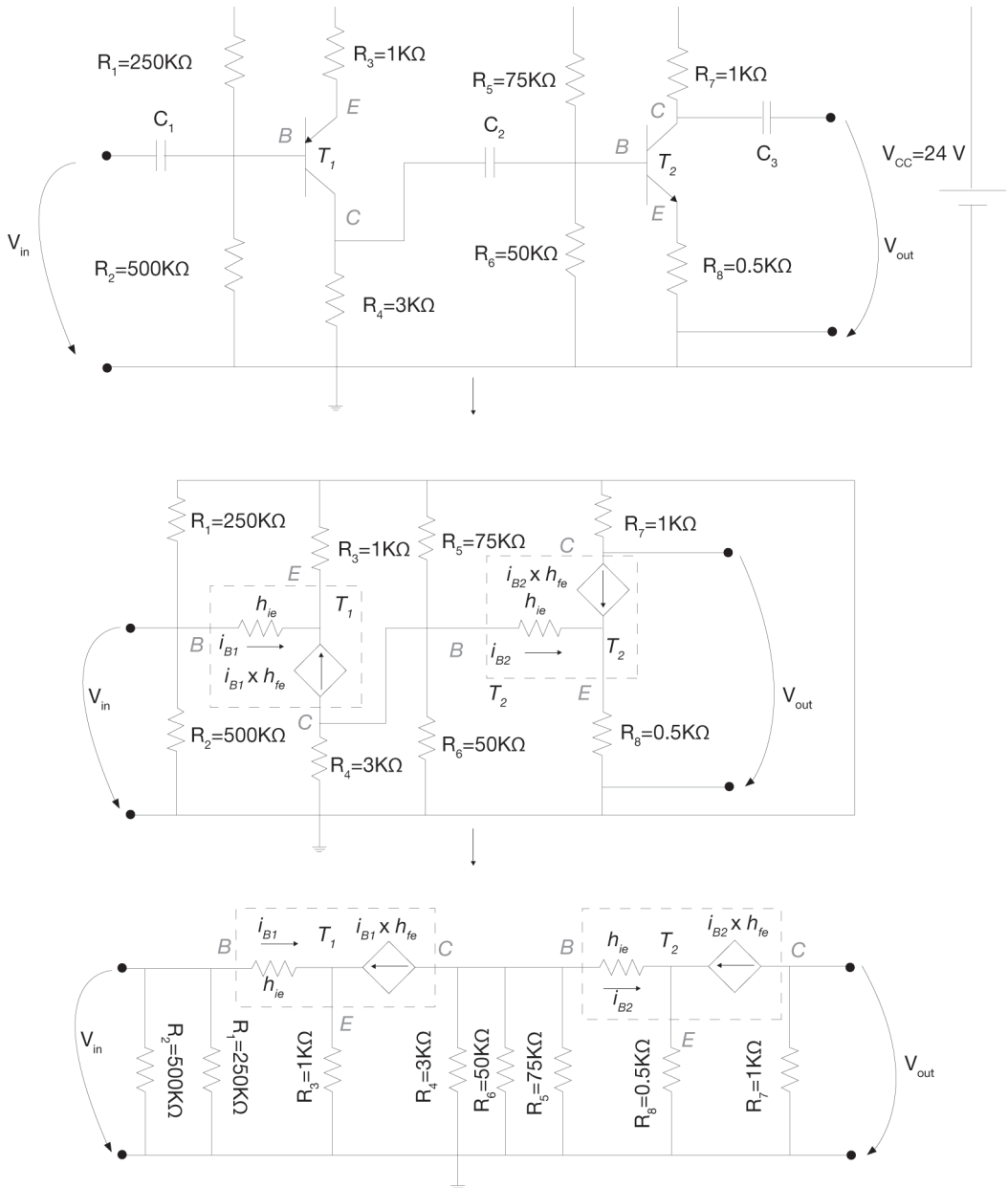


$$\begin{cases} V_{th} = \frac{24 \times 50k}{75k + 50k} = \frac{24 \times 50k}{125k} = 9.6V \\ R_{th} = R_5 // R_6 = \left(\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{50k} + \frac{1}{75k} \right)^{-1} = 30k\Omega \end{cases}$$

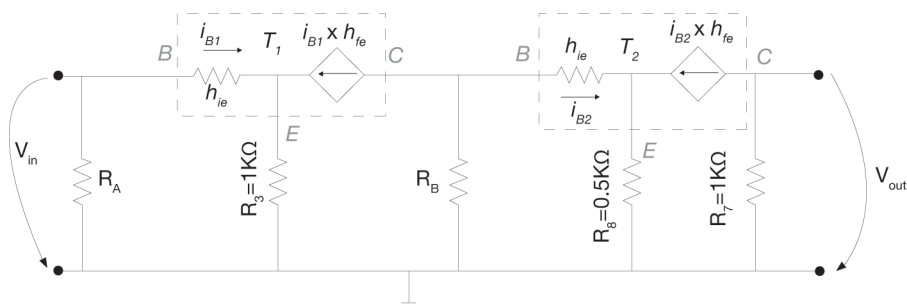
$$\begin{cases} -V_{th} + R_{th} \times I_B + V_{BE} + R_8 \times I_E = 0 \\ -V_{CC} + R_7 \times I_C + V_{CE} + R_8 \times I_E = 0 \\ I_E = I_C + I_B \\ I_C = \beta \times I_B \\ V_{BE} = V_{\gamma} \text{ (Transistor NPN)} \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & R_{th} & R_8 & 0 \\ R_7 & 0 & R_8 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & -\beta & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_C \\ I_B \\ I_E \\ V_{CE} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{th} - V_{BE} \\ V_{CC} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow PFR(T_2) \rightarrow (7.18V, 11.2mA)$$

b) A figura seguinte representa o modelo em sinal:



c) Para obter o ganho do circuito amplificador é necessário obter o circuito equivalente AC (obtido na alínea anterior).



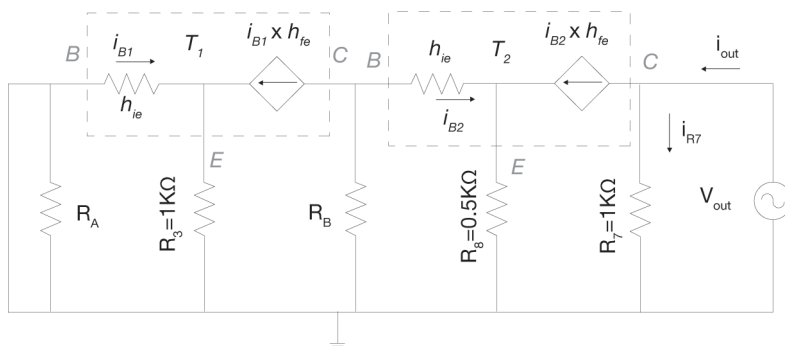
$$\begin{aligned}
 G_V &= \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{-R_7 \times h_{fe} \times i_{B2}}{h_{ie} \times i_{B1} + (h_{fe} + 1) \times i_{B1} \times R_3} \\
 R_A &= R_2 // R_1 = \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{250k} + \frac{1}{500k} \right)^{-1} = 166.(6) \text{ k}\Omega \\
 R_B &= R_4 // R_5 // R_6 = \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{3k} + \frac{1}{75k} + \frac{1}{50k} \right)^{-1} = 2.(72) \text{ k}\Omega \\
 V_{RB} &= R_B \times (-h_{fe} \times i_{B1} - i_{B2}) = h_{ie} \times i_{B2} + R_8 \times (h_{fe} + 1) \times i_{B2} \\
 G_V &= \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{-R_7 \times h_{fe} \times i_{B2}}{h_{ie} \times i_{B1} + (h_{fe} + 1) \times i_{B1} \times R_3} \\
 i_{B1} &= - \left(\frac{h_{ie} + R_8 \times (h_{fe} + 1) + R_B}{R_B \times h_{fe}} \right) \times i_{B2} \\
 G_V &= \frac{R_7 \times h_{fe}}{(h_{ie} + (h_{fe} + 1) \times R_3) \times \left(\frac{h_{ie} + R_8 \times (h_{fe} + 1) + R_B}{R_B \times h_{fe}} \right)} \\
 G_V &= \frac{1k \times 100}{(1k + 101 \times 1k) \times \left(\frac{1k + 0.5k \times 101 + 2.72k}{2.72k \times 100} \right)} \cong 4.9
 \end{aligned}$$

d) Em seguida calcula-se a impedância de entrada e saída do circuito amplificador:

$$Z_{in} = \frac{V_{in}}{I_{in}} = \frac{V_{in}}{\frac{V_{in}}{h_{ie} + R_3 \times (1 + h_{fe})} + \frac{V_{in}}{R_A}} = \frac{1}{\frac{1}{h_{ie} + R_3 \times (1 + h_{fe})} + \frac{1}{R_A}} \Rightarrow$$

$$Z_{in} = \frac{1}{\frac{1}{1k + 1k \times (101)} + \frac{1}{166.(6)k}} = 63.275k\Omega \cong 63.3k\Omega$$

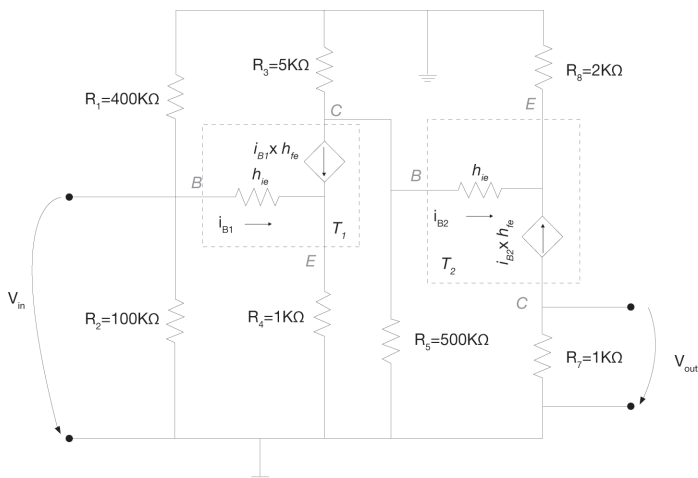
Para calcular a impedância de saída é necessário curto-circuitar a entrada e injetar um sinal de teste à saída.



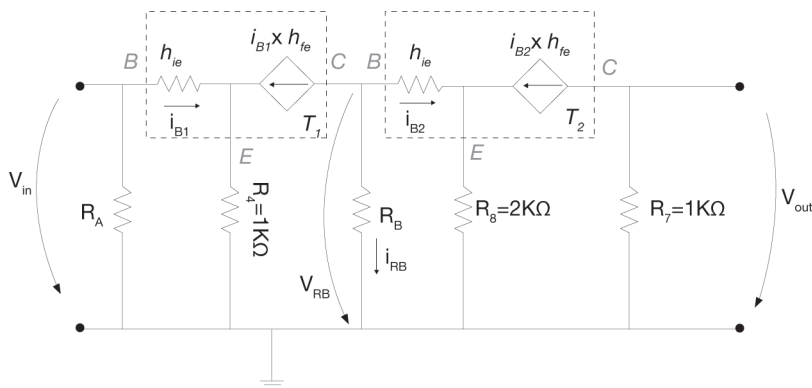
$$\begin{cases} Z_{out} = \frac{V_{out}}{I_{out}} = \frac{V_{out}}{0 + \frac{V_{out}}{R_7}} = R_7 \\ I_{out} = I_{R7} + h_{fe} \times I_{B2} = 0 + \frac{V_{out}}{R_7} \end{cases}$$

Exercício 10

a) Para calcular o ganho é necessário obter o circuito equivalente em sinal:



O circuito anterior pode ser simplificado:



Utilizando o circuito anterior, é possível determinar o ganho de tensão:

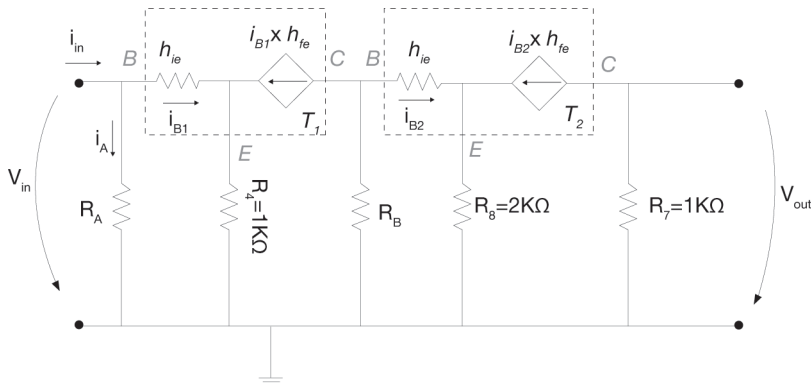
$$\begin{cases}
 G_V = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{-R_7 \times h_{fe} \times i_{B2}}{h_{ie} \times i_{B1} + (h_{fe} + 1) \times i_{B1} \times R_4} \\
 R_A = R_2 // R_1 = \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{100k} + \frac{1}{400k} \right)^{-1} = 80 \text{ k}\Omega \\
 R_B = R_3 // R_5 = \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{5k} + \frac{1}{500k} \right)^{-1} \cong 4.95 \text{ k}\Omega \\
 V_{RB} = R_B \times i_{RB} = R_B \times (-h_{fe} \times i_{B1} - i_{B2}) = h_{ie} \times i_{B2} + R_8 \times (h_{fe} + 1) \times i_{B2} \\
 \Rightarrow i_{B1} = - \left(\frac{h_{ie} + R_8 \times (h_{fe} + 1) + R_B}{R_B \times h_{fe}} \right) \times i_{B2}
 \end{cases} \Rightarrow$$

$$G_V = \frac{R_7 \times h_{fe}}{(h_{ie} + (h_{fe} + 1) \times R_4) \times \left(\frac{h_{ie} + R_8 \times (h_{fe} + 1) + R_B}{R_B \times h_{fe}} \right)}$$

$$G_V = \frac{1k \times 100}{(1k + 101 \times 1k) \times \left(\frac{1k + 2k \times 101 + 4.95k}{4.95k \times 100} \right)} \cong 2.334$$

b) Em seguida calcula-se a impedância de entrada e saída.

Primeiro calcula-se a impedância de entrada. Assim, recorrendo ao circuito AC equivalente:



Obtém-se:

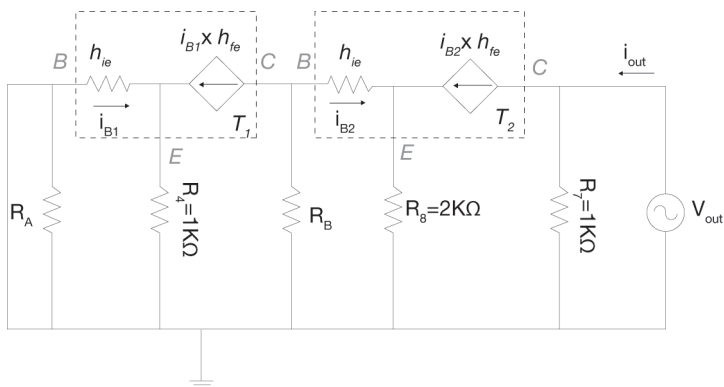
$$Z_{in} = \frac{V_{in}}{I_{in}} = \frac{V_{in}}{I_{B1} + I_A}$$

$$\begin{cases} V_{in} = h_{ie} \times I_{B1} + R_4 \times (h_{fe} + 1) \times I_{B1} \Rightarrow I_{B1} = \frac{V_{in}}{h_{ie} + R_4 \times (h_{fe} + 1)} \\ I_A = \frac{V_{in}}{R_A} \end{cases}$$

$$\Rightarrow Z_{in} = \frac{V_{in}}{\frac{V_{in}}{h_{ie} + R_4 \times (h_{fe} + 1)} + \frac{V_{in}}{R_A}} = \frac{1}{\frac{1}{h_{ie} + R_4 \times (h_{fe} + 1)} + \frac{1}{R_A}}$$

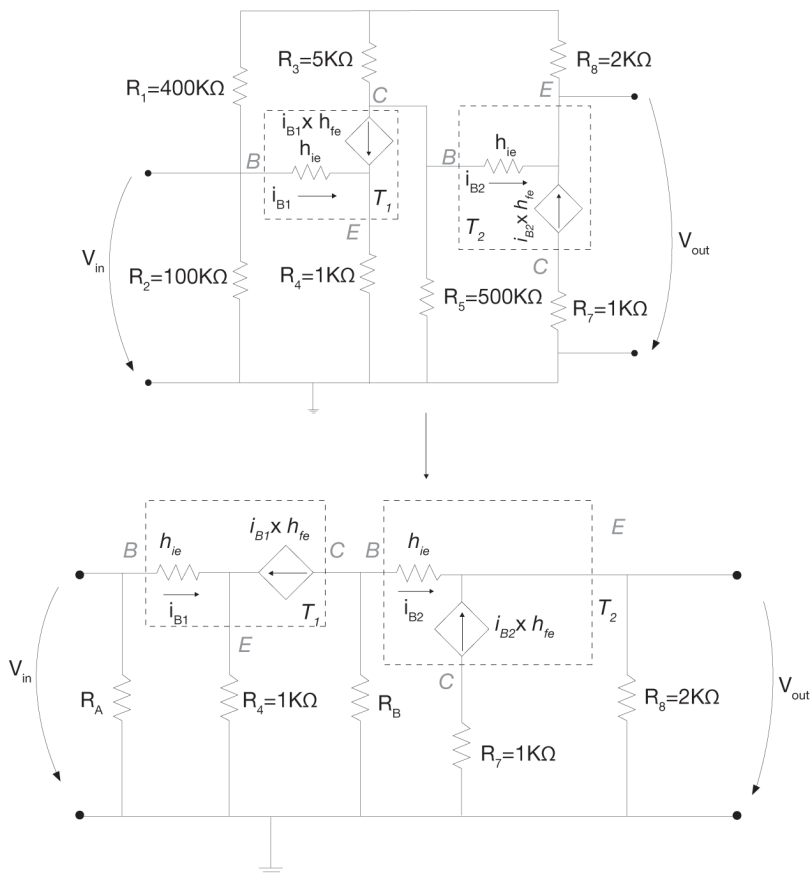
$$Z_{in} = \frac{1}{\frac{1}{1k + 1k \times 101} + \frac{1}{80000}} = 44.8 \text{ k}\Omega$$

Para calcular a impedância de saída é necessário injetar um sinal à saída e curto-circuitar a entrada:

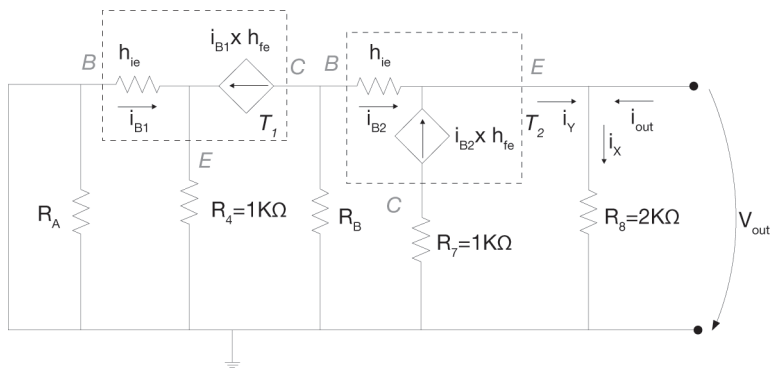


$$Z_{out} = \frac{V_{out}}{I_{out}} = \frac{V_{out}}{I_7 + I_{B2} \times h_{fe}} = \frac{V_{out}}{\frac{V_{out}}{R_7} + I_{B2} \times h_{fe}} = \frac{V_{out}}{\frac{V_{out}}{R_7} + 0} = R_7$$

c) Ao reposicionar os terminais de saída, obtém-se o seguinte circuito equivalente em sinal:



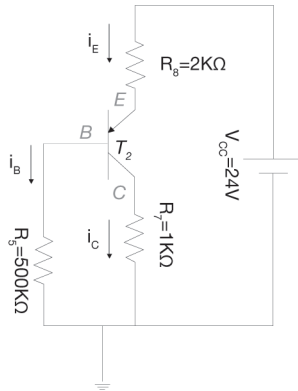
Para calcular a impedância de saída é necessário injetar um sinal à saída e curto-circuitar a entrada:



$$\begin{cases} Z_{out} = \frac{V_{out}}{I_{out}} = \frac{V_{out}}{I_X - I_Y} \\ I_Y = I_{B2} \times (h_{fe} + 1) \\ I_{B1} = 0 \Rightarrow I_{B1} \times h_{fe} = 0 \Rightarrow I_{B2} = -\frac{V_{out}}{h_{ie} + R_B} \Rightarrow Z_{out} = \frac{V_{out}}{\frac{V_{out}}{R_8} + \frac{V_{out} \times (h_{fe} + 1)}{h_{ie} + R_B}} \\ I_X = \frac{V_{out}}{R_8} \end{cases}$$

$$Z_{out} = \frac{1}{\frac{1}{R_8} + \frac{(h_{fe} + 1)}{h_{ie} + R_B}} = \frac{1}{\frac{1}{2k} + \frac{101}{1k + 4.95k}} = 57.2 \, \Omega$$

d) Para calcular o PFR de T_2 é necessário obter o circuito equivalente DC:



$$\begin{cases} -V_{CC} + R_8 \times I_E - V_{CE} + R_7 \times I_C = 0 \\ -V_{CC} + R_8 \times I_E - V_{BE} + R_5 \times I_B = 0 \\ I_E = I_B + I_C \\ I_C = \beta \times I_B \\ V_{BE} = -V_\gamma \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_7 \times I_C + 0 + R_8 \times I_E - V_{CE} = V_{CC} \\ 0 + R_5 \times I_B + R_8 \times I_E + 0 = V_{CC} - V_\gamma \\ I_C + I_B - I_E + 0 = 0 \\ I_C - \beta \times I_B + 0 + 0 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

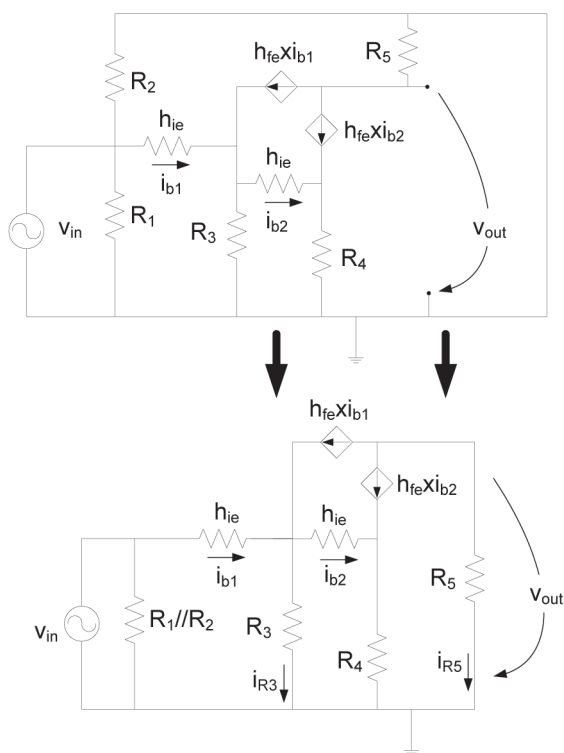
$$\begin{bmatrix} 1000 & 0 & 2000 & -1 \\ 0 & 500000 & 2000 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & -100 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_C \\ I_B \\ I_E \\ V_{CE} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 \\ 23.4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow PFR(T_2) \rightarrow (-13.9(3) V, 3.(3) mA)$$

Exercício 11

- a) Calcule o ganho de tensão do circuito.

Primeiro importa obter o circuito equivalente A.C. A figura seguinte representa o circuito equivalente A.C. do amplificador correspondente ao exercício 11.



A partir do circuito anterior é possível escrever as seguintes equações:

$$\begin{cases} v_{in} = h_{ie} \times i_{b1} + R_3 \times i_{R3} \\ h_{fe} \times i_{b1} + i_{b1} = i_{b2} + i_{R3} \end{cases} \Rightarrow v_{in} = h_{ie} \times i_{b1} + R_3 \times (h_{fe} \times i_{b1} + i_{b1} - i_{b2}) = (h_{ie} + R_3 \times (h_{fe} + 1)) \times i_{b1} - R_3 \times i_{b2}$$

$$\begin{cases} v_{out} = R_5 \times i_{R5} \\ i_{R5} + h_{fe} \times i_{b1} + h_{fe} \times i_{b2} = 0 \end{cases} \Rightarrow v_{out} = -R_5 \times (h_{fe} \times i_{b1} + h_{fe} \times i_{b2})$$

$$G_V = \frac{-R_5 \times (h_{fe} \times i_{b1} + h_{fe} \times i_{b2})}{h_{ie} \times i_{b1} + R_3 \times (h_{fe} \times i_{b1} + i_{b1} - i_{b2})}$$

Seguidamente as correntes i_{b1} e i_{b2} serão relacionadas.

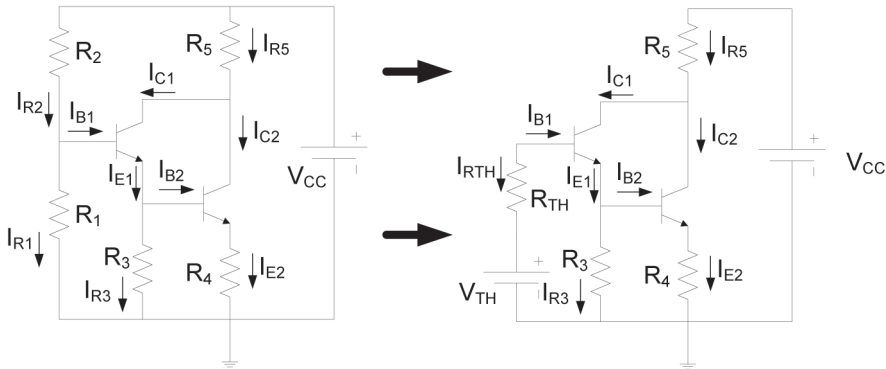
$$\begin{aligned} R_3 \times i_{R3} &= h_{ie} \times i_{b2} + R_4 \times (i_{b2} + h_{fe} \times i_{b2}) \Rightarrow R_3 \times (h_{fe} \times i_{b1} + i_{b1} - i_{b2}) = h_{ie} \times i_{b2} + R_4 \times (i_{b2} + h_{fe} \times i_{b2}) \Rightarrow \\ &\Rightarrow R_3 \times (h_{fe} + 1) \times i_{b1} = (h_{ie} + R_4 \times (1 + h_{fe}) + R_3) \times i_{b2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow i_{b1} = \frac{(h_{ie} + R_4 \times (1 + h_{fe}) + R_3)}{R_3 \times (h_{fe} + 1)} \times i_{b2} = \frac{(1000 + 10 \text{ k} \times (1 + 100) + 0.5 \text{ k})}{0.5 \text{ k} \times (100 + 1)} \times i_{b2} \cong 20.03 \times i_{b2} \end{aligned}$$

Finalmente, é possível determinar o ganho de tensão:

$$\begin{aligned} G_V &= \frac{-R_5 \times (h_{fe} \times 20.03 \times i_{b2} + h_{fe} \times i_{b2})}{h_{ie} \times 20.03 \times i_{b2} + R_3 \times (h_{fe} \times 20.03 \times i_{b2} + 20.03 \times i_{b2} - i_{b2})} \Rightarrow \\ G_V &= \frac{-5 \text{ k} \times (100 \times 20.03 \times i_{b2}' + 100 \times i_{b2}')}{1000 \times 20.03 \times i_{b2}' + 0.5 \text{ k} \times (100 \times 20.03 \times i_{b2}' + 20.03 \times i_{b2}' - i_{b2}')} = \frac{-10515000}{1031045} \cong -10.2 \end{aligned}$$

b) Calcule o P.F.R. de ambos os transístores.

Para determinar o P.F.R. dos transístores é necessário obter o circuito equivalente em corrente contínua do circuito amplificador, o qual pode ser observado em seguida:



Os valores de V_{TH} e R_{TH} são iguais a:

$$\begin{cases} V_{TH} = \frac{R_1 \times V_{CC}}{R_1 + R_2} = \frac{25 \text{ k} \times 24}{25 \text{ k} + 250 \text{ k}} = 2.18 \text{ V} \\ R_{TH} = R_1 \parallel R_2 = 25 \text{ k} \parallel 250 \text{ k} = 22.72 \text{ k}\Omega \end{cases}$$

Seguidamente, é possível escrever as equações:

$$\left\{ \begin{array}{l} -V_{CC} + R_5 \times I_{R5} + V_{CE2} + R_4 \times I_{E2} = 0 \\ -V_{CC} + R_5 \times I_{R5} + V_{CE1} + V_{BE2} + R_4 \times I_{E2} = 0 \\ I_{R5} = I_{C1} + I_{C2} \\ I_{C1} + I_{B1} = I_{E1} \\ I_{C1} = \beta_1 \times I_{B1} \\ I_{C2} + I_{B2} = I_{E2} \\ I_{C2} = \beta_2 \times I_{B2} \\ -V_{TH} + R_{TH} \times I_{B1} + V_{BE1} + V_{BE2} + R_4 \times I_{E2} = 0 \\ I_{E1} = I_{B2} + I_{R3} \\ R_5 \times I_{R3} = V_{BE2} + R_4 \times I_{E2} \end{array} \right. \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_4 & 0 & 1 & 0 & R_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_4 & 1 & 0 & 0 & R_5 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -\beta_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\beta_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_{TH} & 0 & 0 & 0 & R_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -R_4 & 0 & 0 & R_3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{C1} \\ I_{B1} \\ I_{E1} \\ I_{C2} \\ I_{B2} \\ I_{E2} \\ V_{CE1} \\ V_{CE2} \\ I_{R3} \\ I_{R5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{CC} \\ V_{CC} - V_{BE1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ V_{TH} - V_{BE1} - V_{BE2} \\ 0 \\ V_{BE2} \end{bmatrix}$$

$P.F.R.(T1) \rightarrow (V_{CE1}, I_{C1}) = (13.54 \text{ V}, 1.88 \text{ mA})$ $P.F.R.(T2) \rightarrow (V_{CE2}, I_{C2}) = (14.34 \text{ V}, 0.015 \text{ mA})$

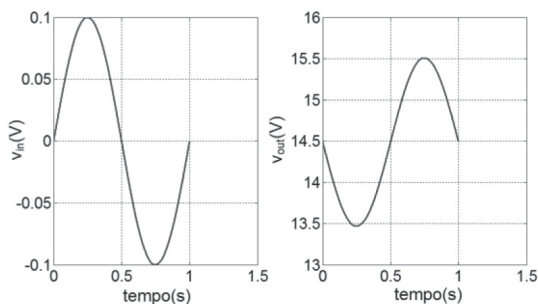
- c) Represente a evolução temporal da tensão de entrada, v_{in} , e de saída, v_{out} .

Para representar a evolução temporal da tensão de saída é fundamental identificar as suas componentes *DC* e *AC*.

Assim, relativamente à componente *DC* e analisando o circuito equivalente *DC* representado na alínea anterior, é possível escrever:

$$\begin{aligned} v_{out} DC &= V_{CE2} + R_4 \times I_{E2} = 14.34 + 10 \text{ k} \times 0.015 \text{ mA} = 14.49 \approx 14.5 \text{ V} \\ \begin{cases} v_{out} AC = G_V \times v_{in} = -10.2 \times v_{in} = -1.02 \times \sin(2 \times \pi \times 10 \text{ k} \times t) \\ v_{in} = \text{Amplitude} \times \sin(2 \times \pi \times \text{frequência} \times t) = 0.1 \times \sin(2 \times \pi \times 10 \text{ k} \times t) \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow v_{out} &= v_{out} DC + v_{out} AC = 14.5 - 1.02 \times \sin(2 \times \pi \times 10 \text{ k} \times t) \text{ V} \end{aligned}$$

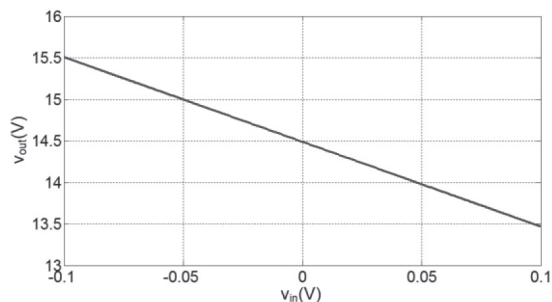
Finalmente, representam-se ambas as formas de onda:



- d) Represente a característica de transferência do circuito.

Para representar a característica de transferência do circuito é necessário representar as formas de onda da tensão de entrada (v_{in}) e da tensão de saída (v_{out}) no formato *XY*.

A figura seguinte mostra a característica de transferência do circuito amplificador:

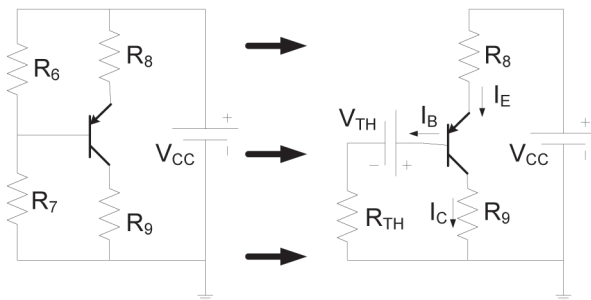


Exercício 12

Represente a característica de transferência do circuito.

A característica de transferência do circuito representa a relação entre a tensão de saída e a tensão de entrada. Importa, portanto, calcular as componentes *DC* e *AC* da tensão de saída.

Para calcular a componente *DC* da tensão de saída, é necessário obter o circuito equivalente *DC* do amplificador. Neste caso, iremos apenas representar o equivalente *DC* correspondente ao transistor *PNP*, pois apenas esta componente afetará a saída. Relembramos que o condensador C_3 impede que a componente *DC* da tensão e da corrente proveniente do primeiro andar afetem a saída.



O circuito equivalente de *Thevenin* (figura da direita) pode ser calculado da seguinte forma:

$$V_{TH} = \frac{R_7 \times V_{CC}}{R_7 + R_6} = \frac{300 \, k \times 24}{300 \, k + 100 \, k} = 18 \, V$$

$$R_{TH} = R_6 // R_7 = 100 \, k // 300 \, k = 75 \, k\Omega$$

A partir do circuito anterior é possível escrever as equações:

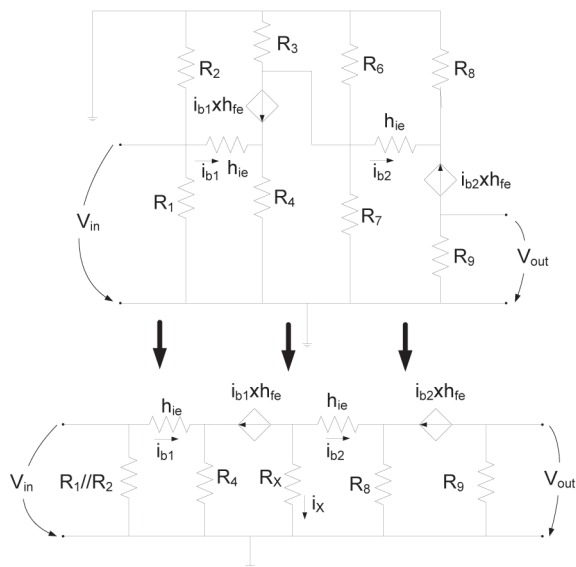
$$\begin{cases} -V_{CC} + R_8 \times I_E - V_{CE} + R_9 \times I_C = 0 \\ -V_{CC} + R_8 \times I_E - V_{BE} + V_{TH} + R_{TH} \times I_B = 0 \\ I_E = I_B + I_C \\ I_C = \beta \times I_B \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} R_9 & 0 & R_8 & -1 \\ 0 & R_{TH} & R_8 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & -\beta & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_C \\ I_B \\ I_E \\ V_{CE} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{CC} \\ -V_{TH} + V_{CC} + V_{BE} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 2.5 \text{ k} & 0 & 5 \text{ k} & -1 \\ 0 & 75 \text{ k} & 5 \text{ k} & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & -100 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_C \\ I_B \\ I_E \\ V_{CE} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 \\ -18 + 24 + (-0.8) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} I_C = 0.8966 \text{ mA} \\ I_B = 0.008965 \text{ mA} \\ I_E = 0.9055 \text{ mA} \\ V_{CE} = -17.23 \text{ V} \end{cases}$$

A componente DC da tensão de saída pode ser determinada da seguinte forma:

$$V_{outDC} = R_9 \times I_C = 2.5 \text{ k} \times 0.8966 \text{ mA} = 2.2415 \text{ V}$$

Para calcular a componente AC da tensão de saída, é necessário representar o circuito equivalente AC do circuito amplificador.



Em que:

$$R_X = R_3 // R_6 // R_7 = 4 \text{ k} // 100 \text{ k} // 300 \text{ k} \cong 3797.5 \Omega$$

A partir do circuito anterior é possível obter o ganho de tensão, informação fundamental para representar a tensão de saída.

$$G_V = \frac{v_{out}}{v_{in}}$$

A tensão de entrada pode ser representada pela equação:

$$v_{in} = h_{ie} \times i_{b1} + R_4 \times (h_{fe} + 1) \times i_{b1}$$

Por sua vez, a tensão de saída pode ser representada pela equação:

$$v_{out} = -R_9 \times h_{fe} \times i_{b2}$$

Logo:

$$G_V = \frac{-R_9 \times h_{fe} \times i_{b2}}{(h_{ie} + R_4 \times (h_{fe} + 1)) \times i_{b1}}$$

Importa relacionar i_{b1} com i_{b2} .

$$\begin{aligned} R_X \times (-i_{b2} - h_{fe} \times i_{b1}) &= h_{ie} \times i_{b2} + R_8 \times (h_{fe} + 1) \times i_{b2} \Rightarrow i_{b1} = -\frac{(h_{ie} + R_8 \times (h_{fe} + 1) + R_X)}{R_X \times h_{fe}} \times i_{b2} \Rightarrow \\ \Rightarrow i_{b1} &= -\frac{(1000 + 5000 \times (100 + 1) + 3797.5)}{3797.5 \times 100} \times i_{b2} \cong -1.3425 \times i_{b2} \end{aligned}$$

Finalmente, é possível calcular o ganho:

$$G_V = \frac{-R_9 \times h_{fe} \times i_{b2}}{(h_{ie} + R_4 \times (h_{fe} + 1)) \times (-1.3425 \times i_{b2})} = \frac{-2500 \times 100}{(1000 + 500 \times (100 + 1)) \times (-1.3425)} \cong 3.616$$

As características da tensão entrada, v_{in} , são: Amplitude 100 *milivolts* e frequência 100 *kHz*, logo, a forma de onda v_{in} pode ser representada, analiticamente, da seguinte forma:

$$v_{in} = 0.1 \times \sin(2 \times \pi \times 10k \times t)$$



Desta forma, a componente AC da tensão de saída pode ser representada seguinte forma:

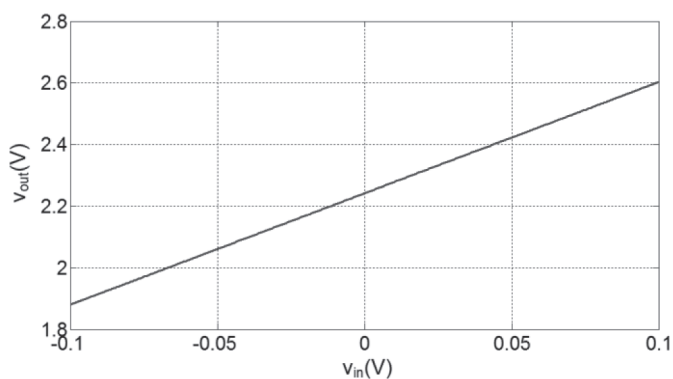
$$v_{outAC} = G_V \times 0.1 \times \sin(2 \times \pi \times 10k \times t) = 3.616 \times 0.1 \times \sin(2 \times \pi \times 10k \times t)$$

$$v_{outAC} = 0.3616 \times \sin(2 \times \pi \times 10k \times t)$$

Considerando igualmente a componente contínua da tensão de saída, obtém-se a forma de onda que representa a tensão de saída:

$$v_{out} = V_{outDC} + v_{outAC} = 2.2415 + 0.3616 \times \sin(2 \times \pi \times 10k \times t)$$

Finalmente é possível representar a curva característica do circuito:



BIBLIOGRAFIA

1. PADILLA, A. (1993). *Electrónica Analógica*, McGraw-Hill Portugal, Lisboa, Portugal.
2. MILEAF, H. (1976). *Electricity Six*, Hayden Book Company, Inc., New Jersey, EUA.
3. *Aluminum Electrolytic Capacitors – Technical Report, Structure, Characteristics and Failures*, Hitachi, AIC. URL: <http://www.hitachiaic.com> (acedido em janeiro de 2012).
4. CRUZ, E. e JÚNIOR, S. (2009). *Electrônica Aplicada*, Editora Érica Ltda., São Paulo, Brasil.
5. MALVINO, A. (2000). *Princípios de Electrónica*, McGraw-Hill Portugal, Vol. 1, Amadora, Portugal.
6. MILMAN, J. e GRABEL, A. (1987). *Microelectronics*, McGraw-Hill, Singapore.
7. BOYLESTAD, R. e NASHIELSKY, L. (2009). *Electronic Devices and Circuit Theory*, Prentice-Hall, New Jersey, EUA.
8. Siemens, *NPN Silicon Transistors – BC107, BC108, BC109*, Data sheet. URL: <http://html.alldatasheet.com/> (acedido em janeiro de 2012).

ANÁLISE DE CIRCUITOS E DISPOSITIVOS ELETRÓNICOS

2.ª Edição

Acácio Manuel Raposo Amaral

Sobre o livro

Esta obra apresenta os principais conteúdos básicos da área de Eletrónica, recorrendo a uma linguagem simples e clara, sem descuidar simultaneamente o rigor técnico e científico que uma obra deste tipo exige. No final de cada capítulo, apresenta-se ainda um conjunto de exercícios resolvidos que permitem ao leitor aplicar os conhecimentos apreendidos.

O livro subdivide-se em quatro capítulos interdependentes. No **primeiro capítulo** abordam-se alguns conceitos básicos de eletricidade como a definição das principais grandezas elétricas e suas unidades de medida, apresentam-se os elementos básicos ideais mas, também, se introduzem alguns conceitos importantes relacionados com a análise de circuitos elétricos. No **segundo capítulo** introduzem-se algumas técnicas de análise e teoremas de simplificação de circuitos elétricos. O **terceiro capítulo** introduz um dos componentes fundamentais de Eletrónica, o diodo. Para melhor compreender o seu princípio de funcionamento apresentam-se alguns conceitos importantes. Após uma breve introdução teórica analisam-se alguns dos circuitos onde habitualmente este elemento é mais utilizado, aplicando-se várias metodologias de análise aos referidos circuitos. O **quarto capítulo**, à semelhança do antecessor, procura introduzir um novo componente fundamental em Eletrónica, o transistor. Nas primeiras secções introduzem-se alguns conceitos teóricos que permitem compreender o princípio de funcionamento do transistor para, de seguida, se iniciar o estudo de diferentes circuitos com transistores, empregando-se sempre várias metodologias de análise.

Sobre o autor

Acácio Manuel Raposo Amaral é Doutorado em Engenharia Eletrotécnica (2010), Mestre em Engenharia Eletrotécnica e de Computadores (2005) e Licenciado em Engenharia Eletrotécnica (1998), pela Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra. É professor no Departamento de Engenharia Informática e Sistemas do Instituto Superior de Engenharia de Coimbra desde 1998. Possui mais de 40 artigos científicos publicados em conferências nacionais e internacionais, assim como em revistas científicas internacionais. Atualmente, é Diretor de três Cursos de Especialização Tecnológica no referido Departamento.

